

Gottfried Wilhelm Leibniz Universität Hannover  
Geodätisches Institut

## Masterarbeit

**Erweiterung der raum-zeitlichen Analysen von InSAR-Daten zur  
getrennten Ableitung von Bodenbewegungen in vertikaler und  
horizontaler Richtung**

Extension of the spatial-temporal analysis of InSAR-data for the  
separate determination of ground movements in vertical and  
horizontal direction

**Von:** Vanessa Koppmann  
23.09.2020

**Prüfer:** Prof. Dr.-Ing. Ingo Neumann  
Dr.-Ing. Cord-Hinrich Jahn

**Betreuer:** Dr.-Ing Hamza Alkhatib  
M. Sc. Marco Brockmeyer



## Masterarbeit für

Frau Vanessa Koppmann, B.Sc.

### Erweiterung der raum-zeitlichen Analysen von InSAR-Daten zur getrennten Ableitung von Bodenbewegungen in vertikaler und horizontaler Richtung

Die räumliche und zeitliche Beschreibung von Massendaten nimmt bei den heutigen Messverfahren eine immer bedeutendere Rolle ein. Des Weiteren sind Daten von verschiedenen Sensoren und Messverfahren zu vereinheitlichen, um die Aussagekraft der Ergebnisse zu verbessern. Gerade vor dem Hintergrund, dass sowohl Massendaten vorliegen, als auch Ausreißer in den Daten vorhanden sein können, ist eine effiziente und robuste Analyse der Daten zwingend notwendig.

Die Masterarbeit wird in Zusammenarbeit zwischen dem Landesamt für Geoinformation und Landesvermessung Niedersachsen (LGLN) und dem Geodätischen Institut der Leibniz Universität Hannover betreut. Im Speziellen sollen im Rahmen dieser Arbeit die Zeitreihen von Persistent Scatterer Interferometry (PSI)-Daten hinsichtlich des Bewegungsverhaltens optimal modelliert und ggf. vorhandene Ausreißer eliminiert werden. Die anschließende räumliche Ausreißerfilterung und flächenhafte Approximation mittels geostatistischer Methoden werden mit den etablierten Routinen des LGLN durchgeführt. Durch eine Kombination von Bewegungsmodellen, basierend auf (Persistent Scatterer) PS-Geschwindigkeiten auf- und absteigender Radarsatelliten, soll eine getrennte Ableitung von Bodenbewegungen in vertikaler und horizontaler Richtung erfolgen.

Ziel der Masterarbeit ist die Erweiterung der etablierten Analyseprozesse des LGLN zur zeitlichen und räumlichen Ausreißerfilterung von PSI-Daten, sowie deren flächenhafte Approximation hin zu einem kombinierten Bodenbewegungsmodell aus auf- und absteigenden Satellitenorbits. Dazu soll die Studentin die folgenden Aspekte bearbeiten:

- Implementierung einer automatisierten Ausgleichung massenhaft vorliegender PSI-Zeitreihen zur optimalen Modellierung des Bewegungsverhaltens
- Qualitätsbeurteilung der PSI-Zeitreihen und Elimination ggf. vorhandener Ausreißer
- Durchführung einer räumlichen Ausreißerdetektion und flächenhafte Approximation der punktuellen Bewegungsinformationen unter Verwendung der etablierten Routinen des LGLN (geostatistischer Kriging-Ansatz)
- Erarbeitung und Implementierung eines Verfahrens zur getrennten Ableitung von Bodenbewegungen in vertikaler und horizontaler Richtung unter Nutzung der Aufnahmekonstellation der Sentinel-1 Satelliten
- Anwendung des erweiterten Analyseprozesses von PSI-Daten auf die beiden Untersuchungsgebiete Etzel/Wilhelmshaven und Wunstorf
- Validierung der Analyseergebnisse anhand unabhängiger terrestrischer Messungen (GNSS, Nivellement) in den Untersuchungsgebieten

Alle Teilbereiche sind hinsichtlich ihrer Anwendbarkeit in künftigen Projekten des LGLN zu diskutieren. Der gesamte Prozess sowie die resultierenden Untersuchungsergebnisse sind kritisch zu bewerten und in einer finalen Handlungsempfehlung zur Analyse von PSI-Daten abzubilden. Der verwendete Datensatz der Sentinel-1 Radarsatelliten sowie die terrestrischen Validierungsdaten werden vom LGLN in Kooperation mit der Bundesanstalt für Geowissenschaften und Rohstoffe (BGR) für diese Arbeit bereitgestellt.

Ausgabedatum: 23. März 2020

Abgabedatum: 23. September 2020

1. Prüfer: Prof. Dr.-Ing. Ingo Neumann

2. Prüfer: Dr.-Ing. Cord-Hinrich Jahn (LGLN)

1. Betreuer: Dr.-Ing. Hamza Alkhatib

2. Betreuer: Marco Brockmeyer, M.Sc. (LGLN)



## Eidesstattliche Erklärung

Hiermit versichere ich, Vanessa Koppmann, die vorliegende Masterarbeit mit dem Titel „Erweiterung der raum-zeitlichen Analysen von InSAR-Daten zur getrennten Ableitung von Bodenbewegungen in vertikaler und horizontaler Richtung“ selbständig und unter ausschließlicher Verwendung der angegebenen Literatur sowie Hilfsmittel erstellt zu haben. Diese Arbeit wurde bisher in gleicher oder ähnlicher Form keiner anderen Prüfungsbehörde vorgelegt und auch nicht veröffentlicht.

---

Ort, Datum

---

Unterschrift



## Zusammenfassung

Bodenbewegungen führen zu Deformationen der Erdoberfläche und folglich auch zu Veränderungen in den Festpunktfeldern des Landesbezugssystems. Um die Aktualität des integrierten geodätischen Raumbezugs im Land Niedersachsen sicherzustellen, können die beeinflussten Gebiete anhand satellitengestützter Radardaten erkannt und die betroffenen Festpunkte bedarfsorientiert überprüft werden. Ziel dieser Arbeit ist es, die PSI-Datensätze sowohl zeitlich, als auch räumlich zu analysieren und Bodenbewegungen sowohl in vertikaler, als auch in horizontaler Richtung abzuleiten.

Im Rahmen einer zeitlichen Ausreißerfilterung werden grobe Ausreißer aus den PSI-Zeitreihen entfernt, bevor diese modelliert werden. Der funktionale Zusammenhang setzt sich individuell aus einem polynomialen Trend und ggf. einer Schwingung zusammen. Die sorgfältige Wahl des Modells ermöglicht eine effektive Selektion von PSI-Punkten mit einem zu hohen Messrauschen. Die aus den Zeitreihen abgeleiteten Geschwindigkeiten werden zudem, unter Berücksichtigung der Nachbarschaft, in einer räumlichen Analyse auf weitere Ausreißer überprüft.

Die bereinigten PSI-Geschwindigkeiten beziehen sich auf die Blickrichtung des Sensors. Aus diesem Grund sind die Ergebnisse nach räumlicher Strukturanalyse mit anschließender flächenhafter Approximation mittels Ordinary Kriging nur schwer zu interpretieren. Die Projektion auf die Zenitrichtung, unter Vernachlässigung von Horizontalbewegungen, zeigt große systematische Abweichungen und eine Lageverschiebung der gesamten Bodenbewegungsgebiete. Unter Hinzunahme weiterer, linear unabhängiger SAR-Stapel, wird zusätzlich zur Up-Komponente auch die Geschwindigkeit in East-Richtung bestimmt. Dadurch lassen sich die Systematiken weitestgehend entfernen. Anhand der Ergebnisse wird deutlich, dass die Lagebewegungen, in Abhängigkeit von der Größenordnung der Up-Geschwindigkeiten, ein größeres Einflussgebiet haben, als die in Zenitrichtung.

Der Vergleich mit Bewegungsinformationen aus nivellierten Höhen, tachymetrisch bestimmten Positionen oder quasi-kontinuierlichen GNSS-Zeitreihen bestätigt die radarinterferometrisch aufgedeckten Strukturen. Darüber hinaus lässt sich eine Korrelation zwischen den Bodenbewegungen und den Bodenarten feststellen. Aus der Analyse zweier Datensätze, die einen unterschiedlichen Zeitraum abdecken, wird ersichtlich, dass besonders in den Bodenbewegungsgebieten eine jährliche Prozesierung der Daten sinnvoll ist. Die Auswertung eines zweiten Gebietes bestätigt die gewonnenen Erkenntnisse.





## Abstract

Ground movements lead to deformations of the earth's surface and consequently to changes in the fields of reference points of the national reference system. In order to ensure that the integrated geodetic spatial reference system in Lower Saxony is up to date, the affected areas can be identified using satellite-based radar data and the affected reference points can be checked as required. The goal of this work is to analyze the PSI-data sets temporally and spatially and to derive ground movements in vertical and horizontal directions.

Within the scope of a temporal outlier filtering, strong outliers are removed from the PSI time series before they are modeled. The functional model is individually composed of a polynomial trend and, if necessary, an oscillation. A careful choice of the model allows an effective selection of PSI-points with too high measurement noise. In addition, the velocities derived from the time series are checked for further outliers in a spatial analysis, taking into account the neighborhood. The adjusted PSI-velocities refer to the LoS-direction of the sensor. For this reason, the results after spatial structure analysis with subsequent surface approximation by means of ordinary kriging are difficult to interpret. The projection on the zenith direction, neglecting horizontal movements, shows large systematic deviations and a positional shift of the entire ground movement areas. In addition to the up component, the velocity in the east direction is determined by adding further linear independent SAR-stacks. Thus, the systematics can be removed as far as possible. On the basis of the results it becomes clear that the positional movements, depending on the magnitude of the up velocities, have a larger area of influence than those in the zenith direction.

The comparison with movement information from levelled heights, tachymetrically determined positions or quasi-continuous GNSS time series confirms the radar-interferometrically detected structures. Furthermore, a correlation between ground movements and ground types can be determined. The analysis of two data sets covering different time periods shows that especially in the ground movement areas an annual processing of the data is useful. The analysis of a second area confirms the findings.



# Inhaltsverzeichnis

<b>Abbildungsverzeichnis</b>	<b>13</b>
<b>Tabellenverzeichnis</b>	<b>15</b>
<b>Abkürzungsverzeichnis</b>	<b>17</b>
<b>1 Einleitung</b>	<b>19</b>
<b>2 Grundlagen</b>	<b>21</b>
2.1 Bodenbewegungen . . . . .	21
2.2 Radarinterferometrie . . . . .	23
2.2.1 Radar mit synthetischer Apertur . . . . .	24
2.2.2 Sentinel-1 . . . . .	26
2.2.3 Persistent Scatterer Interferometrie . . . . .	27
2.3 Datengrundlage . . . . .	28
2.3.1 Untersuchungsgebiete . . . . .	30
<b>3 Zeitreihenanalyse und Ausreißerfilterung</b>	<b>33</b>
3.1 Zeitliche Analyse . . . . .	33
3.1.1 Grobe Ausreißer . . . . .	34
3.1.2 Trend - Modellerweiterung . . . . .	37
3.1.3 Trend - Orthogonale Polynome . . . . .	40
3.1.4 Schwingung . . . . .	42
3.1.5 Geschwindigkeit . . . . .	46
3.1.6 Selektion . . . . .	48
3.2 Räumliche Analyse . . . . .	50
<b>4 Flächenhafte Approximation</b>	<b>53</b>
4.1 Räumliche Strukturanalyse . . . . .	53
4.2 Ordinary Kriging . . . . .	56
<b>5 Trennung der Bodenbewegungskomponenten</b>	<b>61</b>
5.1 Aufnahmegeometrie . . . . .	61
5.2 Projektion einer 3D-Bewegung auf die Blickrichtung . . . . .	63
5.3 Höhenänderung aus Einzelaufnahme . . . . .	64
5.4 Höhen- und Lageänderung aus Kombination zweier Aufnahmen . . . . .	66
<b>6 Ergebnisse</b>	<b>71</b>
6.1 Validierung anhand terrestrischer Messungen . . . . .	71
6.2 Vergleich der Datensätze . . . . .	77
6.3 Wunstorf . . . . .	79
<b>7 Fazit und Ausblick</b>	<b>81</b>
<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>83</b>



# Abbildungsverzeichnis

2.1	Bodenbewegungsverhalten im Bereich einer Senkungsmulde (Kratzsch, 2013) . . . . .	23
2.2	Aufnahmegeometrie eines Radarsystems (Woodhouse, 2006) . . . . .	24
2.3	Schrägentfernungs- und Bodenaufösung eines Radarsystems (Yin, 2020) . . . . .	25
2.4	Auf- und absteigender Orbit eines rechtsblickenden SAR-Systems (Yin, 2020) . . . . .	26
2.5	Untersuchungsgebiete . . . . .	31
3.1	Positionen der beispielhaften PSI-Zeitreihen . . . . .	34
3.2	Beispielhafte PSI-Zeitreihen . . . . .	34
3.3	Gleitender Mittelwert unter Verwendung verschiedener Filtermasken . . . . .	36
3.4	Differenz zum gleitenden Mittelwert und grobe Ausreißer . . . . .	37
3.5	Polynomfunktionen nach Schätzung mittels Modellerweiterung . . . . .	40
3.6	Polynomfunktionen nach Schätzung mittels orthogonaler Polynome . . . . .	42
3.7	Polynomgrade der PSI-Zeitreihen in der Umgebung von WHV . . . . .	43
3.8	Periodogramme der Beispiel-Zeitreihen . . . . .	44
3.9	Modell nach Schätzung des Trends und der Schwingung . . . . .	45
3.10	PSI-Zeitreihen mit und ohne Schwingung in der Umgebung von WHV . . . . .	46
3.11	Geschwindigkeitsberechnung aus verschiedenen Polynomgraden . . . . .	47
3.12	Histogramm der a posteriori Standardabweichungen eines Stacks . . . . .	48
3.13	Geschwindigkeiten nach zeitlicher Analyse in der Umgebung von WHV . . . . .	49
3.14	Geschwindigkeiten nach räumlicher Analyse in der Umgebung von WHV . . . . .	52
4.1	Theoretische Semivariogramm-Modelle (GIS Geography, 2020) . . . . .	55
4.2	Semivariogramm-Parameter: Nugget, Sill und Range (GIS Geography, 2020) . . . . .	55
4.3	Empirisches und theoretisches Semivariogramm eines Stacks . . . . .	56
4.4	LoS-Geschwindigkeiten nach flächenhafter Approximation . . . . .	59
5.1	Ascending-Aufnahmegeometrie, modifiziert nach Yin (2020) . . . . .	61
5.2	Ascending- und Descending-Aufnahmegeometrie, modifiziert nach Yin (2020) . . . . .	62
5.3	Projektion einer 3D-Bewegung auf die Blickrichtung, modifiziert nach Yin (2020) . . . . .	64
5.4	Up-Geschwindigkeiten aus einer Einzelaufnahme . . . . .	66
5.5	Up- und East-Geschwindigkeiten nach Kombination zweier SAR-Stacks . . . . .	68
5.6	Systematische Lageverschiebung der Bodenbewegungsgebiete . . . . .	69
6.1	Up-Geschwindigkeiten aus InSAR-Daten und Nivellement . . . . .	72
6.2	East-Geschwindigkeiten aus InSAR-Daten und Tachymetrie . . . . .	73
6.3	Nachweis- und Verdachtsgebiete . . . . .	75
6.4	Gegenüberstellung der Up-Geschwindigkeiten mit den Bodenarten . . . . .	76
6.5	Vergleich von Datensatz 1 (2014 bis 2018) und 2 (2014 bis 2019) . . . . .	78
6.6	Hannover - Up-Geschwindigkeiten und Bodenbewegungsgebiete . . . . .	79
6.7	Hannover - East-Geschwindigkeiten . . . . .	80



# Tabellenverzeichnis

2.1	Orbit-Informationen der Sentinel-1 Satelliten (European Space Agency, 2020) . . . .	27
2.2	Informationen pro PSI-Punkt . . . . .	29
3.1	Signifikante Polynomgrade der PSI-Zeitreihen . . . . .	43
3.2	Ausreißer nach zeitlicher Filterung . . . . .	49
3.3	Ausreißer nach räumlicher Filterung . . . . .	52
4.1	Parameter des theoretischen Semivariogramms nach Mittelung . . . . .	56
6.1	Validierung anhand GNSS-Messungen . . . . .	74





# Abkürzungsverzeichnis

**BBD** Bodenbewegungsdienst Deutschland.

**BGR** Bundesanstalt für Geowissenschaften und Rohstoffe.

**ESA** Europäische Weltraumorganisation.

**EU** Europäische Union.

**GMM** Gauß-Markov-Modell.

**GNSS** Globales Navigationssatellitensystem.

**InSAR** Radarinterferometrie.

**LGLN** Landesamt für Geoinformation und Landesvermessung Niedersachsen.

**LoS** Line of Sight.

**MBA** Multilevel B-Splines Approximation.

**PSI** Persistent Scatterer Interferometrie.

**SAPOS** Satellitenpositionierungsdienst der deutschen Landesvermessungen.

**SAR** Radar mit synthetischer Apertur.

**WHV** Wilhelmshaven.



# 1 Einleitung

Eine hochgenaue Georeferenzierung wird heutzutage nicht nur von vielen Fachdisziplinen, sondern auch im Alltag gefordert. Die Gesellschaft nutzt Geodaten häufig in der Freizeit, in der Landwirtschaft werden sie für die Automatisierung vieler Prozesse benötigt und Bau- sowie Planungsunternehmen richten sich ebenfalls nach ihnen. Dafür bildet der einheitlich integrierte geodätische Raumbezug die Grundlage. Dieser verbindet die geometrischen Komponenten, wie die 3D-Position und die ellipsoidische Höhe, mit den physikalischen Größen, wie die geopotentielle Kote und die Schwere (Heckmann et al., 2015). Das Landesamt für Geoinformation und Landesvermessung Niedersachsen (LGLN) ist dafür verantwortlich ein Landesbezugssystem als Realisierung des Raumbezugs zur Verfügung zu stellen. Da die niedersächsische Landesfläche aufgrund geogener und anthropogener Ursachen, wie z.B. dem Rohstoffabbau, von Bodenbewegungen beeinflusst wird, verändern sich auch die Festpunkte an der Erdoberfläche. Dies kann bei der Verwendung des Landesbezugssystems zu erheblichen Netzspannungen führen. Um die Aktualität der Festpunktfelder gewährleisten zu können, müssen diese folglich regelmäßig überprüft werden. Damit die Wiederholungsmessungen möglichst effizient durchgeführt werden können, ist Wissen über die Lage und das Ausmaß der Bodenbewegungsgebiete notwendig. Darüber hinaus können zu starke Deformationen der Erdoberfläche zu Gefahren für die Bevölkerung und infrastrukturelle Einrichtungen führen. Aus diesen Gründen beschäftigt sich diese Arbeit mit der Erfassung großflächiger Bewegungen des Bodens.

Die herkömmlichen geodätischen Erfassungsmethoden, wie das Nivellement, die Tachymetrie oder GNSS-Messungen, ermöglichen zwar sehr präzise und qualitativ hochwertige Ergebnisse, sind jedoch sehr zeitaufwendig und dementsprechend auch kostenintensiv. Außerdem liefern diese Verfahren nur für ausgewählte Punkte Informationen über das Bewegungsverhalten des Bodens. Die Sentinel-1 Mission der Europäischen Weltraumorganisation (ESA) dagegen liefert seit 2014 satellitengestützte Radardaten, die in einer viel größeren Quantität vorliegen. Im Rahmen dieser Arbeit werden Daten dieser Mission verwendet, die durch die Bundesanstalt für Geowissenschaften und Rohstoffe (BGR) bereits mittels der Methode der Persistent Scatterer Interferometrie (PSI) vorverarbeitet wurden. Aus diesen lassen sich nach einer Reihe an Auswertungsschritten flächendeckend Bewegungsinformationen für ganz Niedersachsen ableiten. Mit Hilfe dieser sehr aktuellen Datensätze können die Bodenbewegungsgebiete Niedersachsens erkannt und zur Aktualisierung des Raumbezugs eingesetzt werden.

Die Analyse von InSAR-Daten zur Ableitung von Bodenbewegungen setzt zum einen Kenntnis über die Datengrundlage und zum anderen eine Definition der zu erfassenden Deformationen voraus. In Kapitel 2 wird deswegen ein näherer Blick auf die Ursachen und die Beschreibung von Bodenbewegungen geworfen. Darüber hinaus werden die grundlegenden Aspekte der Radarinterferometrie erläutert, bevor auf die daraus erzeugten und in dieser Arbeit verwendeten Daten und die untersuchten Gebiete näher eingegangen wird. Im Laufe der Zeitreihenanalyse und Ausreißerfilterung in Kapitel 3 werden die einzelnen PSI-Zeitreihen modelliert und die Geschwindigkeiten werden daraus abgeleitet. Sowohl zeitlich, als auch räumlich betrachtet, werden Beobachtungen, die ein zu hohes Messrauschen aufweisen bzw. nicht in ihre Nachbarschaft passen, als Ausreißer aus dem Datensatz eliminiert. Die bereinigten, aber noch punktuellen Geschwindigkeitsinformationen werden in Kapitel 4, nach einer räumlichen Strukturanalyse, flächenhaft approximiert, sodass das Bewegungsverhalten in einem regelmäßigen Raster vorliegt. Dieser Schritt bildet die Basis für die Trennung der Bodenbewegungskomponenten, auf die in Kapitel 5 eingegangen wird. Durch die Kombination mehrerer Radardatensätze verschiedener Orbits können systematische Fehler reduziert und die

abgeleiteten Geschwindigkeitsinformationen verbessert werden. Dafür ist ein detaillierter Blick auf die Aufnahmegeometrie und die mathematischen Zusammenhänge der zu bestimmenden Größen notwendig. Die Ergebnisse werden in Kapitel 6 anhand terrestrischer Messungen validiert und die Auswertungen verschiedener Datensätze werden miteinander verglichen. Abschließend werden die gewonnenen Erkenntnisse in Kapitel 7 zusammengefasst und weitergehende Analysemöglichkeiten werden thematisiert.

Wie der Titel bereits verdeutlicht, geht es in dieser Arbeit nicht um die Entwicklung eines vollständig neuen Analyseverfahrens von PSI-Daten, sondern vielmehr um die Erweiterung einer bestehenden Prozessierungskette. Diese wurde bereits von Brockmeyer et al. (2020) entwickelt, publiziert und wird als Grundlage für die Auswertung der Daten aufgenommen. Die erarbeiteten Python-Skripte und Analysetools wurden vom LGLN zur Verfügung gestellt und der Einsatz im Rahmen dieser Arbeit wird an den entsprechenden Stellen kenntlich gemacht. Das Hauptziel besteht darin, die Analyse der InSAR-Daten dahingehend zu verbessern, dass die gewonnenen Bewegungsinformationen getrennt für die Höhen- und Lagekomponente vorliegen und in Zukunft auch im amtlichen Nachweis berücksichtigt werden können.

## 2 Grundlagen

Zum besseren Verständnis der in dieser Arbeit durchgeführten Analysen von InSAR-Daten zur Ableitung von Deformationen der Erdoberfläche, werden zunächst einige grundlegende Themen und Konzepte vorgestellt. Kapitel 2.1 beginnt mit einer Definition, den Ursachen und der Beschreibung der Bodenbewegungen. Da die Deformationen aus InSAR-Daten abgeleitet werden, geht es in Abschnitt 2.2 um die Grundlagen der Radarinterferometrie (InSAR). Neben dem Grundprinzip der Radartechnik wird auch auf dessen Anwendung in der Fernerkundung in Form von SAR-Sensoren eingegangen. Darüber hinaus wird die Sentinel-1 Mission und das PSI-Verfahren vorgestellt. All diese Informationen tragen zum Verständnis der verwendeten Daten bei, auf die in Kapitel 2.3 im Detail eingegangen wird. Zudem werden die Untersuchungsgebiete dieser Arbeit abgegrenzt und mit einer Betrachtung der wesentlichen geologischen Aspekte dieser schließt dieses Kapitel ab.

### 2.1 Bodenbewegungen

Die Erfassung von Bodenbewegungen ist eine wichtige messtechnische Aufgabe zur frühzeitigen Erkennung von möglichen Gefahren für die Bevölkerung und infrastrukturelle Einrichtungen. Um die Bewegungen des Bodens bestmöglich beschreiben zu können, ist eine konkrete Definition notwendig. In der DIN 21917 (Deutsches Institut für Normung e.V., 1999) werden Bodenbewegungen als „die Gesamtheit aller bergbaulich, geologisch oder hydrologisch verursachten Form- und Lageänderungen (Bewegungsvorgang) an der Tagesoberfläche“ beschrieben. Im Folgenden wird näher auf das Objekt Boden selbst, die Beschreibung der Bewegungsvorgänge und mögliche Ursachen eingegangen.

Die Tagesoberfläche kann an dieser Stelle als ein anderer Begriff für die sichtbare Erdoberfläche interpretiert werden. Boden beschreibt nach Yin (2020) die oberste Erdschicht, weswegen eine Bodenbewegung auch als Oberflächenverformung der Erde bezeichnet werden kann.

Die Darstellung der erfassten Bodenbewegungen ist ein wichtiger Arbeitsschritt für die Analyse und Interpretation der Daten. Obwohl die Bewegung des Bodens in der Realität ein flächenhaftes Phänomen ist, wird sie häufig punktuell beschrieben. Grund dafür ist, dass sich auch die gemessenen Daten auf eine bestimmte Position auf der Erdoberfläche beziehen. Die Bewegung eines Punktes kann mit Hilfe eines dreidimensionalen Koordinatensystems beschrieben werden. Wie üblich beschreiben zwei Komponenten die horizontale Lagebewegung und eine die orthogonal dazu stehende Vertikale. Die Vertikalkomponente stellt die Höhenänderung eines Punktes dar und bezieht sich auf die Ellipsoidnormale. Die Horizontalbewegung lässt sich in der Regel in Ost-West- und Nord-Süd-Komponente unterteilen. Die genaue Definition der Koordinatenachsen hängt jedoch von dem verwendeten übergeordneten Koordinatensystem ab. Da sich Bodenbewegungen immer auf einen bestimmten Zeitraum beziehen, kommt als vierte Dimension die Zeit hinzu. Diese Information ist relevant, da sich das Bewegungsverhalten mit der Zeit verändern kann.

Laut Yin (2020) befinden sich die Ursachen von Bodenbewegungen vor allem im Untergrund. Viele davon sind nicht natürlichen Ursprungs, sondern vom Menschen erzeugt. All diese Ursachen lassen sich durch das Adjektiv anthropogen zusammenfassen. Typische Beispiele dafür sind untertägige Abbauarbeiten oder die Speicherung von Rohstoffen. Die daraus resultierenden Senkungsgebiete sowie Geschwindigkeitsbeträge hängen nicht nur von dem abgebauten Rohstoff, der Tiefe und Aus-

dehnung der Lagerstätte, sondern auch von der verwendeten Abbautechnologie und dem Zeitraum ab. Auch in Gebieten, in denen die Rohstoffgewinnung bereits eingestellt wurde, können weiterhin Bodenbewegungen auftreten. Im Rahmen dieser Arbeit sind vor allem untertägige Kavernen zur Speicherung von Erdöl und Erdgas relevant. Diese befinden sich auch in bebauten Gebieten und sollen deswegen keine zu großen Bewegungsbeträge aufweisen. Durch die Zufuhr und Entnahme des gespeicherten Stoffes kann es nicht nur zu Senkungen, sondern temporär auch zu Hebungen kommen.

Im Gegensatz zu den anthropogenen Ursachen gibt es auch solche, die auf natürliche Prozesse im Untergrund zurückzuführen sind. Diese lassen sich durch das Adjektiv geogen beschreiben. Dazu zählen neben Feuchtigkeitsänderungen in oberflächennahen Bodenschichten durch Niederschlag, Trockenheit und Klimaveränderungen auch die Änderungen des Grundwasserstands. Die resultierenden Bodenbewegungen können klein- oder großräumig auftreten und ähnlich wie anthropogen verursachte Deformationen zeitlich abwechselnde Senkungen und Hebungen aufweisen. Darüber hinaus gibt es auch geogene Ereignisse die abrupt auftreten, z.B. Erdbeben, und solche, die sehr langsam ablaufende großtektonische Veränderungen zur Folge haben.

In bebauten Gebieten kann es zudem zu sehr kleinräumigen oder sogar objektbezogenen Bewegungen kommen. Diese treten laut Yin (2020) z.B. infolge lastbedingter Setzungen von Verkehrswegen oder Gebäuden auf. Laut Definition zählen diese nicht zu den flächenhaften Deformationen der Erdoberfläche und sollten dementsprechend nicht berücksichtigt werden. In vielen Messverfahren werden sie jedoch automatisch miteingefasst. Grundsätzlich können Bodenbewegungen auch durch mehrere sich zeitlich und räumlich überlagernde Ursachen auftreten.

Eine häufige Folge des Abbaus von Rohstoffen ist die Entstehung einer Senkungsmulde. Aus der Entnahme des Materials folgt ein unterirdischer Hohlraum, auf den der Druck der umgebenen Bodenschichten wirkt. Laut Yin (2020) hat die Schließung des Hohlraums dann eine Senkungsmulde an der Erdoberfläche zur Folge. Um die resultierenden Bodenbewegungen zu verdeutlichen, ist in Abbildung 2.1 das Bewegungsverhalten einer Senkung anhand eines Querschnitts schematisch dargestellt. Die horizontale Achse bezieht sich auf die Lage und die vertikale Achse stellt die Höhenänderung dar. Die für diese Arbeit relevanten Größen wurden in der Darstellung farblich hervorgehoben. Die grüne Linie zeigt den Verlauf der Senkung. Daran wird deutlich, dass die Höhenänderung exakt in der Mitte der Mulde den maximalen Wert annimmt. Zum Rand hin nimmt der Betrag der Bewegung ab. Die blau gefärbte Linie verdeutlicht die Horizontalbewegung. Eine maximale Verschiebung tritt demnach zwischen dem Rand des Einwirkungsbereiches und dem Senkungsschwerpunkt auf. Im Mittelpunkt der Senkung dagegen verschwindet die horizontale Bewegung vollständig. Auffällig ist, dass der Rand der Senkungsmulde stärker von Lageverschiebungen und weniger von Höhenänderungen beeinflusst wird. Auf die weiteren Größen in Abbildung 2.1 wird an dieser Stelle nicht näher eingegangen. Eine ausführliche Beschreibung dazu kann in Kratzsch (2013) nachgelesen werden.

Bodenbewegungen können mit Hilfe verschiedener Messtechniken erfasst werden. Da die Ergebnisse eines Monitorings rechtliche und wirtschaftliche Konsequenzen haben können, müssen sie eine hinreichende zeitliche und räumliche Qualität aufweisen (Yin, 2020). Aus diesem Grund kommen bevorzugt anerkannte geodätische Messverfahren zum Einsatz. Ein Beispiel dafür ist das eindimensionale Nivellement, womit Höhenänderungen sehr präzise bestimmt werden können. Für diese Methode ist der Messaufwand jedoch sehr hoch, die zeitliche Auflösung dadurch klein und Lagebewegungen werden vollständig vernachlässigt. Im Gegensatz dazu lassen sich mit Hilfe von GNSS-Empfängern Bodenbewegungen in allen drei Dimensionen bestimmen. Da entsprechende Stationen mittels Koordinatenmonitoring nur an einigen ausgewählten Positionen quasi-kontinuierliche Aufzeichnungen liefern, ist eine flächenhafte Beurteilung des Bodenbewegungsverhaltens jedoch nicht möglich. Auch tachymetrisch aufgemessene Punkte liefern zwar zweidimensionale Positionen, sind aufgrund des hohen Mess- und damit auch Kostenaufwandes aber nicht flächendeckend verfügbar.

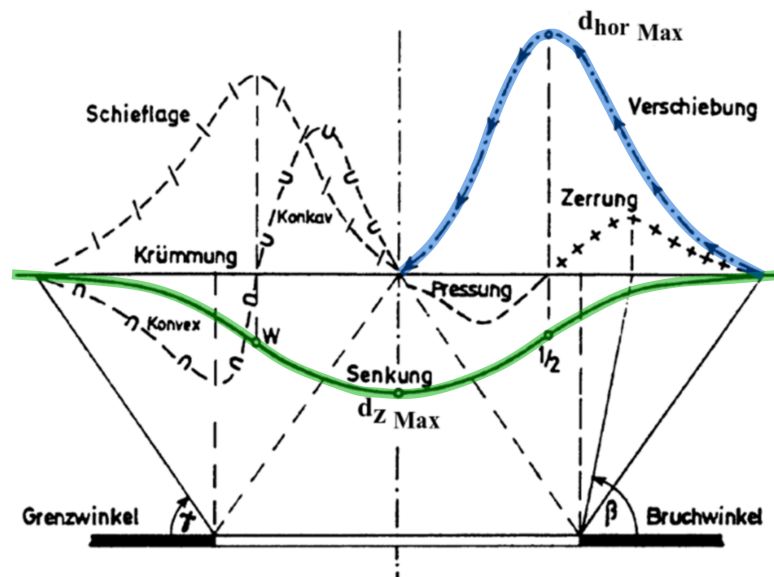


Abbildung 2.1: Bodenbewegungsverhalten im Bereich einer Senkungsmulde (Kratzsch, 2013)

Eine mögliche Lösung dieses Problems ist das radarinterferometrische PSI-Verfahren. Damit lassen sich satellitengestützt punktuelle Bodenbewegungen detektieren. Vor allem in bebauten Gebieten liefert dieses Verfahren dichte Bewegungsinformationen. Mehr Details dazu sind im anschließenden Kapitel 2.2 zu finden.

## 2.2 Radarinterferometrie

Im Allgemeinen beschreibt der Begriff Radar eine Technik, mit der Objekte erkannt und geortet werden können. Entsprechende Sensoren kommen beispielsweise bei der Überwachung von Schiffs- und Flugverkehr und bei der Vorhersage von Wetterereignissen zum Einsatz. Radargeräte werden aber auch in der Fernerkundung zur Erfassung und Kartierung der Erdoberfläche verwendet. Diese Methode zählt zu den aktiven Fernerkundungsverfahren, da die Sensoren selbst Pulse im Mikrowellenbereich gebündelt aussenden. Die elektromagnetischen Wellen werden an den Zielen zum Teil absorbiert und zum Teil reflektiert und anschließend wieder empfangen. Dieses Messverfahren wird als Echoprinzip bezeichnet (Klausning und Holpp, 1999). Dabei werden laut Yin (2020) im Wesentlichen die Rückstreuintensität und die Phasenlage des zurückgestreuten Echos erfasst. Die Intensität liefert Informationen über die Objektoberfläche, wie zum Beispiel die Rauheit, Geometrie und Materialeigenschaften und bildet die Grundlage der Beobachtung. Entscheidend für die Bestimmung von Bodenbewegungen ist jedoch die Phasenlage, aus der sich die Länge des Weges ableiten lässt, den das Signal seit Aussendung zurückgelegt hat.

Ein erheblicher Vorteil dieser Technik gegenüber optischen Sensoren ist, dass die Abtastung der Erde unabhängig von der Tageszeit und dem Wetter erfolgen kann (Klausning und Holpp, 1999). Radarsysteme arbeiten folglich auch bei dichter Wolkendecke und Dunkelheit. Kamerasysteme dagegen sind auf eine gute Sicht und gute Lichtverhältnisse angewiesen und dementsprechend von der Tageszeit abhängig. Das Durchdringen der Atmosphäre von Radarsignalen auch bei Bewölkung wird durch die relativ große Wellenlänge im Mikrowellenbereich ermöglicht. Es sollte jedoch berücksichtigt werden, dass der Puls im Laufe seiner Ausbreitung je nach Wetterlage verschiedene Medien durchläuft. Dies führt sowohl auf dem Weg zur Erde, als auch auf dem Weg zurück zum Sensor zu Änderungen der Refraktion und somit zur Laufzeitverzögerung des Radarsignals. Die resultierenden Fehler können zum Teil modelliert, aber nicht vollständig eliminiert werden, was in der Auswertung berücksichtigt werden sollte (Yin, 2020).

### 2.2.1 Radar mit synthetischer Apertur

Seit 1978 wurde eine Vielzahl satellitengestützter SAR-Systeme (Radar mit synthetischer Apertur) auf den Markt gebracht (Fuhrmann, 2016). Verwendet wird die Technik unter anderem für die Erzeugung digitaler Höhenmodelle, die Meeresforschung, die landwirtschaftliche Überwachung und die Erkennung von Bodenbewegungen. Ein solches System wird an Flugzeugen oder Satelliten angebracht, sodass die Antennen seitwärts zur Flugrichtung nach unten auf die Erde blicken. Durch diese Aufnahmegeometrie und die Vorwärtsbewegung der Plattform liefern SAR-Sensoren zweidimensionale Abbildungen der Erdoberfläche und gelten deswegen als abbildende Radarsysteme. In Grafik 2.2 ist diese Geometrie schematisch dargestellt. Die kurzen Mikrowellenpulse, die vom Sensor mit der Lichtgeschwindigkeit  $c$  ausgesendet werden, fächern sich aufgrund der Beugung an der Strahlungsquelle mit zunehmendem Abstand auf und decken dadurch einen ellipsenförmigen Bereich der Erde ab, der auch als Footprint bezeichnet wird. Da diese Aufnahme kontinuierlich durchgeführt wird, entsteht ein Aufnahmestreifen exakt in Flugrichtung der Sensorplattform, ein sogenannter Swath. Diese Richtung wird im Folgenden auch als Azimut bezeichnet. Die orthogonal dazu stehende Dimension des Swaths wird auch Entfernung genannt. Darüber hinaus zeigt die Grafik die drei Winkel  $\theta_l$ ,  $\theta_d$  und  $\theta_i$ . Da in dieser Arbeit vor allem der Einfallswinkel zwischen der Blicklinie und der Zenitrichtung an Position des Ziels relevant ist, gilt im Folgenden als Vereinfachung  $\theta_i = \theta$ .

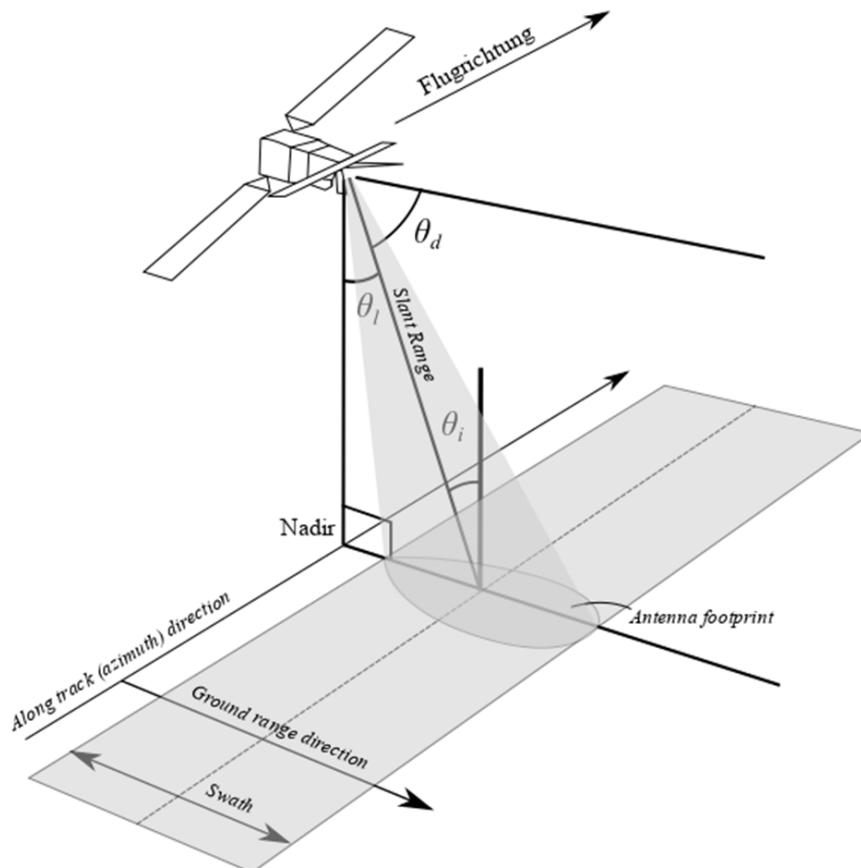


Abbildung 2.2: Aufnahmegeometrie eines Radarsystems (Woodhouse, 2006)

Für die Ableitung von Bodenbewegungen aus den Radarmessungen ist vor allem die Phasenlage und dementsprechend der vom Puls zurückgelegte Weg von Bedeutung. Aus diesem Grund wird im Folgenden der Blick auf die Auflösung dieser Beobachtung gerichtet. Die sogenannte Schrägentfernungsauflösung entspricht laut Yin (2020) der Trennbarkeit zweier idealer Punktobjekte durch die zurückgestreuten Pulse. Da die Blickrichtung in der gängigen Literatur oftmals auch als Slant Range bezeichnet wird, wird die dazugehörige Auflösung auch Slant Range Resolution genannt.



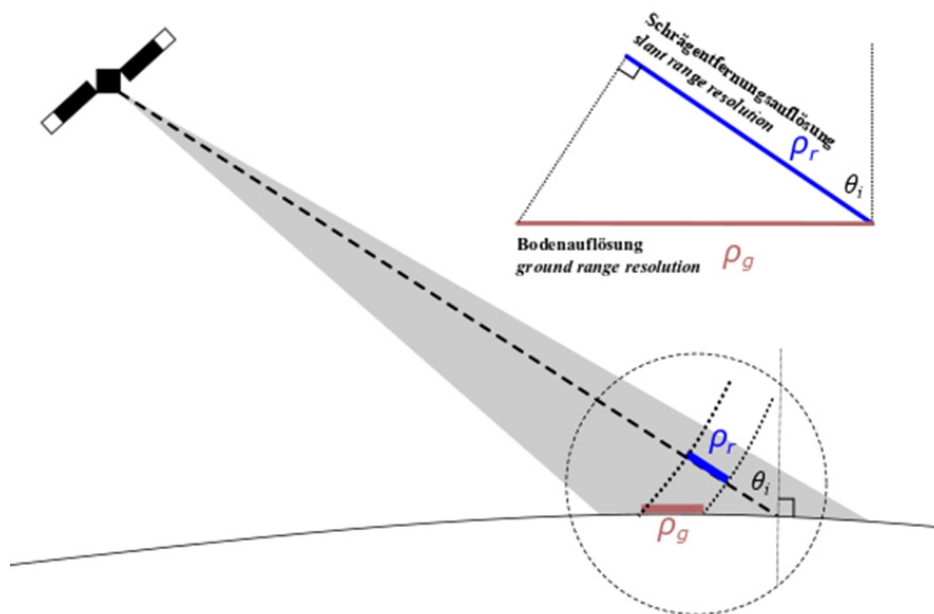
Befinden sich zwei Objekte zu nah beieinander, überlappen sich die zurückgestreuten Pulse zeitlich und können nicht voneinander getrennt werden. Dementsprechend hängt die Auflösung stark von der Dauer des ausgesendeten Pulses  $\tau_P$  ab. Mit Hilfe der Formel (2.1) lässt sich berechnen, welchen Abstand  $\rho_r$  zwei Objekte mindestens haben müssen, damit sie auseinander gehalten werden können. Um die Auflösung zu erhöhen, werden in der Praxis oft frequenz-modulierte, sogenannte Chirp-Signale, eingesetzt. Bei diesen Pulsen variiert die Frequenz linear mit der Zeit, wodurch die Bandbreite und damit auch die Trennbarkeit erhöht wird. Detaillierte Informationen dazu sind in Klausing und Holpp (1999) zu finden.

$$\rho_r = \frac{c \cdot \tau_P}{2} \quad (2.1)$$

Zusätzlich zur Slant Range Resolution ist die Bodenauflösung  $\rho_g$  interessant. Diese kann als Projektion von  $\rho_r$  auf die horizontale Referenzebene verstanden werden und lässt sich mit Hilfe des Einfallswinkels  $\theta$  und der Formel (2.2) berechnen.

$$\rho_g = \frac{\rho_r}{\sin\theta} \quad (2.2)$$

Abbildung 2.3 veranschaulicht die Schrägentfernungs- und Bodenauflösung und stellt die mathematischen Zusammenhänge dieser graphisch dar.



**Abbildung 2.3:** Schrägentfernungs- und Bodenauflösung eines Radarsystems (Yin, 2020)

Eine weitere, für die Erfassung von Bodenbewegungen relevante, Auflösung ist die in Azimut-Richtung. Diese hängt, wie Formel (2.3) zeigt, von der Antennengröße  $L_\alpha$ , der Entfernung zum Objekt  $R$  und von der Wellenlänge des Sensors  $\lambda$  ab. Anhand dieser Gleichung verdeutlicht sich, dass die Auflösung durch die einsetzbare Antennenlänge begrenzt wird und mit größer werdendem Abstand schlechter wird. Die Antennen satellitengestützter Radarsysteme müssten bei einer Höhe von circa 700 Kilometern und einer typischen Wellenlänge im Zenti- bis Dezimeterbereich demnach eine Länge von mehreren hundert Metern oder sogar Kilometern haben, um eine Auflösung unter 100 Meter zu erreichen. Eine solche Antenne ist aus technischer Sicht in der Praxis undenkbar.

$$\rho_\alpha = \frac{\lambda}{L_\alpha} \cdot R \quad (2.3)$$

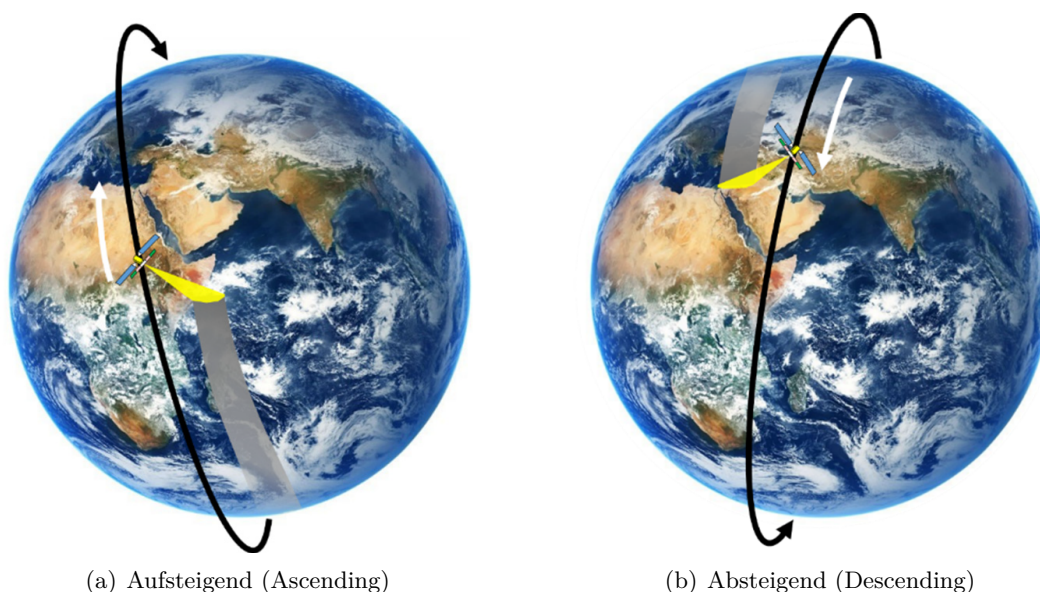
Aus diesem Grund wurde im Jahr 1951 ein Radarsystem mit synthetischer Antenne entwickelt, das eine deutliche Verbesserung der Auflösung ermöglicht, das sogenannte SAR (Klausing und Holpp, 1999). Formel (2.4) zeigt, dass die maximal erreichbare Auflösung der halben Antennenlänge in Azimutrichtung entspricht. Das Grundprinzip eines solchen Systems besteht darin, mehrere Aufnahmen einer bewegten Antenne so zusammenzuführen, als wäre es eine einzige Aufnahme einer großen Antenne. Dafür sendet der SAR-Sensor im Flug periodisch mehrere Pulse aus und empfängt die reflektierten Signale. Detailliertere Informationen zur Generierung einer synthetischen Apertur und der entsprechenden Signalverarbeitung sind in Klausing und Holpp (1999) zu finden.

$$\rho_{\alpha}^{SAR} = \frac{L_{\alpha}}{2} \quad (2.4)$$

### 2.2.2 Sentinel-1

Die in dieser Arbeit verwendeten Daten stammen ursprünglich aus der Sentinel-1 Mission. Dabei handelt es sich um eine von insgesamt sechs Missionen, die im Rahmen des Erdbeobachtungsprogramms Copernicus der Europäischen Union (EU) von der ESA entwickelt wurde. Sie umfasst zwei Satelliten, Sentinel-1A und Sentinel-1B, die jeweils mit einem C-Band SAR-Instrument mit einer Wellenlänge von 5,6 cm bzw. einer Frequenz von 5,405 GHz ausgestattet sind. Der erste Satellit ist im April 2014 und der zweite im April 2016 gestartet. Bereits im Dezember 2015 wurden zwei weitere Sentinel-1 Satelliten beauftragt, die jedoch noch nicht aktiv sind. Das Ziel der Mission ist es, die Erdoberfläche sowohl räumlich, als auch zeitlich hochauflösend zu erfassen (European Space Agency, 2020).

Zur Erfassung der Bodenbewegungskomponenten ist vor allem die Orbitkonfiguration der Satelliten relevant. Beide Sentinel-1 Satelliten verlaufen in einer polarnahen, sonnensynchronen Umlaufbahn mit einer Inklination von  $98,18^{\circ}$ . Dies entspricht dem Winkel zwischen der Bahn- und der Äquatorebene und wird auch als Bahnneigung bezeichnet. Abbildung 2.4 veranschaulicht in (a) die Flugbahn eines aufsteigenden und in (b) die eines absteigenden Satelliten. Der aufsteigende Orbit verläuft nahezu von Süden nach Norden. Auf der entgegengesetzten Seite der Erde verläuft die Bahn dann absteigend in Nord-Süd-Richtung. In der aktuellen Literatur werden häufig die englischen Begriffe Ascending für aufsteigend und Descending für absteigend verwendet (Yin, 2020).



**Abbildung 2.4:** Auf- und absteigender Orbit eines rechtsblickenden SAR-Systems (Yin, 2020)

Aufgrund der Erdrotation kann nicht nur ein einzelner Streifen der Erde, sondern die gesamte Erdoberfläche aufgenommen werden. Während sich der Satellit auf seiner Umlaufbahn in Nord-Süd-Richtung fortbewegt, dreht sich die Erde darunter gleichzeitig annähernd in Ost-West-Richtung. Dadurch kann das selbe Gebiet sowohl von einem Ascending- als auch von einem Descending-Orbit aus erfasst werden. Um die verschiedenen Aufnahmekonstellationen voneinander unterscheiden zu können, erhalten die Streifen unterschiedliche Tracknummern (Yin, 2020).

Für eine Erdumrundung brauchen die Satelliten rund 98,6 Minuten (European Space Agency, 2020). Nach dem 175. Umlauf bzw. nach 12 Tagen hat ein Satellit die gesamte Erdoberfläche beobachtet und die Aufnahme der selben Bodenspuren wiederholt sich. Die Satelliten Sentinel-1A und -1B befinden sich in der selben Orbitebene. In dieser Ebene sind sie jedoch immer um  $180^\circ$  zueinander versetzt. Durch diese Konstellation der zwei Satelliten verkürzt sich der Wiederholungszyklus von 12 auf 6 Tage, wodurch sich die zeitliche Auflösung der Bodenbewegungen um die Hälfte erhöht. Tabelle 2.1 fasst alle wichtigen Informationen zum Orbit der Satelliten zusammen.

**Tabelle 2.1:** *Orbit-Informationen der Sentinel-1 Satelliten (European Space Agency, 2020)*

Höhe	Inklination	Periode	Zyklus
693 km	$98,18^\circ$	98,6 min	12 bzw. 6 Tage

Die Satelliten Sentinel-1A und -1B können in insgesamt vier verschiedenen Aufnahmemodi arbeiten. Diese unterscheiden sich vor allem in der geometrischen Auflösung und dem beobachteten Gebiet. Der für diese Arbeit relevante Modus ist der Interferometric Wide Swath Mode, kurz IW Modus. Der große Vorteil dieser Einstellung ist, dass mit 250 km ein sehr breiter Streifen der Erdoberfläche beleuchtet wird. Dies führt zu einer vollständigen Beobachtung der Erde in einer relativ kurzen Zeit. Zusätzlich ist auch die geometrische Auflösung mit 5 m in Azimutrichtung und 20 m in Entfernungsrichtung hoch (European Space Agency, 2020).

### 2.2.3 Persistent Scatterer Interferometrie

Für die Detektion von Bodenbewegungen wird in der Regel die Radarinterferometrie oder kurz InSAR verwendet. Dabei handelt es sich um ein Messverfahren, dass aus der Differenz zweier SAR-Aufnahmen Interferogramme erzeugt. Aus der interferometrischen Phase bzw. aus der Phasendifferenz eines Pixels lassen sich dann Rückschlüsse auf Entfernungsänderungen zwischen dem Rückstreuer und dem Sensor ziehen. Aus diesen Änderungen wiederum lassen sich die Bodenbewegungen an Position des entsprechenden Pixels ableiten (Kalia et al., 2017).

Da die Entfernungsänderung nicht allein auf die Bewegung des Bodens  $\varphi_{Defo}$  zurückzuführen ist, müssen zur Bestimmung der Komponenten weitere Einflüsse untersucht werden. Ein weiterer Grund dafür ist beispielsweise die Aufnahmegeometrie  $\varphi_{Geometrie}$  durch leicht unterschiedliche Positionen des Satelliten zu den jeweiligen Aufnahmezeitpunkten der zwei SAR-Bilder. Auch die Geländehöhe bzw. Objektoberfläche  $\varphi_{Topo}$  und unterschiedliche atmosphärische Signalverzögerungen  $\varphi_{Atm}$  spielen eine Rolle. Alle zufälligen und nicht näher beschreibbaren Anteile des Messrauschens werden in  $\varphi_{Rauschen}$  zusammengefasst. Laut Yin (2020) setzt sich die interferometrische Phase  $\varphi_{InSAR}$  demnach aus den verschiedenen Anteilen, die in Formel (2.5) erwähnt werden, zusammen. Zusätzlich muss berücksichtigt werden, dass die gemessenen Phasenwerte Mehrdeutigkeiten im Bereich von  $+\pi$  bis  $-\pi$  aufweisen. Der Term  $n \cdot 2\pi$  in der Gleichung stellt diese Mehrdeutigkeit dar, wobei  $n$  die Anzahl der ganzen Wellenlängen ist. Die Bestimmung der Mehrdeutigkeit erfolgt mit Hilfe des sogenannten Phasenabwicklungsverfahren, dass in der Literatur auch als Phase Unwrapping bezeichnet wird.

$$n \cdot 2\pi + \varphi_{InSAR} = \varphi_{Geometrie} + \varphi_{Topo} + \varphi_{Defo} + \varphi_{Atm} + \varphi_{Rauschen} \quad (2.5)$$

Um aus einem Interferogramm nur die Entfernungsänderung zu erhalten, die aus der Deformation der Erde resultiert, müssen alle weiteren Anteile bestimmt und eliminiert werden. Die geometrisch und topographisch bedingten Anteile  $\varphi_{\text{Geometrie}}$  und  $\varphi_{\text{Topo}}$  lassen sich mit Hilfe der Satellitenpositionen und eines digitalen Geländemodells simulieren und anschließend reduzieren. Da solche Modelle in der Regel nicht vollkommen sind, verbleiben jedoch Restfehler. Die Orbitinformationen dagegen sind sehr präzise und deswegen sind daraus resultierende Fehler zu vernachlässigen. Die atmosphärischen Einflüsse  $\varphi_{\text{Atm}}$  können zum Teil zwar modelliert, aber nur bedingt aus den interferometrischen Phasen eliminiert werden. Der Anteil  $\varphi_{\text{Rauschen}}$  wird zudem stark von der zeitlichen und geometrischen Dekorrelation der SAR-Aufnahmen beeinflusst. Entstehen zwei Aufnahmen zeitlich stark verzögert oder ist die Basislinie zwischen den Aufnahmepositionen zu groß, kann es zudem zu Problemen bei der Mehrdeutigkeitsbestimmung kommen (Yin, 2020).

Die genannten Einflüsse auf die differentielle Phase des InSAR-Verfahrens führen gegebenenfalls zu unzuverlässigen und nicht aussagekräftigen Ergebnissen. Um dieses Problem zu lösen bzw. zu reduzieren wurde von Ferretti et al. (2001) die PSI-Methode entwickelt. Die Grundidee besteht darin, viele SAR-Bilder, die das selbe Gebiet abdecken und aus der selben Richtung aufgenommen wurden, gemeinsam zu analysieren, anstatt nur zwei SAR-Aufnahmen zu betrachten (Kalia et al., 2017). Die über einen langen Zeitraum gesammelten Aufnahmen nennen sich SAR-Stack oder SAR-Stapel. Eine solche Analyse wird jedoch nur für einzelne Pixel durchgeführt, deren Rückstreuungseigenschaften signifikant und über den gesamten Beobachtungszeitraum stabil genug sind, sogenannte Persistent Scatterer. In der Realität sind dies vor allem künstlich erzeugte Objekte, wie zum Beispiel Hausdächer. Die Trennung der verschiedenen, in Formel (2.5) aufgeführten, Anteile, die Einfluss auf die Entfernungsänderung haben, erfolgt laut Kalia et al. (2017) unter Verwendung der statistischen Eigenschaften der interferometrischen Phase, sowohl in räumlicher, als auch in zeitlicher Hinsicht. Dafür kann zum Beispiel ein robuster Ansatz auf Grundlage der Methode der kleinsten Quadrate verwendet werden. Aus den daraus ermittelten Entfernungsänderungen in Blickrichtung des Satelliten ergibt sich anschließend eine Zeitreihe. Aufgrund der Phasenmehrdeutigkeit beziehen sich die Änderungen der Entfernungen pro Zeitpunkt relativ auf einen Referenzpunkt im Stack, für den die Geschwindigkeit und Höhe bekannt ist.

## 2.3 Datengrundlage

Im Rahmen dieser Arbeit werden von der BGR bereitgestellte InSAR-Daten für die Ableitung von Bodenbewegungen verwendet. Die dafür notwendigen SAR-Aufnahmen stammen von Satelliten der Sentinel-1 Mission, die bereits in Kapitel 2.2.2 vorgestellt wurde. Diese wurden dann mit Hilfe des PSI-Verfahrens von der BGR vorprozessiert und verarbeitet. Im Zusammenhang mit dem Aufbau des Bodenbewegungsdienstes Deutschland (BBD) wurden die Daten dem LGLN in mehreren Teillieferungen zur Verfügung gestellt.

Tabelle 2.2 fasst die pro PSI-Punkt gelieferten und relevanten Informationen zusammen. Jeder Punkt stammt aus einem SAR-Stapel, dem eine eindeutige ID zugeordnet ist. Auch jeder PSI-Punkt selbst hat eine einmalige Identifikationsnummer. Zudem ist die dreidimensionale Position jedes persistenten Rückstreuers im Koordinatensystem UTM32N bekannt. Dies ermöglicht eine räumliche Betrachtung der Daten. Da sich die gegebenen Bewegungsinformationen auf die Line of Sight (LoS)-Richtung beziehen, ist zusätzlich die Projektion dieser Richtung auf die lokale Ost-, Nord- und Zenit-Richtung gegeben. Diese beinhalten indirekt den Azimut  $\alpha$  und den Einfallswinkel  $\theta$ , die in Kapitel 5 relevant werden. Darüber hinaus wird die mittlere Geschwindigkeit in der Einheit mm/Jahr, sowie die zeitliche Kohärenz mitgeliefert. Die bereitgestellten Bewegungsraten werden zunächst nur zu Visualisierungszwecke verwendet und im Laufe der Arbeit durch ein optimal angepasstes Bewegungsmodell ersetzt.

In der letzten Zeile der Tabelle 2.2 befindet sich mit der Zeitreihe die wichtigste Information. Diese beinhaltet die Entfernungsänderungen zwischen dem Sensor und dem persistenten Rückstreuer pro Zeitpunkt in Millimeter und beschreibt folglich den Bewegungsverlauf. Die Übergabe der Daten erfolgte in mehreren Teillieferungen, die unterschiedliche Zeiträume abdecken. Zunächst wurden nur PSI-Punkte aufsteigender Stacks bereitgestellt, die Zeitreihen von Ende 2014 bis Anfang 2018 beinhalten. Die genaue Zeitspanne der einzelnen Stacks unterscheidet sich zudem leicht. Später wurden auch die Daten der absteigenden Stacks für den Zeitraum Ende 2014 bis Anfang 2017 zur Verfügung gestellt. Da sich die Daten zeitlich bis auf ein Jahr vollständig überlappen, werden sie in der Auswertung als ein gemeinsamer Datensatz betrachtet. Im Jahr 2020 wurden erneut PSI-Punkte der Ascending-, als auch der Descending-Stacks geliefert. Der Zeitraum des neuen Datensatzes beginnt auch Anfang 2014, endet jedoch erst Anfang 2019.

- Datensatz 1: Ende 2014 - Anfang 2018 (2017)
- Datensatz 2: Ende 2014 - Anfang 2019

Je länger der abgedeckte Zeitraum ist, desto mehr SAR-Aufnahmen beinhaltet ein Stapel. Die aus einem großen Aufnahmezeitfenster abgeleiteten Bewegungsinformationen sind möglicherweise zuverlässiger, als die aus kurzen Zeiträumen. Aus diesem Grund werden beide Datensätze unabhängig voneinander ausgewertet und die Ergebnisse werden in Kapitel 6.2 miteinander verglichen. Für die Darstellung der Prozessierungskette wird jedoch nur der aktuellere Datensatz 2 verwendet.

**Tabelle 2.2:** Informationen pro PSI-Punkt

PS ID	ID eines Persistent Scatterers
Stack ID	ID eines SAR-Stacks
X	X Koordinate [m], UTM32N
Y	Y Koordinate [m], UTM32N
Z	Z Koordinate [m], UTM32N
Los East	Projektion der LoS- auf die lokale Ost-Richtung
Los North	Projektion der LoS- auf die lokale Nord-Richtung
Los Up	Projektion der LoS- auf die lokale Zenit-Richtung
Mean Velo	Mittlere Geschwindigkeit in LoS-Richtung [mm/Jahr]
Temp Coh	Zeitliche Kohärenz
Zeitreihe	Entfernung in LoS-Richtung pro Zeitpunkt [mm]

Die Präzision der mittleren Geschwindigkeit in LoS-Richtung wird durch viele Faktoren beeinflusst. Dazu zählen neben der Aufnahmezeitspanne, der Anzahl der SAR-Aufnahmen und der troposphärischen Laufzeitverzögerung auch Orbitfehler und das Signal-zu-Clutter-Verhältnis. Unter Clutter versteht man im Zusammenhang mit der Radartechnik Störsignale, die von anderen Objekten als dem gewünschten reflektiert werden. In Kalia et al. (2017) wird die Präzision durch zwei verschiedene Qualitätsmaße beschrieben. Die zeitliche Kohärenz eines PSI-Punktes kann als normalisiertes Signal-zu-Rausch-Verhältnis interpretiert werden. Darüber hinaus kann mit Hilfe einer Fehlerfortpflanzung die Standardabweichung der Geschwindigkeit bestimmt werden. Diese beträgt in den in dieser Arbeit verwendeten Datensätzen zwischen 0,2 mm/Jahr und 0,6 mm/Jahr. Die hohe Präzision resultiert aus den großen SAR-Stapeln mit fast 200 Beobachtungen.

Zusätzlich zur Präzision ist auch die Genauigkeit bzw. Richtigkeit der mittleren Geschwindigkeit aus den InSAR-Daten interessant. Um diese zu ermitteln werden in der Studie der BGR GNSS-Zeitreihen von SAPOS-Referenzstation hinzugezogen. Ein Beispiel hat gezeigt, dass die Geschwindigkeiten aus beiden Verfahren eine Differenz von gut 0,8 mm/Jahr aufweisen (Kalia et al., 2017). Die Abweichung kann aber auch mehrere Millimeter pro Jahr erreichen.

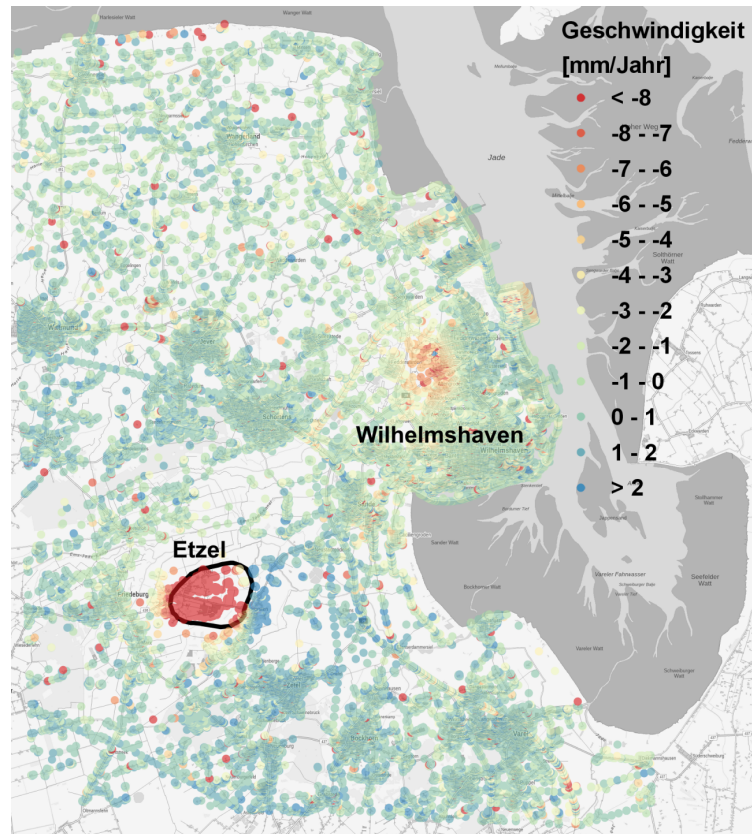
### 2.3.1 Untersuchungsgebiete

Um die Anwendung der erweiterten Prozessierungskette zur Ableitung von Bodenbewegungen aus InSAR-Daten zu prüfen, werden im Rahmen dieser Arbeit zwei Untersuchungsgebiete näher betrachtet und ausgewertet. Die Analyse kann mit Blick auf eine Berechnung für ganz Niedersachsen als Machbarkeitsstudie betrachtet werden. Die untersuchten Gebiete sind in Grafik 2.5 dargestellt. Das Gebiet in (a) deckt den Bereich westlich des Jadebusens ab und beinhaltet unter anderem die Stadt Wilhelmshaven und den Ort Etzel. Der zweite Bereich in (b) zeigt die Landeshauptstadt Hannover und ihre Region inklusive Wunstorf und dem Steinhuder Meer. Die Prozessierung der Daten wird Schritt für Schritt anhand des Gebietes in (a) erläutert. Von dem zweiten Untersuchungsgebiet werden lediglich die Ergebnisse betrachtet, um die Anwendbarkeit auf verschiedene Bereiche zu testen. Darüber hinaus stellt die Abbildung auch die gelieferten PSI-Punkte jeweils eines Stacks dar. Die Farbe der persistenten Rückstreuer symbolisiert die von der BGR mitgelieferte Geschwindigkeit in LoS-Richtung. Dabei steht rot und orange für eine relativ starke negative Geschwindigkeit, also eine Bewegung vom Sensor weg und blau für eine geringe positive Geschwindigkeit, also eine Bewegung in Richtung des Sensors. Zusätzlich sind auch die in den Untersuchungsgebieten vom LGLN nachgewiesenen Bodenbewegungsgebiete gekennzeichnet. Das Hauptaugenmerk dieser Arbeit liegt auf der Weiterverarbeitung der PSI-Daten und der separaten Bestimmung der einzelnen Bodenbewegungskomponenten. Darüber hinaus ist für die Analyse und Interpretation der Ergebnisse auch die Geologie bzw. die wirtschaftliche Nutzung des Bodens von Bedeutung. Aus diesem Grund wird im Folgenden kurz auf untertägigen Bauwerke und Prozesse in den Bereichen der bekannten Bodenbewegungsgebiete eingegangen.

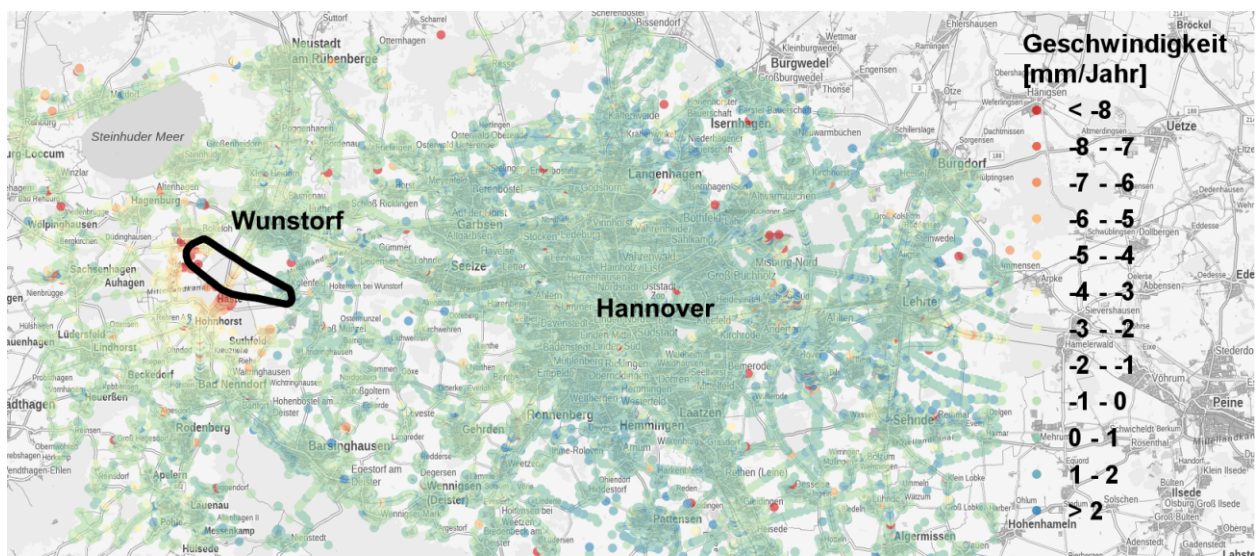
Das Senkungsgebiet in Etzel resultiert aus dem langjährigen Betrieb eines unterirdischen Öl- und Gasspeichers (Storage Etzel GmbH, 2017). Bereits im Jahr 1971 erteilte die Bundesregierung den Auftrag, dort eine Lagerstätte für 10 Millionen Tonnen Öl anzulegen. Der Standort wurde gewählt, da der sich dort befindliche Salzstock optimale Voraussetzungen bot. Er ist 12 km lang, fünf km breit und hat eine Tiefe von 750 m bis zu 4.000 m. Außerdem ist die Nähe zum Hafen ein wesentlicher Vorteil. Nicht nur wegen des Transports der Rohstoffe, auch aufgrund des Zugangs zu Seewasser, dass zum Ausspülen der Kavernen genutzt werden kann. Zunächst waren nur 33 Kavernen geplant. Im Jahr 1993 entstand dann zusätzlich zum Rohöl-speicher eine Gasbetriebsanlage. Mit der Zeit hat sich die Anzahl der Kavernen stetig erhöht. 2017 lag sie bei 75 Kavernen, die zusammen ein geometrisches Lagervolumen von 40 Millionen m<sup>3</sup> bieten. Da insgesamt 99 Kavernen genehmigt sind, kann in Zukunft von einer weiteren Vergrößerung des Standortes ausgegangen werden.

Auch im nördlichen Teil von Wilhelmshaven wird Rohöl in 36 Kavernen gespeichert (Nord West Kavernengesellschaft mbH, 2020). Der Standort Rüstringen soll zudem vergrößert werden und weitere Speicher befinden sich bereits im Bau. Mit bis zu 800.000 m<sup>3</sup> ist das Volumen der Speicherstätte jedoch deutlich geringer als am Standort in Etzel. Aus diesem Grund sind auch die Senkungen vergleichsweise gering, sodass das Gebiet vom LGLN bisher noch nicht als nachgewiesenes Bodenbewegungsgebiet betitelt wird. Die Grafik in 2.5 (a) zeigt jedoch auch dort teils starke negative LoS-Geschwindigkeiten, sodass eine nähere Betrachtung des Gebietes durchaus sinnvoll ist.

Das in Abbildung 2.5 (b) eingezeichnete Bodenbewegungsgebiet bei Hannover resultiert, anders als die beiden Gebiete bei Wilhelmshaven, aus dem Abbau von Kalisalzen (K+S AG, 2019). Das ehemalige Kaliwerk Sigmundshall befindet sich in Wunstorf im Ortsteil Bokeloh, gut 20 km westlich von Hannover und im Süd-Osten des Steinhuder Meers. Der Salzstock erstreckt sich mit einer mittleren Breite von rund einem Kilometer über eine Länge von rund 12 km in Nord-West Richtung. Der Abbau erfolgte bis zu einer Tiefe von 1400 Metern. Das Werk wurde bereits im Jahr 1898 im Zuge des Kalibooms in Betrieb genommen. Im Jahr 2003 überschritt die Fördermenge erstmals die Marke von 3 Millionen Tonnen. Im Dezember 2018 wurde die Förderung nach 120 Jahren und insgesamt rund 130 Millionen Tonnen Rohsalz eingestellt.



(a) Wilhelmshaven - Etzel



(b) Hannover - Wunstorf

Abbildung 2.5: Untersuchungsgebiete





## 3 Zeitreihenanalyse und Ausreißerfilterung

Dieses Kapitel beschäftigt sich mit der Analyse von PSI-Zeitreihen und der Aufdeckung von Ausreißern. Bevor mit der Bestimmung und Modellierung der Bodenbewegungen begonnen werden kann, müssen unpräzise Beobachtungen detektiert und aus dem Datenmaterial entfernt werden. Dazu wird in Kapitel 3.1 eine detaillierte Untersuchung der aus der Persistent Scatterer Interferometrie gewonnenen Zeitreihen durchgeführt. Neben der Eliminierung von groben Ausreißern innerhalb einer Zeitreihe, erfolgt die Schätzung des Trends mit Hilfe der Methode der Modellerweiterung und dem Ansatz der orthogonalen Polynome. Zusätzlich findet ein Vergleich der beiden Methoden statt. Darüber hinaus werden die Zeitreihen auf Schwingungen überprüft und ggf. werden die saisonalen Effekte ebenfalls modelliert. Anschließend werden die Geschwindigkeiten inklusive Genauigkeitsbetrachtung aus dem festgelegtem Modell abgeleitet. Zum Abschluss der zeitlichen Analyse erfolgt eine Selektion und Eliminierung von PSI-Punkten mit einem zu hohem Messrauschen. In Kapitel 3.2 folgt eine räumliche Analyse der Geschwindigkeiten und eine weitere Detektion von Ausreißern auf Grundlage einer Nachbarschaftsuntersuchung. All diese Schritte werden im Sinne einer Qualitätssicherung durchgeführt.

### 3.1 Zeitliche Analyse

Im ersten Schritt der Zeitreihenanalyse und Ausreißerfilterung wird jeder PSI-Punkt separat betrachtet. Das Ziel ist, für jede Zeitreihe einen Satz Modellparameter zu schätzen, aus dem anschließend die Geschwindigkeit in der Einheit mm/Jahr abgeleitet werden kann. Hierbei besteht die Herausforderung vor allem darin, den richtigen funktionalen Zusammenhang zu finden. Denn je nach Lage des PSI-Punktes kann die Zeitreihe zum Beispiel statisch sein, einen eindeutigen Trend in Form einer Senkung bzw. Hebung oder sogar eine Schwingung aufweisen. Daraus resultieren verschiedene Modelle und Parameter, die aufgrund der großen Anzahl an PSI-Punkten mit Hilfe performanter Algorithmen automatisiert festgelegt werden müssen. Darüber hinaus sollen nicht vertrauenswürdige Zeitreihen als Ausreißer detektiert und aus der weiteren Berechnung ausgeschlossen werden.

Zur Veranschaulichung der nachfolgenden Prozessierungen werden alle Schritte der zeitlichen Analyse anhand der in Abbildung 3.2 beispielhaft dargestellten Zeitreihen diskutiert. Abbildung 3.1 zeigt zudem die Lage der zu diesen Zeitreihen gehörenden PSI-Punkte. Die Farbe der Punkte stellt dabei die von der BGR mitgelieferte Geschwindigkeit in mm/Jahr dar. Rot visualisiert eine relativ starke Senkung, blau eine leichte Hebung und grün weist auf nahezu stabile Gebiete hin. Anhand des grünen Kreuzes wird ersichtlich, dass sich die Zeitreihe in Abbildung 3.2 (a) in einer stabilen Umgebung befindet. Genau genommen befindet sich dieser PSI-Punkt im Gewerbegebiet von Schortens, einer Stadt östlich von Wilhelmshaven. Die Zeitreihe in (b) dagegen befindet sich in dem Bodenbewegungsgebiet bei Etzel und wird dementsprechend durch das rote Kreuz symbolisiert. Auf den ersten Blick ist klar, dass sich die beiden Zeitreihen stark unterscheiden und für die Beschreibung durch ein Modell unterschiedliche Parameter angesetzt werden müssen. In den folgenden Kapiteln werden alle notwendigen Berechnungsschritte ausführlich erläutert und diskutiert.

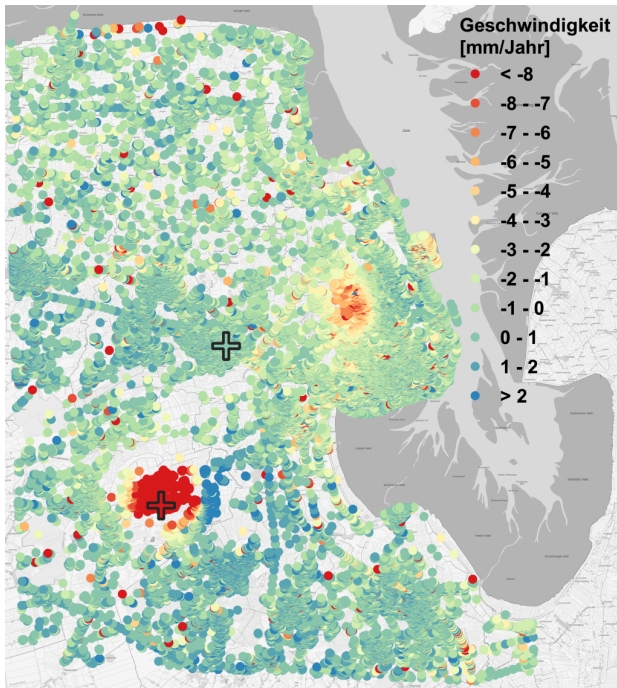
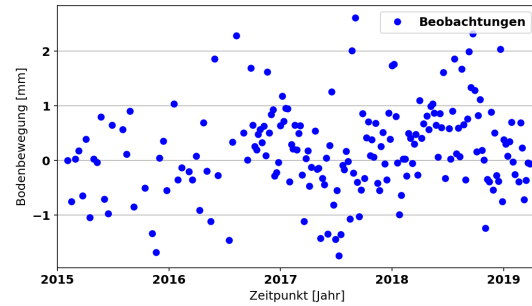
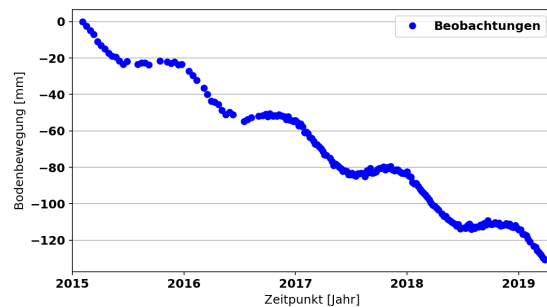


Abbildung 3.1: Positionen der beispielhaften PSI-Zeitreihen



(a) Stabile Umgebung



(b) Bodenbewegungsgebiet

Abbildung 3.2: Beispielhafte PSI-Zeitreihen

### 3.1.1 Grobe Ausreißer

Bevor für die einzelnen PSI-Zeitreihen eine Modellannahme getroffen wird, werden grobe Ausreißer aus dem Datenmaterial entfernt. Dies hat den Vorteil, dass die Modellwahl nicht von potentiell auftretenden starken Ausreißern beeinflusst wird. Dementsprechend muss jedoch eine Methode genutzt werden, die keine Kenntnis über das Modell erfordert. Dafür kommt der gewichtete gleitende Mittelwert zum Einsatz. Dabei handelt es sich um einen Tiefpassfilter, der die Datenreihe glättet und dadurch sehr hochfrequente Anteile, wie z.B. Rauschen, entfernt. Die Berechnung des gewichteten gleitenden Mittelwertes  $y_i^{GM}$  erfolgt nach Niemeier (2008) über die Formel (3.1). Dabei entspricht  $i = 1 \dots n$  dem Index einer Beobachtung in der Zeitreihe und  $j = i - \frac{m-1}{2} \dots i + \frac{m-1}{2}$  dem Index der in die Berechnung einfließenden Beobachtung.

$$y_i^{GM} = \frac{p_j \cdot y_j + p_{j+1} \cdot y_{j+1} + \dots}{p_j + p_{j+1} + \dots} = \frac{\sum^j p_j \cdot y_j}{\sum^j p_j} \quad (3.1)$$

$y_j$  : Beobachtung an der Stelle  $j$

$p_j$  : Gewicht der Beobachtung an der Stelle  $j$

Aus der Formel (3.1) wird ersichtlich, dass für jede Beobachtung  $i$  der Zeitreihe der gewichtete Mittelwert aus den Beobachtungen der benachbarten Zeitpunkte berechnet wird. Die Gewichte entsprechen dabei der inversen zeitlichen Distanz der entsprechenden Beobachtung zum Messwert an der Stelle  $i$ . Der Hyperparameter  $m$  definiert die Anzahl der Zeitpunkte, die in die Berechnung eines Mittelwertes einfließen und wird auch als Filtermaske bezeichnet. Wird diese zu groß gewählt, ist die Glättung gegebenenfalls zu stark und der Mittelwert bildet die Zeitreihe nicht optimal ab. Ist der Parameter dagegen zu klein gewählt, passt sich der Mittelwert den Beobachtungen nahezu vollständig an, wodurch ebenfalls kein Mehrwert entsteht. Deshalb ist es wichtig, dass die Größe der Filtermaske sorgfältig und den Daten entsprechend gewählt wird.

Bei der Anwendung dieser Berechnung auf die PSI-Zeitreihen muss jedoch berücksichtigt werden, dass die zeitlichen Abstände zwischen den Beobachtungen nicht immer konstant sind. Durch den Start des zweiten Satelliten Sentinel-1B im April 2016 hat sich die zeitliche Auflösung im Laufe des Aufnahmezeitraumes von 12 Tage auf 6 Tage erhöht. Zudem kann es punktuell zu Datenlücken kommen. Aus diesen Gründen wird bei der Berechnung des gewichteten gleitenden Mittelwertes hier nicht die Anzahl der benachbarten Punkte, sondern der Zeitraum, in dem die benachbarten Punkte berücksichtigt werden sollen, festgelegt. Dadurch kann die Anzahl der Punkte, die in die Berechnung des Mittelwertes an einem bestimmten Zeitpunkt einfließen, variieren.

Abbildung 3.3 verdeutlicht den Einfluss der Größe der Filtermaske auf die Berechnung des gewichteten gleitenden Mittelwertes. In (a) und (b) erfolgt die Berechnung mit Hilfe einer Filtermaske von 3 Monaten. Das bedeutet, dass für jeden Zeitpunkt die Beobachtungen bis zu 1,5 Monate vorher und nachher einbezogen werden. Im ersten Teil der Zeitreihe entspricht das rund acht Beobachtungen und ab April 2016 sind es dann rund 15 Zeitpunkte. Die Grafik in (a) zeigt deutlich, dass die extrem hochfrequenten Anteile im gleitenden Mittelwert geglättet werden. Trotzdem passt er sich der leichten Schwingung der Beobachtungen an und bildet den Verlauf der Zeitreihe gut ab. Auch die Datenreihe mit starkem Trend und überlagerter Schwingung in Grafik (b) lässt sich durch den gleitenden Mittelwert mit einer Filtermaske von 3 Monaten gut beschreiben.

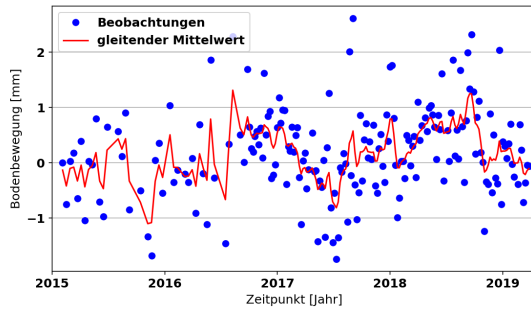
In (c) und (d) wird für dieselben Zeitreihen eine deutlich größere Filtermaske von 18 Monaten verwendet. Dadurch werden mehr Beobachtungen in die Berechnung einbezogen, wodurch die Glättung, trotz der geringeren Gewichtung weit entfernter Daten, stärker wird. Im Falle einer nahezu stabilen Zeitreihe wie in (c) kann eine große Maske durchaus zu plausiblen Ergebnissen führen, da so das Rauschen noch weiter reduziert werden kann. Bei Datenreihen mit Trend oder Schwingung kommt es durch solch eine Filtermaske jedoch zu einer starken Glättung, wodurch der Beobachtungsverlauf nicht mehr optimal abgebildet werden kann. In (d) wird deutlich, dass die Amplitude der Schwingung leicht verringert wird, wodurch der gleitende Mittelwert zum Teil unter- bzw. oberhalb der Beobachtungen liegt.

Die Grafiken (e) und (f) zeigen die Ergebnisse nach Verwendung einer sehr kleinen Filtermaske von nur 15 Tagen. Anhand der Zeitreihe in der stabilen Umgebung in (e) wird deutlich, dass sich der gleitende Mittelwert zum Teil gänzlich und zum Teil stark den Beobachtungen anpasst. In der ersten Hälfte der Zeitreihe entspricht der Mittelwert eines Zeitpunktes exakt der Beobachtung an dieser Stelle. Der Grund dafür ist, dass innerhalb der Filtermaske keine weiteren Beobachtungen vorliegen. Es fällt jedoch auf, dass sich der gleitende Mittelwert ab April 2016 nicht mehr vollständig den Beobachtungen anpasst. Dort ändern sich die zeitlichen Abstände der Satellitenaufnahmen und deswegen fallen in diesem Bereich jeweils 3 Beobachtungen in die Filtermaske, wodurch eine sehr leichte Glättung entsteht. Da die Zeitreihe in (f) eine sehr starke Absenkung aufweist und dadurch einen viel größeren Wertebereich abdeckt, hat das Rauschen gegenüber dem Signal kaum Einfluss. Aus diesem Grund kann die Zeitreihe auch mit einer sehr kleinen Filtermaske durch den gleitenden Mittelwert abgebildet werden.

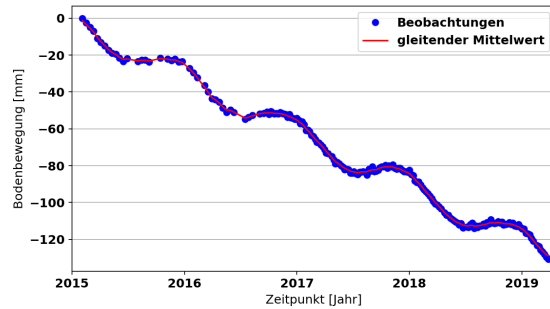
Für die massenhafte Berechnung des gewichteten gleitenden Mittelwertes aller PSI-Zeitreihen muss eine Filtermaske gewählt werden, die sowohl für stabile Zeitreihen, als auch für solche in einem Bodenbewegungsgebiet sinnvolle bzw. möglichst optimale Ergebnisse liefert. Auf Grundlage der dargestellten Beispiele wird eine Maske von 3 Monaten verwendet.

Der gleitende Mittelwert wird im Zusammenhang mit der Detektion der groben Ausreißer als optimale, vom Rauschen befreite, Zeitreihe betrachtet. Da die einzelnen Beobachtungen einer Zeitreihe gleichgenau und unkorreliert sind, wird als zusätzliches Qualitätsmerkmal für jeden Zeitpunkt, wie Formel (3.2) zeigt, die Differenz zwischen Beobachtung und Mittelwert gebildet.

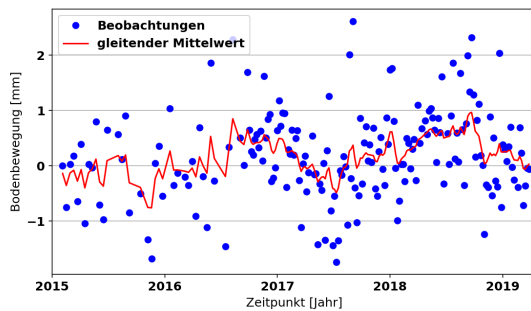
$$\text{Differenz zum gleitenden Mittelwert: } \Delta y_i = y_i - y_i^{GM} \quad (3.2)$$



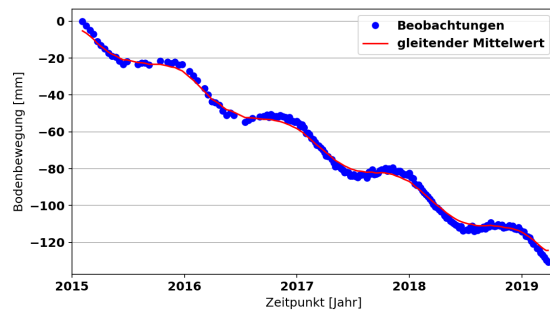
(a) Stabile Umgebung - Filtermaske: 3 Monate



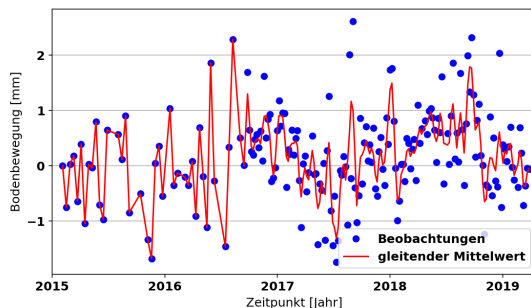
(b) Bodenbewegungsgebiet - Filtermaske: 3 Monate



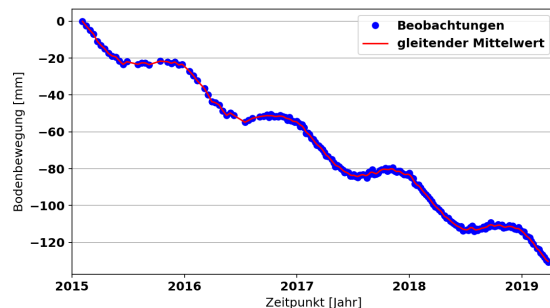
(c) Stabile Umgebung - Filtermaske: 18 Monate



(d) Bodenbewegungsgebiet - Filtermaske: 18 Monate



(e) Stabile Umgebung - Filtermaske: 0,5 Monate



(f) Bodenbewegungsgebiet - Filtermaske: 0,5 Monate

**Abbildung 3.3:** Gleitender Mittelwert unter Verwendung verschiedener Filtermasken

Je größer  $\Delta y_i$  ist, desto schlechter wird die Qualität der Beobachtung eingestuft. An dieser Stelle wird deutlich, dass die Detektion der Ausreißer maßgeblich von der Berechnung des gleitenden Mittelwertes und dementsprechend von der Wahl der Filtermaske abhängt.

Abbildung 3.4 zeigt neben den Beobachtungen und dem gleitenden Mittelwert auch die Differenz in grün. Diese schwankt um Null herum, egal ob die Zeitreihe wie in (a) aus einer stabilen Umgebung stammt oder wie in (b) ein starkes Absinken aufweist. Dieses Verhalten resultiert aus der guten Annäherung des gleitenden Mittelwertes an die Beobachtungen und führt dazu, dass die Differenzen als Residuen interpretiert werden können. Um herauszufinden, welche Beobachtungen eine zu große Differenz zum gleitenden Mittelwert haben und dementsprechend aus der Zeitreihe eliminiert werden sollen, wird das Konfidenzintervall nach Jäger et al. (2005) bestimmt. Dafür werden die Differenzen als normalverteilt angenommen und der Mittelwert sowie die Standardabweichung

dieser zum gleitenden Mittelwert werden aus den Daten berechnet:

$$\text{Mittelwert: } \Delta\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \Delta y_i \quad \text{Standardabweichung: } \sigma_{\Delta\bar{y}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\Delta y_i - \Delta\bar{y})^2}{n}} \quad (3.3)$$

Um nun das symmetrische Vertrauensintervall bestimmen zu können, muss eine Irrtumswahrscheinlichkeit  $\alpha$  festgelegt werden. Da in diesem Fall nur die wirklich groben Ausreißer aus dem Datenmaterial entfernt werden sollen, wird  $\alpha = 1\%$  gesetzt. Dadurch ist die Wahrscheinlichkeit für einen Fehler 1. Art, also dass eine Beobachtung als Ausreißer definiert wird, obwohl sie keiner ist, sehr gering. Aus dem Mittelwert und der Standardabweichung der Zeitreihe, sowie aus dem Quantil der t-Verteilung können dann die Grenzen des Konfidenzintervalls berechnet werden:

$$\text{untere Grenze: } k_{unten} = \Delta\bar{y} - \sigma_{\Delta\bar{y}} \cdot t_{(1-\frac{\alpha}{2}, n-1)} \quad (3.4)$$

$$\text{obere Grenze: } k_{oben} = \Delta\bar{y} + \sigma_{\Delta\bar{y}} \cdot t_{(1-\frac{\alpha}{2}, n-1)} \quad (3.5)$$

Wie die Formeln zeigen, hängen die Grenzen direkt von den Beobachtungen ab und sind folglich von Zeitreihe zu Zeitreihe verschieden. Dies bedeutet auch, dass die Filterung selbst durch die Ausreißer beeinflusst wird. In Abbildung 3.4 ist das Vertrauensintervall anhand der rot gestrichelten Linien dargestellt. Beobachtungen, dessen Differenz zum gleitenden Mittelwert außerhalb dieses Intervalls liegen, sind rot gefärbt und werden für weitere Berechnungen aus der Zeitreihe entfernt. In (a) ist das Konfidenzintervall durch  $[-1,63 \text{ mm}; 1,61 \text{ mm}]$  definiert und in (b) wird es durch  $[-1,38 \text{ mm}; 1,38 \text{ mm}]$  beschrieben. Aufgrund des kleineren Intervalls lässt sich sagen, dass die Zeitreihe in (b) etwas besser durch den gleitenden Mittelwert abgebildet wird. In (a) werden nach Überprüfung der Datenpunkte 4 und in (b) 5 von insgesamt 189 Beobachtungen aus der weiteren Analyse eliminiert.

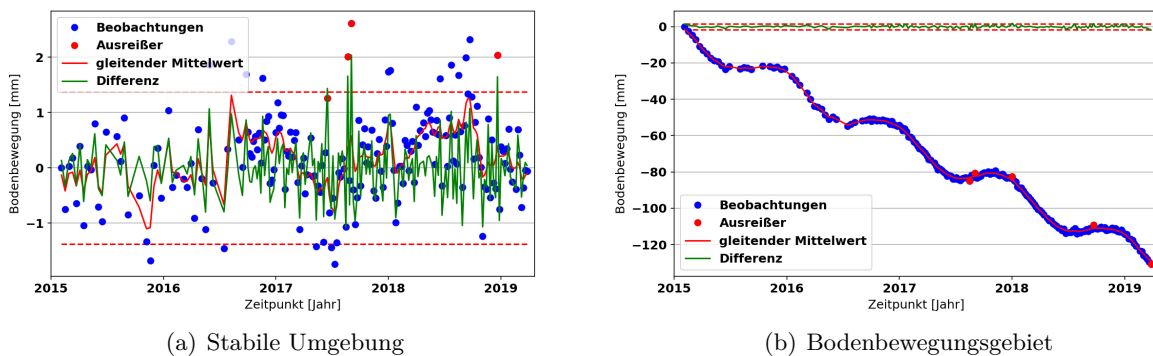


Abbildung 3.4: Differenz zum gleitenden Mittelwert und grobe Ausreißer

### 3.1.2 Trend - Modellerweiterung

Nachdem die groben Ausreißer aus dem Datenmaterial entfernt wurden, soll das funktionale Modell festgelegt werden. Anhand der beispielhaften Beobachtungen in Abbildung 3.2 wurde bereits deutlich, dass die Datenreihen verschiedene Modelle aufweisen und deswegen für jede Zeitreihe separat ein funktionaler Zusammenhang bestimmt werden muss. Im ersten Schritt der Modellwahl werden potentiell auftretende Schwingungen, wie in Abbildung 3.2 (b), vernachlässigt. Zunächst soll nur der globale Trend jeder Zeitreihe geschätzt werden. Dafür wird angenommen, dass ein Großteil der Zeitreihen, vor allem solche in stabilen Gebieten, statisch sind. In anderen Umgebungen, wie zum Beispiel in Bodenbewegungsgebieten, können sie aber auch ein Absinken bzw. eine Hebung aufweisen. Diese Phänomene wiederum könnten linear aber auch ungleichmäßig sein. All diese Verhalten

können durch Polynome verschiedener Grade abgebildet werden. Aus diesem Grund wird der funktionale Zusammenhang nach Caspary und Wichmann (2007) durch die Formel (3.6) beschrieben. Dabei entspricht  $\mathbf{x}$  dem Parametervektor mit den Parametern  $a_0$  bis  $a_g$  und  $g$  gibt den maximalen Grad des Polynoms an.

$$y_i = f(\mathbf{x}) = a_0 + a_1 \cdot t_i + a_2 \cdot t_i^2 + \dots + a_g \cdot t_i^g = \sum_{j=0}^g a_j \cdot t_i^j \quad (3.6)$$

$a_j$  : Polynomparameter vom Grad  $j$

$t_i$  : Zeitpunkt an der Stelle  $i$

Um für jede Zeitreihe den signifikanten Polynomgrad zu ermitteln, wird der Ansatz der Modellerweiterung mit Hypothesentest angewendet. Ausgehend vom Polynomgrad 0 werden mit Hilfe der Methode der kleinsten Quadrate die entsprechenden Parameter geschätzt. Dabei wird iterativ der Polynomgrad und damit auch die Anzahl an Parameter erhöht. In jeder Iteration wird mit Hilfe eines statistischen Hypothesentests die Signifikanz des hinzugefügten Parameters überprüft und dadurch das Modell bestimmt.

Formel (3.7) beschreibt das in der Ausgleichsrechnung bekannte Gauß-Markov-Modell (GMM). Im ersten Schritt der ersten Iteration erfolgt die Ausgleichung nach der Methode der kleinsten Quadrate für ein Polynom vom Grad 0. Dabei beschreibt  $\mathbf{l}$  den  $(n \times 1)$ -dimensionalen Beobachtungsvektor,  $\mathbf{A}$  die  $(n \times u)$  große Designmatrix und  $\mathbf{x}$  den  $(u \times 1)$ -großen Vektor der unbekannt Parameter. Die Variable  $n$  steht für die Anzahl der Beobachtungen und  $u$  für die Anzahl der Parameter. Da die Beobachtungen im vorliegenden Anwendungsfall gleichgenau und unkorreliert sind, handelt es sich bei der Gewichtsmatrix  $\mathbf{P}$  um eine  $(n \times n)$ -große Einheitsmatrix. Mit Hilfe des Formelapparates (3.8) bis (3.10) ergeben sich daraus die ausgeglichenen Parameter  $\hat{\mathbf{x}}$ , die ausgeglichenen Beobachtungen  $\hat{\mathbf{l}}$  und die ausgeglichenen Verbesserungen  $\hat{\mathbf{v}}$ , sowie die dazugehörigen Kofaktormatrizen  $\mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{x}}\hat{\mathbf{x}}}$ ,  $\mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{l}}\hat{\mathbf{l}}}$  und  $\mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{v}}\hat{\mathbf{v}}}$ . Die mit Formel (3.11) berechnete Quadratsumme der Residuen  $\hat{\Omega}$  wird im weiteren Verlauf für den Hypothesentest benötigt. Weitere Informationen zum GMM sind in Niemeier (2008) zu finden.

$$\text{Ausgangs-GMM:} \quad E(\mathbf{l}) = \mathbf{A} \cdot \mathbf{x} = H_0 \quad (3.7)$$

$$\hat{\mathbf{x}} = (\mathbf{A}^T \cdot \mathbf{P} \cdot \mathbf{A})^{-1} \cdot \mathbf{A}^T \cdot \mathbf{P} \cdot \mathbf{l} \quad \mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{x}}\hat{\mathbf{x}}} = (\mathbf{A}^T \cdot \mathbf{P} \cdot \mathbf{A})^{-1} \quad (3.8)$$

$$\hat{\mathbf{l}} = \mathbf{A} \cdot \hat{\mathbf{x}} \quad \mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{l}}\hat{\mathbf{l}}} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{x}}\hat{\mathbf{x}}} \cdot \mathbf{A}^T \quad (3.9)$$

$$\hat{\mathbf{v}} = \hat{\mathbf{l}} - \mathbf{l} \quad \mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{v}}\hat{\mathbf{v}}} = \mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{l}}\hat{\mathbf{l}}} - \mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{l}}\hat{\mathbf{l}}} \quad (3.10)$$

$$\hat{\Omega} = \hat{\mathbf{v}}^T \cdot \mathbf{P} \cdot \hat{\mathbf{v}} \quad (3.11)$$

Im zweiten Schritt derselben Iteration erfolgt die Ausgleichung des erweiterten GMMs nach Caspary und Wichmann (2007) mit Hilfe der Formeln (3.12) und (3.13). Dabei definiert der  $(p \times 1)$ -dimensionale Vektor  $\mathbf{y}$  die Zusatzparameter,  $\mathbf{B}$  die  $(n \times p)$ -große dazugehörige Designmatrix und die übrigen Variablen behalten ihre bisherige Bedeutung. Die Anzahl der Zusatzparameter  $p$  entspricht in jeder Iteration dem Wert 1, da Schritt für Schritt jeweils ein weiterer Parameter auf Signifikanz getestet wird. Mit Hilfe der Formeln (3.14) bis (3.16) können die ausgeglichenen Parameter bestimmt werden. Die Schätzwerte  $\hat{\mathbf{x}}_{\mathbf{A}}$  für  $\mathbf{x}$  im erweiterten Modell entsprechen dabei nicht den Schätzwerten  $\hat{\mathbf{x}}$  aus dem Ausgangs-GMM, da sie durch die Erweiterung des funktionalen Zusammenhangs auch von den ausgeglichenen Zusatzparametern  $\hat{\mathbf{y}}$  abhängen. Die quadratische gewichtete Norm des Ergänzungsterms  $\hat{\Omega}_R$  aus Formel (3.17) wird, wie auch die Residuenquadratsumme des

Ausgangs-GMMs  $\hat{\Omega}$ , im Folgenden für den Hypothesentest benötigt.

$$\text{Erweitertes GMM: } E(\mathbf{1}) = \mathbf{A} \cdot \mathbf{x} + \mathbf{B} \cdot \mathbf{y} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{y} \end{bmatrix} = H_A \quad (3.12)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A} & \mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{B} \\ \mathbf{B}^T \mathbf{P} \mathbf{A} & \mathbf{B}^T \mathbf{P} \mathbf{B} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}_A \\ \hat{\mathbf{y}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{1} \\ \mathbf{B}^T \mathbf{P} \mathbf{1} \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

$$\hat{\mathbf{y}} = (\mathbf{B}^T \cdot \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{v}}\hat{\mathbf{v}}} \cdot \mathbf{P} \cdot \mathbf{B})^{-1} \cdot \mathbf{B}^T \cdot \mathbf{P} \cdot (-\hat{\mathbf{v}}) \quad \mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{y}}\hat{\mathbf{y}}} = (\mathbf{B}^T \mathbf{P} \mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{v}}\hat{\mathbf{v}}} \mathbf{P} \mathbf{B})^{-1} \quad (3.14)$$

$$= \mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{y}}\hat{\mathbf{y}}} \cdot \mathbf{B}^T \cdot \mathbf{P} \cdot (-\hat{\mathbf{v}}) \quad \mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{v}}\hat{\mathbf{v}}} = \mathbf{Q}_{11} - \mathbf{A}(\mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \quad (3.15)$$

$$\hat{\mathbf{x}}_A = (\mathbf{A}^T \cdot \mathbf{P} \cdot \mathbf{A})^{-1} \cdot \mathbf{A}^T \cdot \mathbf{P} \cdot (\mathbf{1} - \mathbf{B} \cdot \hat{\mathbf{y}}) \neq \hat{\mathbf{x}} \quad (3.16)$$

$$\hat{\Omega}_R = \hat{\mathbf{y}}^T \cdot \mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{y}}\hat{\mathbf{y}}}^{-1} \cdot \hat{\mathbf{y}} = \hat{\mathbf{v}}^T \cdot \mathbf{P} \cdot \mathbf{B} \cdot \mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{y}}\hat{\mathbf{y}}} \cdot \mathbf{B}^T \cdot \mathbf{P} \cdot \hat{\mathbf{v}} \quad (3.17)$$

Mit Hilfe der Formel (3.18) bzw. (3.19) lässt sich die Residuenquadratsumme des erweiterten Modells berechnen.

$$\hat{\Omega}_A = \hat{\mathbf{v}}^T \cdot (\mathbf{I} - \mathbf{P} \cdot \mathbf{B} \cdot \mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{y}}\hat{\mathbf{y}}} \cdot \mathbf{B}^T \cdot \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{v}}\hat{\mathbf{v}}}) \cdot \mathbf{P} \cdot (\mathbf{I} - \mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{v}}\hat{\mathbf{v}}} \cdot \mathbf{P} \cdot \mathbf{B} \cdot \mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{y}}\hat{\mathbf{y}}} \cdot \mathbf{B}^T \cdot \mathbf{P}) \cdot \hat{\mathbf{v}} \quad (3.18)$$

$$= \hat{\Omega} - \hat{\Omega}_R \quad (3.19)$$

Zum Abschluss der ersten Iteration wird getestet, ob der Zusatzparameter  $\hat{\mathbf{y}}$  signifikant ist, oder nicht. Dabei entspricht die Formel (3.7) der Nullhypothese  $H_0$  und die Formel (3.12) der Alternativhypothese  $H_A$ . Anders könnten die Hypothesen auch wie in (3.20) formuliert werden.

$$H_0 : E(\hat{\mathbf{y}}) = 0 \quad H_A : E(\hat{\mathbf{y}}) \neq 0 \quad (3.20)$$

Da der a priori Varianzfaktor  $\sigma_0^2$  unbekannt ist, wird die Testgröße  $T$  bezüglich des a posteriori Varianzfaktors  $\hat{\sigma}_0^2$  verwendet. Formel (3.21) zeigt, dass die F-Verteilte Testgröße als Vergleich der Residuenquadratsummen bzw. Varianzen fungiert. Dabei gilt, dass  $\hat{\Omega}_R$  einen relativ großen Wert annimmt, wenn die Residuen des Ausgangsmodells groß und damit die Signifikanz eines zusätzlichen Parameters wahrscheinlich ist. Zudem folgt aus Formel (3.19), dass dann die Residuenquadratsumme des erweiterten GMMs  $\hat{\Omega}_A$  klein ist und die Testgröße dadurch insgesamt einen relativ großen Wert annimmt. Nimmt  $\hat{\Omega}_R$  dagegen einen kleinen Wert an, wird auch die Testgröße  $T$  klein. Der kritische Wert  $k$ , gegen den die Testgröße getestet wird, ergibt sich aus der Fisher-Verteilung. Er hängt neben der Anzahl der Zusatzparameter und der Redundanz des Ausgangsmodells auch von der Irrtumswahrscheinlichkeit  $\alpha$  ab. Diese wird mit  $\alpha = 5\%$  festgesetzt. Aus diesem Wert ergibt sich schließlich der Annahmehereich  $A$ , sowie der Verwerfungsbereich  $V$ . Nimmt die Testgröße einen Wert zwischen 0 und  $k$  an, so wird die Nullhypothese angenommen und die Modellerweiterung ist abgeschlossen. Ist  $T$  jedoch größer als  $k$ , wird der zusätzliche Parameter als signifikant eingestuft und es wird in folgenden Iterationen getestet, ob weitere Parameter relevant sind.

$$T = \frac{\hat{\Omega}_R/p}{\hat{\Omega}_A/(r-p)} \sim F_{p,r-p} \quad |H_0 \quad k = F_{p,r-p,1-\alpha} \quad (3.21)$$

$$A = [0, k] \quad V = (k, +\infty) \quad (3.22)$$

Abbildung 3.5 zeigt, dass für die Zeitreihe in der stabilen Umgebung in (a) ein Polynom vom Grad 0 als signifikant eingestuft wurde. In Anbetracht der Lage des PSI-Punktes und der Zeitreihe selbst ist diese Modellwahl als richtig zu bewerten. Die Zeitreihe in (b) befindet sich in einem Bodenbewegungsgebiet und weist dementsprechend eine starke Senkung auf. Hier wurde der Polynomgrad 1 als signifikant eingestuft und auch diese Entscheidung ist, da es an dieser Stelle nur um den globalen Trend und nicht um die saisonalen Schwingungen geht, korrekt.

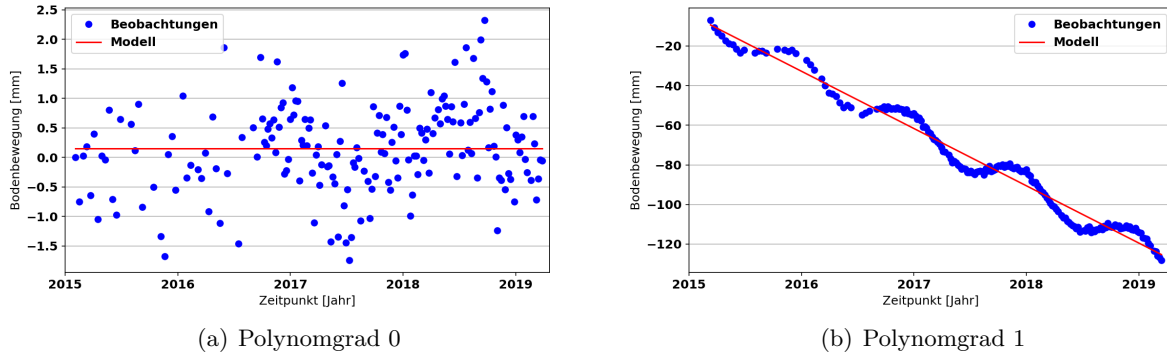


Abbildung 3.5: Polynomfunktionen nach Schätzung mittels Modellerweiterung

### 3.1.3 Trend - Orthogonale Polynome

Eine weitere Möglichkeit, den Polynomgrad einer Zeitreihe automatisiert mit Hilfe von Hypothesentests zu bestimmen, ist die Verwendung von orthogonalen Polynomen in Kombination mit der Methode der kleinsten Quadrate. Dieser Ansatz, insbesondere die Anwendung auf PSI-Daten, wurde von Busch und Linke (2014) bereits eingesetzt und wird im Folgenden getestet. Ein wesentlicher Vorteil der orthogonalen Polynome ist, dass ihre Parameter unabhängig voneinander sind. Dadurch muss die Ausgleichung nur einmal durchgeführt werden und im weiteren Verlauf wird lediglich die Signifikanz der Parameter getestet. Bei der Modellerweiterung unter Verwendung der klassischen Polynome aus Formel (3.6) dagegen muss die Schätzung aller Parameter in jeder Iteration wiederholt werden.

Zunächst wird der funktionale Zusammenhang vom klassischen Modell zum orthogonalen Polynom umgewandelt. Formel (3.23) zeigt das Ergebnis der Umformung.

$$y_i = f(\mathbf{x}) = \tilde{a}_0 z_i^{(0)} + \tilde{a}_1 z_i^{(1)} + \tilde{a}_2 z_i^{(2)} + \dots + \tilde{a}_g z_i^{(g)} \quad (3.23)$$

Nach Busch und Linke (2014) ergibt sich daraus  $\mathbf{Ax} = \mathbf{Zc}$ , wobei die  $(n \times u)$ -große Matrix  $\mathbf{Z}$  orthogonal ist, sodass  $\mathbf{Z}^T \mathbf{Z} = \mathbf{I}$  gilt. Der Vektor  $\mathbf{c}$  beinhaltet die Parameter  $\tilde{a}_0$  bis  $\tilde{a}_g$  der orthogonalen Polynome. Zudem wird die Normalgleichungsmatrix durch  $\mathbf{N} = \mathbf{A}^T \mathbf{A} = \mathbf{G} \mathbf{G}^T$  beschrieben. Dabei wird die symmetrische, positiv definite Matrix  $\mathbf{N}$  durch die Cholesky-Zerlegung in eine untere und obere Dreiecksmatrix  $\mathbf{G}$  zerlegt. Daraus wiederum ergibt sich die Transformation zwischen den Parametern zu  $\mathbf{c} = \mathbf{G}^T \mathbf{x}$ . Aus diesem Zusammenhang und  $\mathbf{Z} = \mathbf{A}(\mathbf{G}^T)^{-1}$  ergibt sich schließlich Formel (3.24).

$$\mathbf{Zc} = \mathbf{A}(\mathbf{G}^T)^{-1} \mathbf{G}^T \mathbf{x} = \mathbf{Ax} \quad (3.24)$$

Wie bereits an der Normalgleichungsmatrix ersichtlich, wird die Gewichtsmatrix  $\mathbf{P}$  vernachlässigt, da die Beobachtungen gleichgenau und unkorreliert sind. Aus der Schätzung der Parameter im klassischen Modell in Formel (3.25), ergibt sich die Schätzung für die Parameter der orthogonalen Polynome zu (3.26). Über die Formel (3.27) kann dann die Rücktransformation zu den klassisch interpretierbaren Polynomparametern erfolgen.

$$\text{Parameter (klassisches Modell): } \hat{\mathbf{x}} = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{1} \quad (3.25)$$

$$\text{Parameter (orthogonale Polynome): } \mathbf{c} = (\mathbf{Z}^T \mathbf{Z})^{-1} \mathbf{Z}^T \mathbf{1} = \mathbf{Z}^T \mathbf{1} \quad (3.26)$$

$$\text{Transformation: } \hat{\mathbf{x}} = (\mathbf{G}^T)^{-1} \mathbf{c} \quad (3.27)$$



Die Festlegung des Polynomgrades mit Hilfe der orthogonalen Polynome erfolgt nach Busch und Linke (2014) ähnlich wie in einem GMM mit Restriktionen. Dabei wird im ersten Schritt die beschriebene Ausgleichung der orthogonalen Polynome für einen maximalen Grad von 7 durchgeführt. Zusätzlich wird aus den Verbesserungen  $\hat{\mathbf{v}}$  mit Hilfe der Formeln (3.28) die Varianz der Gewichtseinheit  $\hat{\sigma}_0^2$  berechnet, da sie im weiteren Verlauf für den Hypothesentest benötigt wird.

$$\hat{\mathbf{I}} = \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}} \qquad \hat{\mathbf{v}} = \hat{\mathbf{I}} - \mathbf{1} \qquad \hat{\sigma}_0^2 = \frac{\hat{\mathbf{v}}^T \hat{\mathbf{v}}}{n - u} \quad (3.28)$$

Im zweiten Schritt wird die Signifikanz der einzelnen Parameter durch die Einführung von  $r$  Bedingungen überprüft. In der ersten Iteration wird getestet, ob der zum höchsten Grad gehörende Parameter zu Null gesetzt werden kann, ohne dass sich die Residuenquadratsumme signifikant erhöht. Dabei besagt die Nullhypothese  $H_0$ , wie in Formel (3.29) zu erkennen, dass der Parameter zu Null gesetzt werden kann und die Alternativhypothese, dass dieser Parameter signifikant, also ungleich Null ist. Um diese Hypothesen zu überprüfen, werden die ausgeglichenen Parameter im bedingten Modell als Beobachtungen verwendet.

$$H_0 : x_7 = 0 \text{ bzw. } \mathbf{H}\mathbf{x} = \mathbf{w} \qquad H_A : x_7 \neq 0 \text{ bzw. } \mathbf{H}\mathbf{x} \neq \mathbf{w} \quad (3.29)$$

$$\text{Bedingungsmatrix } \mathbf{H} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\text{Polynomparameter } \mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_0 & x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 & x_6 & x_7 \end{bmatrix}^T$$

$$\text{Widerspruchsvektor } \mathbf{w} = \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix}$$

Ob sich die Verbesserungsquadratsumme durch die  $r$  Restriktion signifikant erhöht hat, wird anhand der Größe in (3.30) und der Testgröße  $T$  in (3.31) überprüft. Anhand der Fisher-Verteilung wird mit einer Irrtumswahrscheinlichkeit von  $\alpha = 1\%$  und einer Gesamtredundanz  $f$  untersucht, ob der Unterschied der Varianzen auf eine unterschiedliche Grundgesamtheit hindeutet. Die Nullhypothese  $H_0$  wird dabei abgelehnt, wenn  $T$  größer als das Quantil ist. In diesem Fall wird davon ausgegangen, dass der zum höchsten Grad gehörende Parameter signifikant ist und damit kann das Modell festgelegt werden.

$$R = (\mathbf{H}\hat{\mathbf{x}} - \mathbf{w})^T \cdot (\mathbf{H}(\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{H}^T)^{-1} \cdot (\mathbf{H}\hat{\mathbf{x}} - \mathbf{w}) \quad (3.30)$$

$$T = \frac{R}{r \cdot \hat{\sigma}_0^2} \sim F_{r,f} \quad |H_0 \quad (3.31)$$

Für den Fall, dass die Testgröße  $T$  kleiner als der kritische Wert ist, wird in einer zweiten Iteration eine weitere Bedingung eingeführt, die besagt, dass auch der zum zweitgrößten Grad gehörende Parameter  $x_6$  gleich Null ist. Der Hypothesentest wird mit einer aktualisierten Bedingungsmatrix und einem erweitertem Widerspruchsvektor in Formel (3.32) erneut durchgeführt, bis die Nullhypothese abgelehnt wird.

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \qquad \mathbf{w} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.32)$$

Abbildung 3.6 zeigt die Ergebnisse der Modellbestimmung nach der Ausgleichung über die orthogonalen Polynome. Sowohl für die Zeitreihe in der stabilen Umgebung in (a), als auch für die in dem Bodenbewegungsgebiet in (b) wurde ein Polynomgrad von 7 als signifikant eingestuft. Die Grafiken zeigen, dass sich das Modell mit dem relativ hohen Grad dem Rauschen bzw. den Schwingungen annähert. Allerdings kann eine Schwingung niemals durch ein Polynom abgebildet werden. In beiden Fällen spiegelt das als signifikant eingestufte Polynom nicht den übergeordneten Trend wieder, weswegen für die Prozessierung der Daten die Methode der Modellerweiterung gewählt wird.

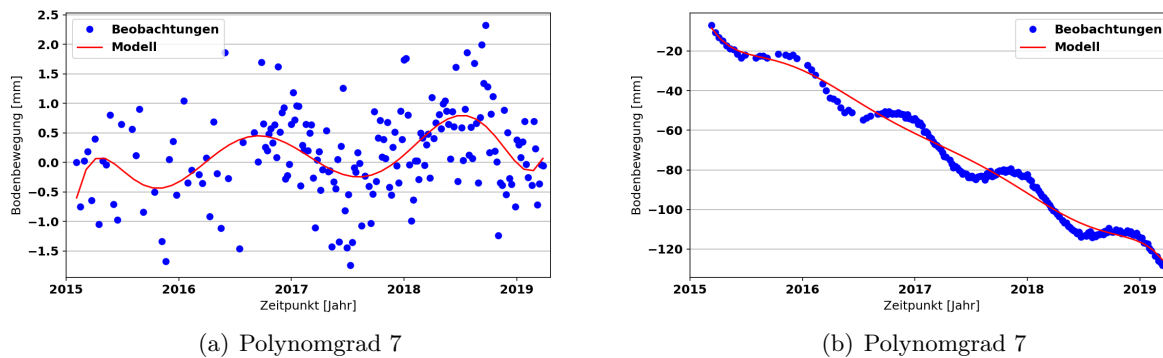


Abbildung 3.6: Polynomfunktionen nach Schätzung mittels orthogonaler Polynome

Die Grafiken in Abbildung 3.7 verdeutlichen das Problem bei der Schätzung des Polynomgrades mit Hilfe der orthogonalen Polynome. Die Farbe der PSI-Punkte symbolisiert den Grad des Polynoms. In (a) erfolgt die Festlegung des Polynommodells über die Methode der Modellerweiterung und in (b) über den Ansatz der orthogonalen Polynome.

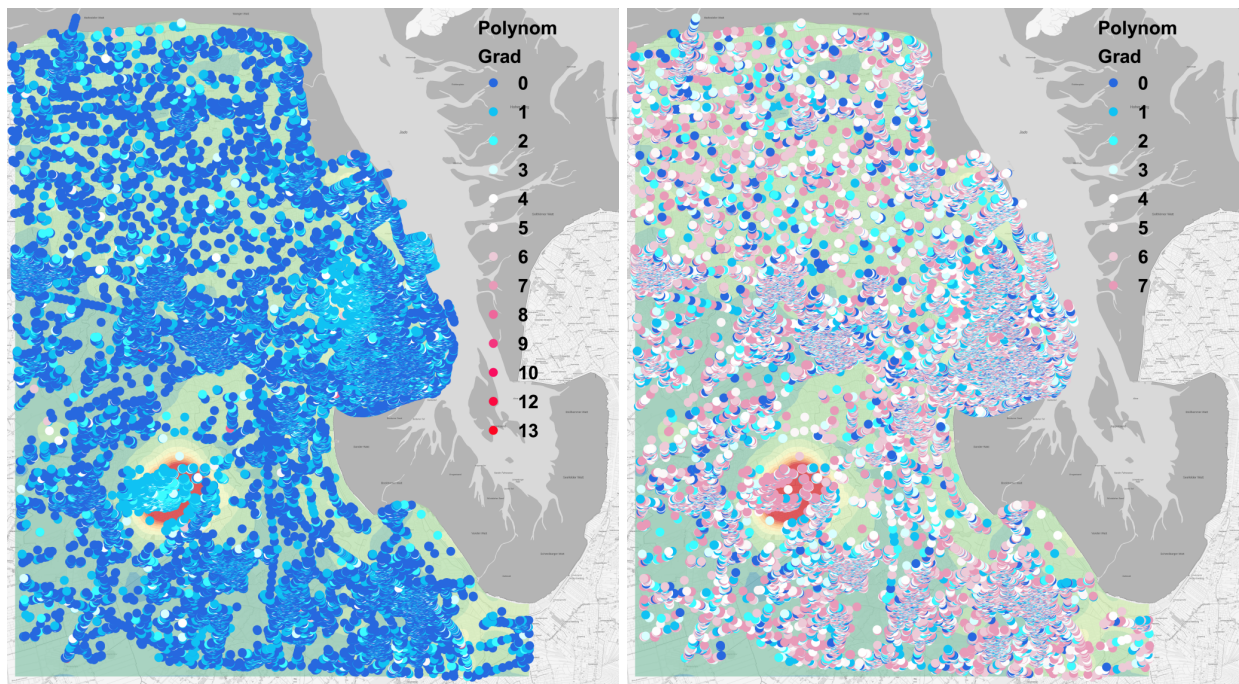
Anhand der Farbgebung wird bereits auf den ersten Blick deutlich, dass in (a) ein Großteil der Zeitreihen einen Polynomgrad von 0 aufweisen, also als statisch bzw. stabil eingestuft werden. In Anbetracht dessen, dass in Niedersachsen in den meisten Gebieten keine Bodenbewegungen auftreten, ist dieses Ergebnis durchaus realistisch. Zudem gibt es einige Zeitreihen, denen ein Grad von 1 oder 2 zugeordnet wurde. Diese PSI-Punkte befinden sich vorwiegend in den bekannten Senkungsgebieten, in denen ein höherer Polynomgrad zu erwarten ist. Vereinzelt treten auch Zeitreihen mit höheren Graden auf. Diese spiegeln entweder das punktuelle Verhalten eines Objektes wider oder sind stark verrauscht.

In (b), nach Festlegung des Grades über die Ausgleichung mittels orthogonaler Polynome, zeigt sich ein deutlich verrauschteres Bild. Sehr vielen Zeitreihen wurde ein hoher Grad zwischen 4 und 7 zugeordnet. Dies ist sehr unrealistisch, da ein Großteil des abgebildeten Gebietes stabil ist und somit der Grad 0 am häufigsten auftreten müsste. Auffällig ist auch, dass sich die Bodenbewegungsgebiete, im Gegensatz zu der Grafik in (a), anhand des Grades nicht abgrenzen lassen. Das Ergebnis der Bestimmung des Polynomgrades nach Ausgleichung mittels orthogonaler Polynome spiegelt nicht die Realität wider und wird deswegen nicht weiter verwendet.

Tabelle 3.1 belegt den Eindruck aus den Grafiken in Abbildung 3.7 mit Zahlen. Mit Hilfe des Ansatzes der Modellerweiterung wurden insgesamt ca. 61% der Zeitreihen der Grad 0 und in etwa 25% der Grad 1 zugeordnet. Alle weiteren Grade haben nur einen geringen Anteil. Nach Anwendung der Methode der orthogonalen Polynome haben mit ca. 31% die meisten Zeitreihen den Grad 7. Den zweitgrößten Anteil hat Grad 6 mit ca. 17% und alle weiteren Grade haben Häufigkeiten zwischen 6% und 11%.

### 3.1.4 Schwingung

Wie anhand der beispielhaften Zeitreihe in Abbildung 3.2 (b) bereits deutlich wurde, gibt es einige Zeitreihen, die neben einem Trend auch eine Schwingung aufweisen. Diese periodischen Signale können verschiedene Ursachen haben. Mögliche Gründe dafür sind jahreszeitliche Schwankungen aufgrund von Bodenfeuchte oder Bodenfrost. Aber auch das kontinuierliche Zu- und Abführen von Erdgas oder Erdöl in die dafür vorgesehenen Kavernen kann zu einer saisonalen Hebung bzw. Senkung des Bodens führen. Hinzu kommt, dass die Zeitreihen vereinzelt auch das individuelle Bewegungsverhalten von Objekten auf der Erdoberfläche widerspiegeln können, die ggf. auch Schwingungen aufweisen.



(a) Modellerweiterung

(b) Orthogonale Polynome

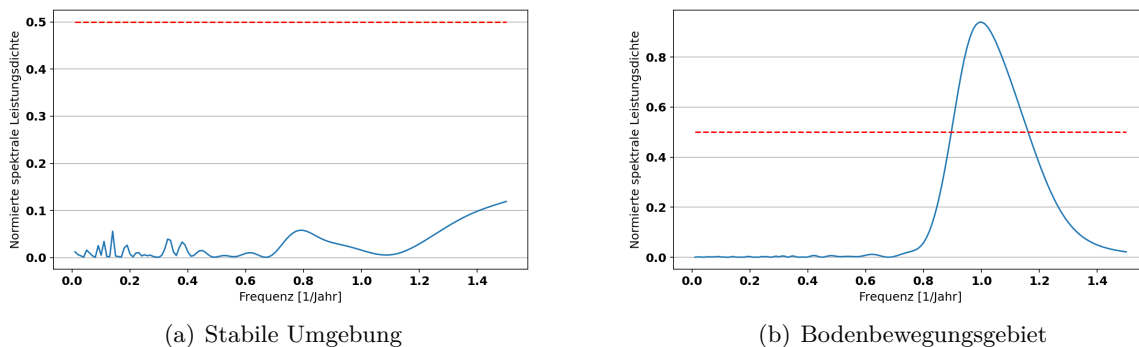
**Abbildung 3.7:** *Polynomgrade der PSI-Zeitreihen in der Umgebung von WHV***Tabelle 3.1:** *Signifikante Polynomgrade der PSI-Zeitreihen*

Polynomgrad	Modellerweiterung		Orthogonale Polynome	
	#	[%]	#	[%]
0	67369	61,7	8108	7,5
1	28193	25,7	10974	10,1
2	9300	8,5	6268	5,8
3	2668	2,4	6683	6,1
4	1167	1,1	12173	11,2
5	363	0,3	11779	10,8
6	139	0,1	18873	17,3
7	56	0,1	33931	31,2
>7	24	0,02	0	0,0
Summe	109549	100	108789	100

Zunächst muss festgestellt werden, ob ein PSI-Punkt eine Schwingung aufweist oder die Annahme eines Polynoms ausreicht. Theoretisch könnte dies, wie auch die Festlegung des Polynomgrades in Kapitel 3.1.2, über den Ansatz der Modellerweiterung gelöst werden. In der Praxis jedoch ist der funktionale Zusammenhang einer harmonischen Schwingung nicht linear, sodass für die zu schätzenden Parameter Näherungswerte benötigt werden. Da diese nicht vorliegen, kann die Methode nicht ohne weiteres angewendet werden.

Aus diesem Grund wird das Lomb-Scargle Periodogramm verwendet, um herauszufinden, ob eine Zeitreihe eine Schwingung aufweist oder nicht. Laut VanderPlas (2018) ist dies eine sehr bekannte Methode, um periodische Signale zu erkennen und zu charakterisieren. Ein wesentlicher Vorteil dieses Algorithmus ist, dass er auch auf Zeitreihen mit nicht äquidistanten Stützstellen, wie die PSI-Zeitreihen, angewendet werden kann. Die Berechnung des Lomb-Scargle Periodogramms erfolgt mit Hilfe der Python-Bibliothek SciPy.

In Abbildung 3.8 sind die Periodogramme der beiden Beispiel-Zeitreihen dargestellt. Die normierte Lomb-Scargle Leistung auf der y-Achse ist dort gegenüber der Frequenz aufgetragen. Anhand eines Grenzwertes wird entschieden, ob die Zeitreihe eine signifikante Schwingung aufweist, oder nicht. Dieser wurde durch das beispielhafte Analysieren einiger Zeitreihen auf 0,5 festgesetzt und ist in den Grafiken als rot gestrichelte Linie dargestellt. In der stabilen Umgebung in (a) ist in der Zeitreihe auf den ersten Blick keine eindeutige Schwingung zu erkennen. Dies bestätigt auch das Periodogramm, da die normierte Leistung einen Wert von 0,1 nur knapp übersteigt. Die Grafik in (b) dagegen zeigt bei einer Frequenz von rund 1/Jahr einen deutlichen Peak mit einer Leistung von bis zu 0,95. Dies übersteigt den Grenzwert deutlich, weswegen für diese Zeitreihe im Folgenden zusätzlich zum globalen Trend eine Schwingung geschätzt wird.



**Abbildung 3.8:** *Periodogramme der Beispiel-Zeitreihen*

Als funktionales Modell wird eine harmonische Schwingung angenommen. Der entsprechende Zusammenhang ist in Formel (3.33) dargestellt. Daraus wird ersichtlich, dass es sich um ein nicht lineares Modell handelt. Aus diesem Grund werden in der Ausgleichung Näherungswerte für die drei Parameter Amplitude  $A$ , Frequenz  $f$  und Phase  $\varphi_0$  benötigt. Diese können, zumindest für die Amplitude und die Frequenz, aus dem Periodogramm entnommen werden. Die Frequenz kann direkt an der Stelle des größten Peaks abgelesen werden und die Amplitude lässt sich mit Hilfe der Formel (3.34) berechnen. Dabei entspricht  $P_{max}$  der maximalen Lomb-Scargle Leistung und  $n$  ist

die Anzahl der Beobachtungen.

$$y_i = A \cdot \sin(2\pi \cdot f t_i + \varphi_0) \quad (3.33)$$

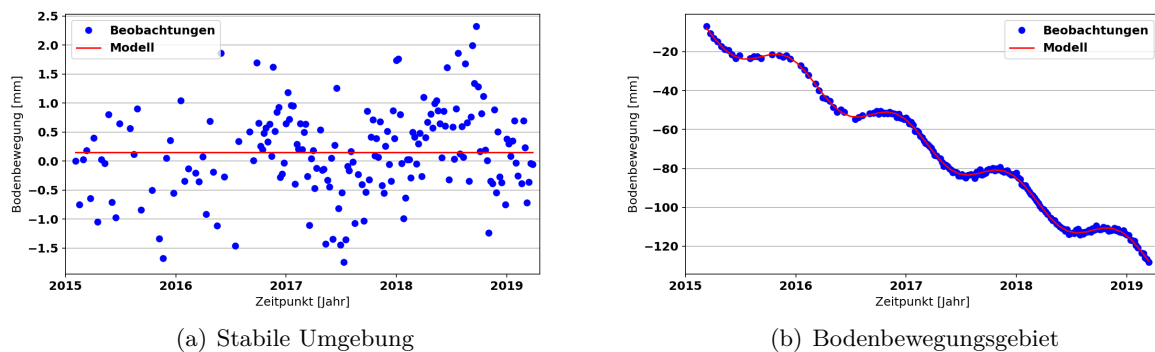
$$A = \sqrt{\frac{P_{max}}{n/4}} \quad (3.34)$$

Für die Zeitreihen, dessen Periodogramm den Grenzwert von 0,5 überschreitet und somit eine signifikante Schwingung zeigt, ergibt sich das funktionale Modell als Zusammensetzung der Formeln (3.6) und (3.33) zu Gleichung (3.35).

$$y_i = A \cdot \sin(2\pi \cdot f t_i + \varphi_0) + a_0 + a_1 \cdot t_i + a_2 \cdot t_i^2 + \dots + a_g \cdot t_i^g \quad (3.35)$$

Die für die Linearisierung benötigten Näherungswerte der Polynomparameter  $a_0$  bis  $a_g$  werden aus den Ergebnissen der Modellerweiterung aus Kapitel 3.1.2 entnommen. Wie bereits erwähnt liefert das Periodogramm die Anfangswerte für die Amplitude  $A$  und die Frequenz  $f$ . Für die Phase  $\varphi_0$  ist kein Näherungswert bekannt. Nach Festlegung eines beliebigen Anfangswertes für die Phase, kommt es bei einigen Zeitreihen dazu, dass die Ausgleichung nicht konvergiert und dementsprechend keine sinnvollen Parameter geschätzt werden. Um dieses Problem zu umgehen, wird die Ausgleichung für jede Zeitreihe mit Schwingung zweimal durchgeführt. Bei der ersten Schätzung lautet der Näherungswert für die Phase 0 und bei der zweiten Berechnung  $\pi$ . Durch Vergleich der resultierenden a posteriori Standardabweichungen wird entschieden, welche der beiden Schätzungen als Endergebnis betrachtet wird. Für den Fall, dass die Ausgleichung nicht konvergiert, ist die Standardabweichung im Vergleich zur konvergierenden Schätzung sehr groß und wird verworfen.

Abbildung 3.9 zeigt die Beispiel-Zeitreihen und das endgültig geschätzte Modell. In (a) ist das gleiche Ergebnis wie in Grafik 3.5 (a) nach der Schätzung des Trends zu sehen, da für diese Zeitreihe eine Schwingung als nicht signifikant eingestuft wurde. In (b) wird deutlich, dass das Kombinationsmodell aus Polynom- und Schwingungsparameter die Beobachtungsdaten sehr gut widerspiegelt.



**Abbildung 3.9:** Modell nach Schätzung des Trends und der Schwingung

Die räumliche Verteilung der Zeitreihen mit bzw. ohne Schwingung wird in Abbildung 3.10 verdeutlicht. Auffällig ist, dass nahezu alle PSI-Punkte im Bodenbewegungsgebiet um Etzel periodische Signale zeigen. Auch in der weiteren Umgebung treten immer wieder Zeitreihen mit Schwingungen auf. Diese sind jedoch im Vergleich zu denen ohne Schwingung die Ausnahme. In dem visualisierten Gebiet weisen insgesamt 7312 Zeitreihen eine Schwingung auf. Das entspricht nur ca. 7% aller Zeitreihen in dem gesamten Gebiet. Wiederum knapp 2000 Zeitreihen, also gut 27% der PSI-Punkte mit Schwingung liegen in dem Senkungsgebiet bei Etzel.

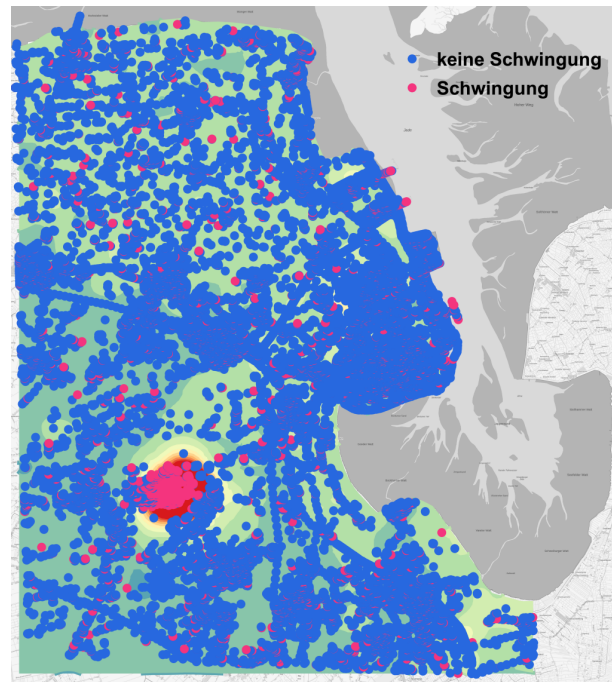


Abbildung 3.10: PSI-Zeitreihen mit und ohne Schwingung in der Umgebung von WHV

### 3.1.5 Geschwindigkeit

Nachdem die Modelle aller Zeitreihen festgelegt und die entsprechenden Parameter geschätzt wurden, wird daraus die Geschwindigkeit  $v$  in der Einheit mm/Jahr abgeleitet. Diese soll die Bodenbewegungen in Abhängigkeit von der Zeit darstellen. Der berechnete Wert soll dabei die Geschwindigkeit des gesamten Beobachtungszeitraumes widerspiegeln. Saisonale oder kurzzeitige Bewegungsänderungen können dementsprechend nicht berücksichtigt werden. Aus diesem Grund wird zur Ableitung der Geschwindigkeit ausschließlich das Modell des globalen Trends berücksichtigt, das in Kapitel 3.1.2 bereits geschätzt wurde. Die Differenz zwischen den Entfernungsänderungen, die zum ersten  $y_{Anfang}$  und zum letzten  $y_{Ende}$  Zeitpunkt der Modellfunktion gehören, wird dabei ins Verhältnis zum gesamten Beobachtungszeitraum  $\Delta t$  gesetzt. Die Formel dazu ist in (3.36) dargestellt. Zudem wird für die weitere Prozessierung der Daten die Varianz der Geschwindigkeit  $\sigma_v^2$  aus Formel (3.37) benötigt. Diese ergibt sich nach Fehlerfortpflanzung unter Verwendung der a posteriori Varianz des Modells  $\hat{\sigma}_0^2$ . Zusätzlich wird eine sogenannte Punktunruhe mit einem Wert von 2 mm/Jahr angenommen, die nach Brockmeyer et al. (2020) eine individuelle Punktbeziehung beschreibt.

$$v = \frac{y_{Ende} - y_{Anfang}}{t_{Ende} - t_{Anfang}} = \frac{\Delta y}{\Delta t} \quad (3.36)$$

$$\hat{\sigma}_v^2 = \frac{2}{\Delta t^2} \cdot \sigma_0^2 + \text{Punktunruhe}^2 \quad (3.37)$$

Aus der Formel zur Ermittlung der Geschwindigkeit (3.36) und auch aus der entsprechenden Visualisierung in Abbildung 3.11 wird deutlich, dass  $v$  lediglich aus dem ersten und letztem Zeitpunkt bestimmt wird. Wie an den Steigungsdreiecken in den Grafiken (a) bis (d) sichtbar wird, entspricht die Berechnung der Bestimmung der Steigung einer Geraden zwischen zwei Zeitpunkten. Alle weiteren Beobachtungen bleiben, auch wenn das Modell von einer Gerade abweicht, unberücksichtigt. Diese Vereinfachung ist jedoch notwendig, um einen einzigen Wert für den gesamten Zeitraum abzuleiten.

Die Grafik in (a) zeigt die Bestimmung der Geschwindigkeit für die Zeitreihe aus Abbildung 3.2, für die im Laufe der zeitlichen Analyse der Grad 0 als signifikant eingestuft wurde. Trotzdem erfolgt die Berechnung, wie an der leichten Steigung des Modells deutlich wird, anhand eines Polynoms mit Grad 1. Der Grund dafür ist, dass solche, nahezu statischen, Zeitreihen selbstverständlich auch eine leichte Hebung oder Senkung aufweisen können. Diese ist in diesen Fällen jedoch so gering, dass sie bei der Festlegung des Polynomgrades als nicht signifikant eingestuft wird. Damit räumlich keine zu harten Grenzen zwischen stabilen und nicht stabilen Gebieten auftreten wird die Geschwindigkeit immer mindestens aus der Polynomfunktion mit Grad 1 bestimmt.

Das Vernachlässigen der Schwingungen bei der Geschwindigkeitsbestimmung wird in Abbildung (b) verdeutlicht. Die Berechnung erfolgt trotz offensichtlichem periodischem Signal nur aus den Polynomparametern. Der Grund dafür ist, dass der erste und letzte Funktionswert stark von der Phasenlage abhängt. Dies würde sich dann auch auf die Geschwindigkeit auswirken. In der dargestellten Zeitreihe würde das Einbeziehen der Schwingungsparameter zu einer noch größeren negativen Geschwindigkeit führen.

Ein Blick auf die Zeitreihe in (c) zeigt ein sich über die Zeit änderndes Bewegungsverhalten. Zwischen Anfang 2015 und Mitte 2016 ist eine leichte Senkung des Bodens zu erkennen. In den Folgejahren dagegen weisen die Beobachtungen eine klare Hebung auf. Die aus dieser Zeitreihe ermittelte Geschwindigkeit zeigt insgesamt eine leichte Hebung, da sie eine Generalisierung des gesamten Zeitraumes darstellt. Der starke Anstieg am Ende wird durch die anfängliche Senkung leicht abgemildert und die Senkung wird durch die Steigung relativiert. Ein ähnliches Bild zeigt sich in (d) für ein Polynom mit Grad 3.

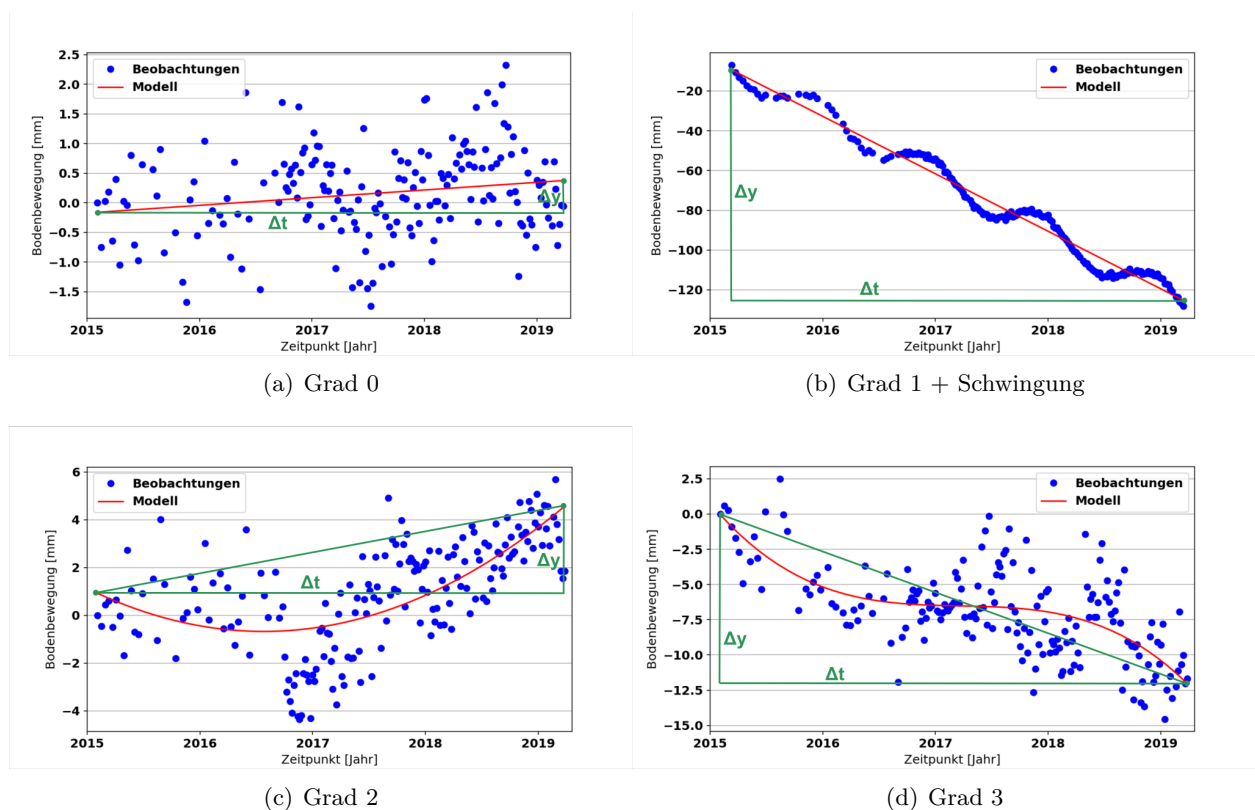


Abbildung 3.11: Geschwindigkeitsberechnung aus verschiedenen Polynomgraden

Da die Geschwindigkeit nur anhand des ersten und letzten Punktes aus einer einfachen Geraden bestimmt wird, stellt sich die Frage, warum vorher mit Hilfe verschiedener Methoden und Hypothesentests das Modell jeder Zeitreihe sehr aufwendig festgelegt wurde. Ein Grund dafür ist, dass es in Zukunft denkbar ist, die Geschwindigkeiten für jeden Zeitpunkt einzeln abzuleiten. In diesem

Fall werden die saisonalen und kurzzeitigen Änderungen relevant und die Ergebnisse könnten z.B. in Form eines Videos dargestellt werden. Darüber hinaus zeigen die Karten in Abbildung 3.7 und 3.10 interessante Ergebnisse bezüglich der räumlichen Verteilung der bestimmten Modelle. Es bilden sich, vor allem in dem Bodenbewegungsgebiet bei Etzel, deutliche Cluster von Punkten mit höheren Polynomgraden inklusive Schwingung. Dies kann unter Berücksichtigung von geologischen Aspekten und Untertagebauten weiter untersucht werden. Ein weiterer Grund ist, dass die Wahl des Modells starke Auswirkungen auf die a posteriori Standardabweichung hat. Darauf wird in Kapitel 3.1.6 näher eingegangen.

### 3.1.6 Selektion

Zum Abschluss der zeitlichen Analyse werden die Zeitreihen mit einem zu hohem Messrauschen aus der weiteren Prozessierungskette ausgeschlossen. Denn weisen die Beobachtungen eine zu starke Streuung auf, liefert die daraus abgeleitete Geschwindigkeit keine vertrauenswürdige Information über das Bewegungsverhalten des Bodens. Als Qualitätsmaß dafür wird die a posteriori Standardabweichung der Gewichtseinheit  $\hat{\sigma}_0$  verwendet.

Abbildung 3.12 zeigt das Histogramm dieser Standardabweichungen für den Stack ASCE\_015\_01. Es wird deutlich, dass die meisten Zeitreihen Werte zwischen 1 und 6 aufweisen. Der größte Anteil liegt bei einer Abweichung von knapp über 2. Für die Klassifikation der Ausreißer wird in Anlehnung an Brockmeyer et al. (2020) ein Grenzwert von 6 angesetzt. Alle Zeitreihen, dessen a posteriori Standardabweichung diesen Wert überschreiten, werden als Ausreißer aus der weiteren Prozessierung eliminiert. Die Ansetzung eines Grenzwert ermöglicht es über mehrere SAR-Stacks hinweg ein einheitliches Genauigkeitslevel zu erreichen.

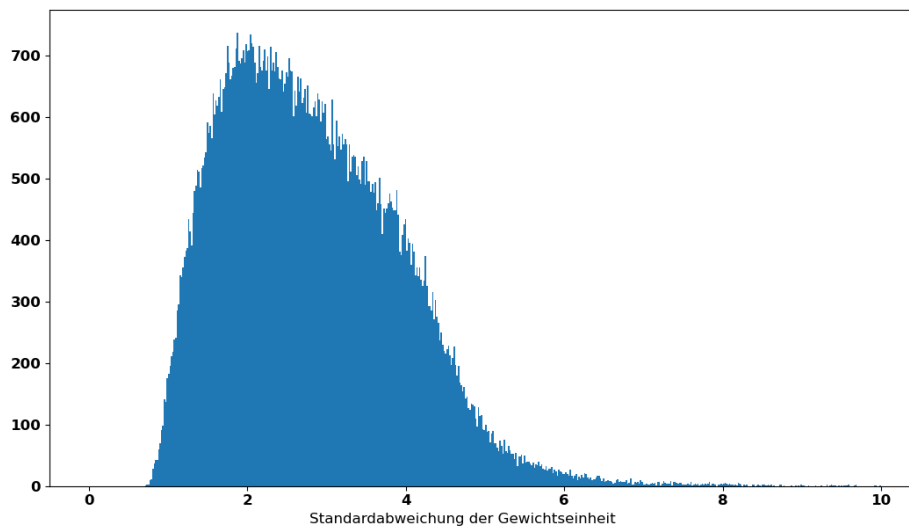


Abbildung 3.12: Histogramm der a posteriori Standardabweichungen eines Stacks

Die a posteriori Standardabweichung spiegelt nicht nur die Genauigkeit und Streuung der Beobachtungen, sondern auch die Richtigkeit der Modellwahl wider. Ist der funktionale Zusammenhang einer Zeitreihe falsch bzw. unzureichend gewählt, ist  $\hat{\sigma}_0$  groß, obwohl die Beobachtungen das Bewegungsverhalten womöglich sehr präzise abbilden. Um zu verhindern, dass PSI-Punkte aufgrund einer falschen Modellannahme aus der weiteren Berechnung ausgeschlossen werden, ist eine sorgfältige Modellwahl notwendig. Dies ist ein weiterer Grund dafür, dass für jede Zeitreihe nicht nur eine Regressionsgerade, sondern eine individuell ausgewählte Polynomfunktion und gegebenenfalls auch eine Schwingung als Modell angesetzt werden muss.

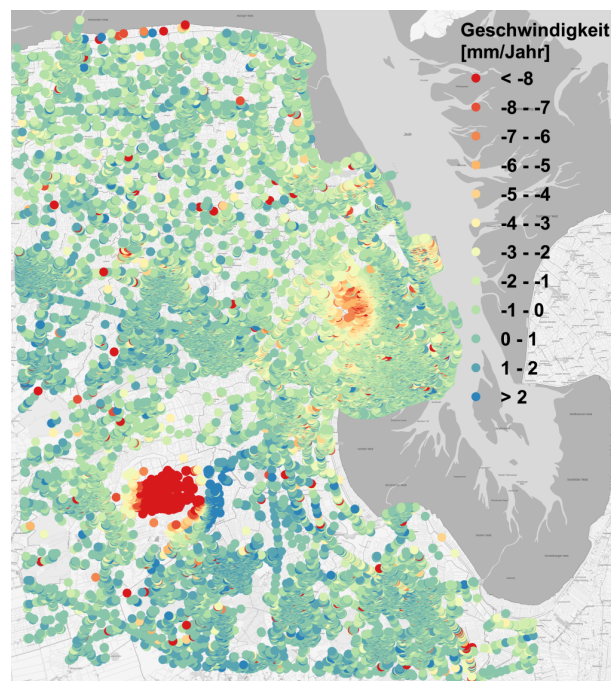


Tabelle 3.2 zeigt für die verschiedenen SAR-Stacks in dem Bereich um Wilhelmshaven die Anzahl der PSI-Punkte und der daraus detektierten Ausreißer. Der Stack ASCE\_117\_01 weist mit 1102 PSI-Punkten, was etwa 1,1% aller Punkte in diesem Stack entspricht, sowohl relativ, als auch absolut am meisten Ausreißer auf. Die Zahlen besagen aber auch, dass rund 99% der Zeitreihen eine Standardabweichung der Gewichtseinheit unter 6 aufweisen. Dies spricht insgesamt sowohl für präzise und vertrauenswürdige Beobachtungen, als auch für eine gute Modellwahl.

**Tabelle 3.2:** Ausreißer nach zeitlicher Filterung

Stack	# Gesamt	# Ausreißer	Ausreißer [%]
ASCE_015_01	110503	954	0,9%
ASCE_117_01	99703	1102	1,1%
DSCE_139_01	106021	746	0,7%
DSCE_139_02	8258	32	0,4%

Das Ergebnis der zeitlichen Analyse für den Beispiel-Stack ist in Abbildung 3.13 dargestellt. Sie zeigt die PSI-Punkte eingefärbt anhand der berechneten Geschwindigkeit. Aus den punktuellen Daten wird sichtbar, dass es im Bereich um Etzel ein starkes Senkungsgebiet gibt. Und auch in der Nähe des Hafens zeichnet sich ein leichter Negativtrend ab. Auf die Beträge der Geschwindigkeiten wird an dieser Stelle noch nicht näher eingegangen, da sich die Werte immer noch auf die Blickrichtung des Satelliten beziehen und damit geometrisch schwer zu interpretieren sind. Die Aufnahmegeometrie ist auch der Grund für die vielen blau gefärbten PSI-Punkte östlich des starken Senkungsgebietes, die auf den ersten Blick eine Hebung andeuten. Auf die Trennung der Bodenbewegungskomponenten wird in Kapitel 5 näher eingegangen. Weiterhin fällt auf, dass einige Zeitreihen in sonst stabiler Umgebung punktuell starke Senkungen zeigen. Ein möglicher Grund dafür ist, dass diese Punkte die individuellen Bewegungen von sich auf der Erdoberfläche befindlichen Objekten repräsentieren. Da solch hochfrequente Variationen jedoch nicht die Bodenbewegungen abbilden, sollen diese im Rahmen der räumlichen Ausreißerfilterung in Kapitel 3.2 ebenfalls aus dem Datenmaterial entfernt werden.



**Abbildung 3.13:** Geschwindigkeiten nach zeitlicher Analyse in der Umgebung von WHV

### 3.2 Räumliche Analyse

Bei der Betrachtung von Bodenbewegungen wird davon ausgegangen, dass sich die Erdoberfläche an einem Ort und in seinem nahen Umfeld gleich bzw. sehr ähnlich verhält. Diese Annahme schließt hochfrequente Variationen der Geschwindigkeit, wie sie zum Teil in Abbildung 3.13 zu sehen sind, aus. In diesen Fällen wird davon ausgegangen, dass die PSI-Punkte die individuelle Bewegung von Objekten und nicht des Bodens widerspiegeln. Um solche Punkte als Ausreißer zu detektieren erfolgt eine räumliche Ausreißerfilterung nach Brockmeyer et al. (2020).

Die Klassifikation folgt dem Grundgedanken nach Tobler (1970), dass alle  $i = 1 \dots n$  PSI-Punkte zusammenhängen, nah beieinanderliegende Punkte aber einen größeren Einfluss auf sich haben, als solche, die weit voneinander entfernt sind. Die Geschwindigkeit jedes PSI-Punktes wird geprüft, indem sie mit den Geschwindigkeiten in der Nachbarschaft verglichen wird. Die Vergleichsfunktion  $h(x_i)$  entspricht dabei der Differenz zwischen der Geschwindigkeit  $z_i$  an der Position  $x_i$  und der Nachbarschaftsfunktion  $g(x_i)$ . Aus dieser Differenz ergibt sich die neue Größe  $y_i$ , auf der die Detektion der Ausreißer basiert.

$$\text{Vergleichsfunktion: } h(x_i) = z_i - g(x_i) = y_i \quad (3.38)$$

Bevor die Berechnung von  $y_i$  erfolgen kann, muss jedoch die ortsabhängige Funktion  $g(x_i)$  definiert werden. Wie Formel (3.38) zeigt, hängt die Vergleichsfunktion und damit auch die Klassifikation der Ausreißer maßgeblich von der Wahl der Nachbarschaftsfunktion ab. Dazu muss zunächst die Lage bzw. die Größe der Nachbarschaft definiert werden. Dies erfolgt über die Festlegung eines Radius um die Position der zu prüfenden Geschwindigkeit und wird im Rahmen der Prozessierung auf 750 m gesetzt. Alle  $k$  Beobachtungen, die sich innerhalb dieses Gebietes befinden, gehören dann zu der festgelegten Nachbarschaft. Wie die Formel (3.39) zeigt, besteht eine Möglichkeit darin, den lokalen Median als Nachbarschaftsfunktion zu definieren. Da in die Bestimmung von  $g(x_i)$  die potentiellen Ausreißer mit einfließen ist der Median eine sehr gute Wahl, da er robust gegenüber diesen ist. Ein großer Nachteil besteht jedoch darin, dass durch die Verwendung des Medians als Nachbarschaftsfunktion die Annahme getroffen wird, dass die Geschwindigkeiten in der gesamten Nachbarschaft konstant sind. Trifft das nicht zu, kann es dazu kommen, dass PSI-Punkte als Ausreißer definiert werden, obwohl sie es nicht sind. Dies ist vor allem in lokal begrenzten Bodenbewegungsgebieten der Fall, da dort räumlich betrachtet systematische Geschwindigkeitsänderungen auftreten.

$$g(x_i) = \begin{cases} z_{(k+1)/2}^g & \text{wenn } k \text{ ungerade} \\ \frac{1}{2}(z_{(k/2)}^g + z_{(k+2)/2}^g) & \text{wenn } k \text{ gerade} \end{cases} \quad (3.39)$$

Nach Brockmeyer et al. (2020) wird dieses Problem gelöst, indem die Nachbarschaftsfunktion um einen lokalen Drift und Fluktuationen in den Geschwindigkeiten erweitert wird. Der Drift lässt sich dabei durch eine Ebene beschreiben. Formel (3.40) zeigt die allgemeine Ebenengleichung in Koordinatenform mit den Parametern  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$  und den Koordinaten  $x$ ,  $y$  und  $z$ . Das Koordinatensystem wird in diesem Fall so aufgespannt, dass die Position der zu überprüfenden Geschwindigkeit die Koordinaten  $x = 0$  und  $y = 0$  hat. Die  $z$ -Komponente, die normalerweise die Höhe des Punktes angibt, definiert hier die zu der Position gehörende Geschwindigkeit. Da für die Ausgleichung der Ebene der funktionale Zusammenhang zwischen Beobachtungen und Parametern benötigt wird, wird die Formel zur Gleichung (3.42) umgeformt. Mit Hilfe dieser Formel werden die neu definierten Ebenenparameter  $b_{0_i}$  bis  $b_{2_i}$  so geschätzt, dass die Ebene bestmöglich durch die beobachteten Geschwindigkeiten  $z_{j=1\dots k}$  innerhalb der definierten Nachbarschaft verläuft. Der Parameter  $b_{0_i}$  kann, ähnlich wie der  $y$ -Achsenabschnitt bei einer Geraden, als Offset der Ebene interpretiert werden und

entspricht der geschätzten Geschwindigkeit des zu prüfenden Wertes.

$$d = a \cdot x_i + b \cdot y_i + c \cdot z_i \quad (3.40)$$

$$z_i = \frac{d}{c} - \frac{a}{c}x_i - \frac{b}{c}y_i \quad (3.41)$$

$$z_j + v_j = b_{0_i} + b_{1_i} \cdot (x_j - x_i) + b_{2_i} \cdot (y_j - y_i) \quad (3.42)$$

Die sich aus der Ebenenausgleichung ergebenden Residuen  $v_{j=1\dots k}$  werden im Folgenden verwendet, um neben einem möglichen Trend auch lokale Fluktuationen in der Nähe von  $z_i$  zu berücksichtigen. Dazu werden die Residuen, wie die Formel (3.43) zeigt, invers mit der Distanz gewichtet und anschließend nach Formel (3.44) normiert.

$$w_j = \frac{1}{\sqrt{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2}} \quad (3.43)$$

$$w_j^* = \frac{w_j}{\sum_{j=1}^k w_j} \quad (3.44)$$

Nach Kombination der geschätzten Geschwindigkeit mit Hilfe der Ebenengleichung aus Formel (3.42) und der normierten gewichteten Residuen aus Formel (3.44) ergibt sich die Nachbarschaftsfunktion  $g(x_i)$  zu Formel (3.45). Mit Hilfe dieser Gleichung werden sowohl ein potentiell auftretender Trend, als auch lokale Fluktuationen berücksichtigt.

$$g(x_i) = b_{0_i} + \sum_{j=1}^k w_j^* \cdot v_j \quad (3.45)$$

Die Detektion von Ausreißern erfolgt nun anhand der aus der Vergleichsfunktion berechneten Differenzen  $y_i$ . Ähnlich wie in Kapitel 3.1.1 bei der Detektion der groben Ausreißer, wird die Differenz dabei als normalverteilt angenommen und der Mittelwert  $\bar{y}$  und die Standardabweichung  $\sigma_y$  werden aus allen vorliegenden Werten für  $y_i$  berechnet. Mit Hilfe dieser Parameter, dem Quantil der t-Verteilung und den Formeln (3.46) und (3.47) lassen sich die Ober- und Untergrenze des symmetrischen Vertrauensintervalls bestimmen. Innerhalb dieses Bereiches liegt der wahre Wert von  $y$  mit einer Irrtumswahrscheinlichkeit von  $\alpha$ .

$$\text{untere Grenze: } k_{\text{unten}} = \bar{y} - \sigma_y \cdot t_{(1-\frac{\alpha}{2}, n-1)} \quad (3.46)$$

$$\text{obere Grenze: } k_{\text{oben}} = \bar{y} + \sigma_y \cdot t_{(1-\frac{\alpha}{2}, n-1)} \quad (3.47)$$

Alle Geschwindigkeiten, dessen  $y$ -Werte nicht innerhalb dieser Grenzen liegen, werden als Ausreißer aus der weiteren Prozessierung entfernt. Nach Brockmeyer et al. (2020) erfolgt die Detektion der Ausreißer iterativ mit verschiedenen Werten für  $\alpha$ . Der Grund dafür ist, dass die Nachbarschaftsfunktion  $g(x_i)$  und somit auch die Vergleichsfunktion  $h(x_i)$  selbst von Ausreißern beeinflusst werden. In der ersten Iteration wird die Irrtumswahrscheinlichkeit  $\alpha = 1\%$  festgesetzt. Dadurch werden nur die wirklich groben Ausreißer aus dem Datensatz entfernt. In der zweiten Iteration werden alle Berechnungen ohne die bereits detektierten Ausreißer wiederholt. Die Bestimmung des Konfidenzintervalls erfolgt mit einer Irrtumswahrscheinlichkeit von  $\alpha = 5\%$ . Als Stop-Kriterium der iterativen Berechnung wird ein minimales Vertrauensintervall von 4 mm/Jahr angesetzt.

Aus dem Berechnungsablauf wird deutlich, dass zur Überprüfung einer Geschwindigkeit anhand der Ebenenausgleichung mindestens 4 PSI-Punkte innerhalb der vordefinierten Nachbarschaft liegen müssen. Erst dann können die 3 Parameter und die Residuen bestimmt werden. Um ein stabileres Ergebnis zu erhalten wird die Mindestanzahl für  $k$  auf 8 festgesetzt. Diese Voraussetzung ist, aufgrund der deutlich geringeren Punktdichte in den ländlichen Regionen, nicht immer erfüllt.

Damit solche Geschwindigkeitsinformationen nicht unüberprüft bleiben oder sogar aus der weiteren Prozessierung ausgeschlossen werden, werden sie mit Hilfe eines geografischen Informationssystems manuell kontrolliert.

Abbildung 3.14 zeigt das Ergebnis der räumlichen Ausreißerfilterung für den Stack ASCE\_015\_01, die unter Verwendung der vom LGLN bereitgestellten Software durchgeführt wurde. Auf den ersten Blick fällt auf, dass ausgehend von dem Ergebnis der zeitlichen Analyse in Grafik 3.13 nahezu alle hochfrequenten Störungen eliminiert werden konnten. Es treten nun keine punktuell starken Senkungen oder Hebungen von Einzelpunkten mehr auf. Tabelle 3.3 zeigt, dass insgesamt 4465 PSI-Punkte als Ausreißer eingestuft wurden. Dies entspricht etwa 4,1% aller Geschwindigkeitsinformationen in diesem Stack. Auffällig ist, dass aus dem Stack ASCE\_117\_01, im Vergleich zu allen weiteren, prozentual gesehen mehr als doppelt so viele Ausreißer detektiert wurden. Auch nach der zeitlichen Analyse wies dieser Stack bereits die meisten Ausreißer auf. Dies spricht dafür, dass die Qualität des Stacks insgesamt geringer ist, als die der übrigen.

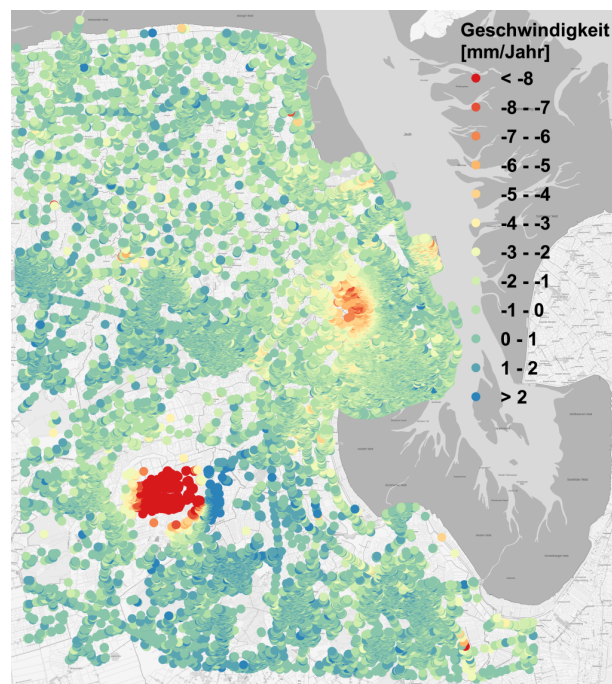


Abbildung 3.14: Geschwindigkeiten nach räumlicher Analyse in der Umgebung von WHV

Tabelle 3.3: Ausreißer nach räumlicher Filterung

Stack	# Gesamt	# Ausreißer	Ausreißer [%]
ASCE_015_01	109549	4465	4,1%
ASCE_117_01	98601	8386	8,5%
DSCE_139_01	105275	4175	4,0%
DSCE_139_02	8226	320	3,9%

## 4 Flächenhafte Approximation

Damit die Bodenbewegungen flächendeckend und in einem regelmäßigen Raster zur Verfügung stehen, erfolgt in diesem Kapitel eine flächenhafte Approximation der punktuellen Geschwindigkeitsinformationen. Dies hat nicht nur den Vorteil, dass räumlich auftretende Datenlücken geschlossen werden, es ist auch Voraussetzung für die in Kapitel 5 beschriebene Trennung der Bodenbewegungskomponenten. Bevor die Approximation durchgeführt werden kann, ist jedoch eine räumliche Strukturanalyse notwendig. Auf diese wird in Kapitel 4.1 näher eingegangen. Die daraus gewonnene Information über die Variabilität der Daten wird dann in Kapitel 4.2 genutzt, um ein regelmäßiges Interpolationsraster mittels Kriging zu berechnen. Für die Interpolationsstellen liefert das Verfahren zudem eine Genauigkeitsabschätzung in Form der zugehörigen Varianz.

### 4.1 Räumliche Strukturanalyse

Bekanntermaßen basiert die klassische Statistik oft auf der Unabhängigkeit der beobachteten Daten. Laut Montero et al. (2015) handelt es sich bei den Beobachtungen in der Regel um voneinander unabhängige Realisierungen der selben Zufallsvariable. Geht es jedoch um räumlich verteilte Informationen, wie zum Beispiel die PSI-Geschwindigkeiten, greift die Annahme der Unabhängigkeit nicht mehr. Denn laut erstem Gesetz der Geographie nach Tobler (1970) gilt: „Everything is related to everything else, but near things are more related than distant things“. Räumliche Abhängigkeiten werden in der Geostatistik durch bestehende Korrelationen berücksichtigt. An diesem Punkt stellt sich jedoch die Frage, wie diese definiert und bestimmt werden. Genau mit dieser Fragestellung beschäftigt sich die Strukturanalyse der räumlichen Abhängigkeiten.

Um von bekannten Stützstellen auf nicht beobachtete Positionen schließen zu können, wird die Annahme der Stationarität bzw. der räumlichen Homogenität getroffen. Laut Montero et al. (2015) wird diese in der Geostatistik auch als intrinsische Hypothese bezeichnet. In mathematischer und probabilistischer Hinsicht bezieht sich diese Annahme auf das gleichmäßige Verhalten der Momente einer Zufallsfunktion im Raum. Die Zufallsfunktion  $Z(\mathbf{x})$  beinhaltet dabei das unendlich große Set von Zufallsvariablen  $Z(\mathbf{x}_i)$ , die sich an der Position  $\mathbf{x}_i$  innerhalb des Untersuchungsgebietes  $D$  befinden. Eine Beobachtung innerhalb von  $D$  kann folglich als Realisierung der räumlichen Zufallsfunktion betrachtet werden.

Die Annahme einer strikten Stationarität, auch Stationarität 1. Ordnung genannt, würde bedeuten, dass die Differenz zweier Beobachtungen im Raum  $D$  unabhängig von ihrer Position und ihrem Abstand den Wert null ergibt. Der Erwartungswert wird auch als Moment 1. Ordnung der Zufallsfunktion bezeichnet und wird in Formel (4.1) verdeutlicht.

$$E(Z(\mathbf{x})) = \mu(\mathbf{x}) = \mu \quad (4.1)$$

Da dies in der Regel nicht ausnahmslos zutrifft, wird eine abgeschwächte Stationarität angenommen, die Stationarität 2. Ordnung. Diese ist gegeben, wenn zusätzlich auch eine Kovarianz zwischen zwei Zufallsvariablen  $Z(\mathbf{x}_i)$  und  $Z(\mathbf{x}_i + h)$  existiert und diese nur von dem Betrag des Verschiebungsvektors  $h$  und nicht von der Position  $\mathbf{x}_i$  abhängt. Dies wird in Formel (4.2) verdeutlicht. Die Kovarianz entspricht dem Moment 2. Ordnung der Zufallsvariable.

$$C(Z(\mathbf{x}), Z(\mathbf{x} + h)) = C(h) \quad (4.2)$$

Die räumliche Variabilität, unter Berücksichtigung der Stationarität 2. Ordnung, wird im Folgenden durch Semivariogramme ausgedrückt. Diese stellen die Semivarianzen in Abhängigkeit der Entfernung zweier Beobachtungen dar und ermöglichen den Rückschluss auf die Kovarianzen. Formel (4.3) zeigt, dass die Semivarianzen  $\gamma(h)$  ausschließlich vom Betrag des Abstandes zweier Zufallsvariablen abhängen.

$$\gamma(h) = \frac{1}{2} \cdot V(Z(\mathbf{x} + h) - Z(\mathbf{x})) \quad (4.3)$$

### Empirisches Semivariogramm

Im ersten Schritt erfolgt die Bestimmung eines empirischen Semivariogramms aus den im Untersuchungsgebiet vorliegenden Beobachtungen. Bevor mit der Berechnung der Semivarianzen begonnen werden kann, muss der Datensatz jedoch um einen eventuell auftretenden globalen Trend bereinigt werden. Ein solcher Trend erfüllt nicht die intrinsische Hypothese, würde das Ergebnis systematisch beeinflussen und die Variabilität nicht realistisch widerspiegeln. Die Abspaltung des Trends erfolgt durch Schätzung einer Ebene durch die Beobachtungen und anschließender Differenzbildung. Die verbleibenden Residuen werden im Folgenden für die Bestimmung des Semivariogramms verwendet, indem für verschiedene Punktkombinationen mit Hilfe der Formel (4.3) die Semivarianz berechnet wird. Da sich die Rechenkomplexität mit zunehmender Anzahl von Beobachtungen stark erhöht und ab einer gewissen Entfernung ohnehin keine Korrelation mehr erwartet wird, werden jedoch nur PSI-Punkte innerhalb eines Radius von 10 km betrachtet. Werden die Semivarianzen gegenüber den Punktabständen aufgetragen, so entsteht nach Montero et al. (2015) eine sogenannte Semivariogramm Cloud. Die Semivarianzen werden dann in  $k$  Abstandsklassen eingeteilt, für die sich die entsprechende Varianz  $\gamma(h_k)$  aus dem Mittelwert aller innerhalb des Intervalls liegenden Werte  $N(h_k)$  nach Formel (4.4) ergibt. Da für kleine Entfernungen im Gegensatz zu großen Abständen mehr Punktkombinationen im Untersuchungsgebiet vorliegen, sind die entsprechenden Mittelwerte, aufgrund der großen Anzahl an einzelnen Semivarianzen, deutlich zuverlässiger. Bei der Umsetzung wurden die Abstandsklassen so gewählt, dass die gemittelten Werte eine Entfernung von 500 m zueinander haben. Wird hier ein zu kleiner Abstand gewählt, befinden sich nur wenige Semivarianzen in einer Klasse, wodurch im empirischen Semivariogramm ein verrauschtes Bild entstehen kann.

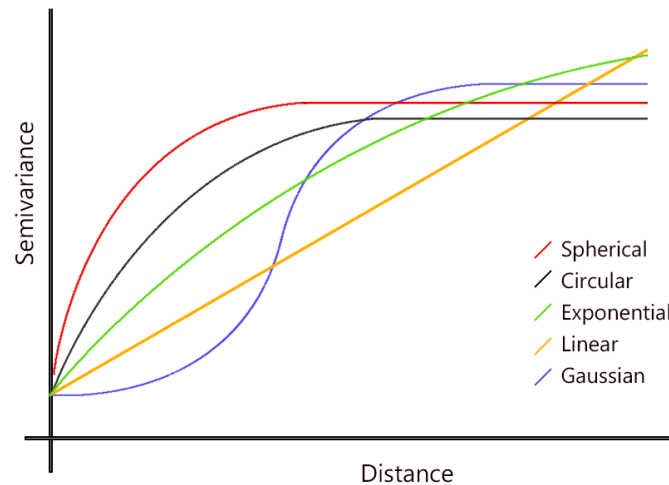
$$\gamma(h_k) = \frac{1}{2 \cdot N(h_k)} \sum_{i=1}^{N(h_k)} (Z(\mathbf{x}_i + h) - Z(\mathbf{x}_i))^2 \quad (4.4)$$

### Theoretisches Semivariogramm

Da für jede beliebige Position im Untersuchungsgebiet  $D$  eine Geschwindigkeitsinformation abgeleitet werden soll, muss auch für jeden beliebigen Abstand  $h$  eine Semivarianz vorliegen. Bisher wurden diese allerdings nur für diskrete Werte in Form von Abstandsklassen berechnet. Aus diesem Grund wird im nächsten Schritt eine analytische Funktion für das empirische Variogramm geschätzt. Diese definiert dann das theoretische Semivariogramm. Die Schätzung erfolgt über ein GMM mit Hilfe der Methode der kleinsten Quadrate. Wie die Grafik 4.1 zeigt, gibt es verschiedene Arten von Modellen, die dafür in Frage kommen. Im Allgemeinen sind alle Modelle monoton steigende Funktionen, die besagen, dass die Variabilität zwischen zwei Variablen mit wachsendem Abstand zunimmt. Eine ausführliche Beschreibung und Diskussion der verschiedenen Modelle ist in Montero et al. (2015) zu finden.

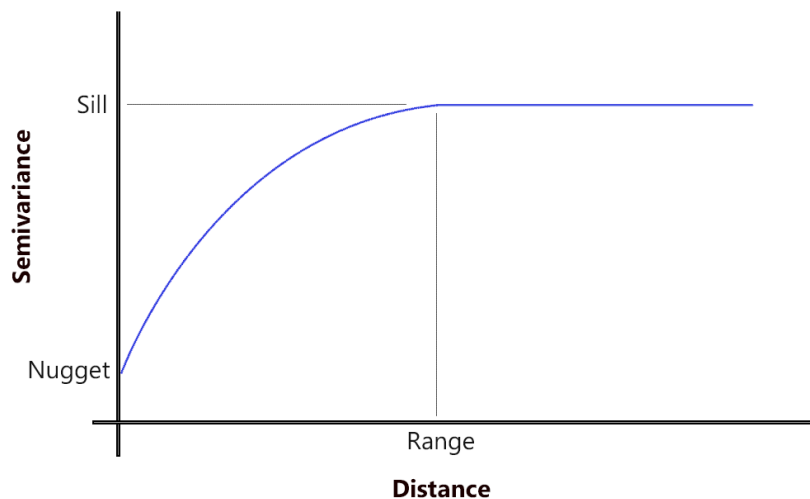
Nach Brockmeyer et al. (2020) eignet sich zur Beschreibung der räumlichen Variabilität von PSI-Beobachtungen das exponentielle Modell aus Formel (4.5). Dabei entspricht  $C_0$  dem Nugget-Effekt,  $C$  dem Sill- und  $a$  dem Range-Parameter.

$$\gamma(h) = C_0 + C \cdot (1 - e^{-\frac{|h|}{a}}) \quad (4.5)$$



**Abbildung 4.1:** *Theoretische Semivariogramm-Modelle (GIS Geography, 2020)*

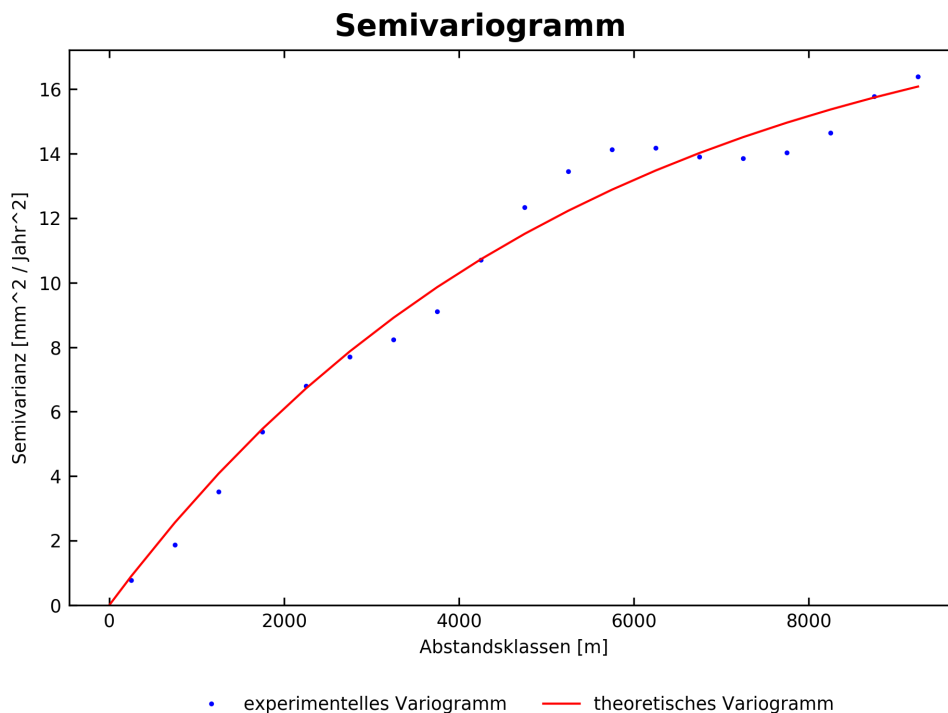
Bei einem Abstand von  $h = 0$  müsste die Semivarianz unter Berücksichtigung der Stationarität Null ergeben. In der Praxis ist dies aufgrund von Rauschen jedoch nicht immer der Fall. Die dadurch auftretende Diskontinuität im Ursprung der Funktion nennt sich Nugget-Effekt. Wie bereits erwähnt steigt die Semivarianz in der Regel mit zunehmendem Abstand an. Dementsprechend nimmt die Korrelation gleichzeitig ab. Der Abstand, ab dem keine räumliche Korrelation mehr zwischen zwei Punkten vorhanden ist, wird als Range bezeichnet. Die zum Parameter Range gehörende Semivarianz wird Sill genannt. Je größer dieser Wert ist, desto mehr Variabilität tritt im untersuchten Gebiet auf. In Abbildung 4.2 werden die drei Parameter veranschaulicht dargestellt.



**Abbildung 4.2:** *Semivariogramm-Parameter: Nugget, Sill und Range (GIS Geography, 2020)*

Abbildung 4.3 zeigt das daraus resultierende empirische bzw. experimentelle sowie das theoretische Semivariogramm für den Stack ASCE\_015\_01. Die Berechnung erfolgte unter Verwendung von Software des LGLN, die nach Brockmeyer et al. (2020) implementiert wurde. Auffällig ist die leichte Abnahme der empirischen Semivarianz an zwei Stellen und der anschließende Anstieg. Grund dafür sind die zwei in dem Stack vorkommenden Bodenbewegungsgebiete.

Für das exemplarisch ausgewertete Gebiet um Wilhelmshaven gibt es allerdings nicht nur diesen einen Stack. Zusätzlich stehen ein weiterer Stack des aufsteigenden und zwei weitere Stacks des absteigenden Satelliten-Orbits zur Verfügung. Da alle Stacks das selbe Gebiet abdecken, sollte auch die Variabilität der Messwerte nahezu identisch sein. Dies wiederum müsste sich durch ähnliche Semivariogramme ausdrücken. Um für alle Stacks, die das Gebiet im selben Zeitraum abdecken, einen einheitlichen Satz Parameter zu erzeugen, werden die Parameter aus den individuellen Berechnungen gemittelt. Dabei werden jedoch nur Stacks berücksichtigt, die das gesamte Gebiet abdecken und repräsentativ für dieses sind. Tabelle 4.1 zeigt das Ergebnis der Mittelung. Daraus wird ersichtlich, dass kein Nugget-Effekt auftritt. Die Funktion läuft exakt durch den Ursprung, wodurch  $h = \gamma(h) = 0$  gilt. Korrelationen werden laut dem Range Parameter  $a$  bis zu einer Entfernung von gut 5700 m berücksichtigt. Anhand des relativ großen Wertes des Sill Parameters wird deutlich, dass in dem betrachteten Untersuchungsgebiet eine hohe Variabilität vorherrscht.



**Abbildung 4.3:** Empirisches und theoretisches Semivariogramm eines Stacks

**Tabelle 4.1:** Parameter des theoretischen Semivariogramms nach Mittelung

Nugget ( $C_0$ )	Sill ( $C$ )	Range ( $a$ )
0,000 $\frac{\text{mm}^2}{\text{Jahr}^2}$	17,909 $\frac{\text{mm}^2}{\text{Jahr}^2}$	5725,096 m

## 4.2 Ordinary Kriging

In der Geostatistik wird zur Prädiktion nicht beobachteter Werte an bestimmten Positionen häufig die sogenannte Kriging Methode verwendet. Dieser Ansatz wird je nach Anwendungsfall weiter unterteilt. Die Simple Kriging Methode kommt immer dann zum Einsatz, wenn die Zufallsfunktion  $Z(\mathbf{x})$  die Bedingungen der Stationarität 2. Ordnung erfüllt. Das bedeutet nach Wackernagel (1998), dass der Erwartungswert und die Kovarianz innerhalb des Untersuchungsgebietes translationsinvariant sind. Darüber hinaus muss aber auch der Erwartungswert, z.B. aus früheren Experimenten oder



aus Expertenwissen, bekannt sein. Im Gegensatz dazu darf der Erwartungswert bei dem Ordinary Kriging Ansatz unbekannt sein. Bei der Universal Kriging Methode ist der Erwartungswert innerhalb des Untersuchungsgebietes nicht konstant. Aus diesem Grund wird bei diesem Ansatz neben dem stochastischen Anteil auch der deterministische Anteil, z.B. in Form von linearen Regressionsparametern, mit geschätzt. Da zur Bestimmung des empirischen Semivariogramms in Kapitel 4.1 der globale Trend bereits aus dem vorliegenden PSI-Datensatz entfernt wurde, der Erwartungswert aber unbekannt ist, wird im Folgenden für die Prädiktion unbeobachteter Werte die Ordinary Kriging Methode angewendet.

Die Grundidee aller Kriging Methoden besteht darin, aus  $n$  Beobachtungen innerhalb eines Untersuchungsgebietes  $D$ , Werte an beliebig vielen nicht beobachteten Positionen abzuleiten. Dies ist jedoch nur möglich, wenn die räumliche Variabilität der Messwerte bekannt ist. Aus diesem Grund wurde in Kapitel 4.1 eine Strukturanalyse zur Bestimmung von Semivarianzen durchgeführt. Der gesuchte Interpolationswert an der Stelle  $\mathbf{x}_0$  ergibt sich laut Wackernagel (1998) aus der Linearkombination der  $n$  benachbarten Punkte und den dazugehörigen Gewichten  $\lambda_i$ . Dies ist in Gleichung (4.6) formelmäßig dargestellt.

$$Z^*(\mathbf{x}_0) = \sum_{i=1}^n \lambda_i Z(\mathbf{x}_i) \quad (4.6)$$

Die Gewichte  $\lambda_i$  müssen dabei so geschätzt werden, dass der mittlere quadrierte Prädiktionsfehler minimal wird. Wichtig ist auch, dass die Summe aller Gewichte den Wert 1 ergibt. Dies folgt laut Wackernagel (1998) aus der Annahme, dass alle Werte im Untersuchungsgebiet den selben Erwartungswert haben. Durch diese Festsetzungen ergibt sich das Ordinary Kriging System zu Formel (4.7). Die Matrix auf der linken Seite entspricht der Varianz-Kovarianzmatrix und beschreibt die Variabilität zwischen den beobachteten Punkten. Der darauf folgende Vektor beinhaltet die zu bestimmenden Gewichte  $\lambda_i$  und der Vektor auf der rechten Seite der Gleichung enthält die Kovarianzen  $C$  zwischen den beobachteten und dem zu schätzenden Punkt.

$$\begin{bmatrix} C(x_1 - x_1) & \dots & C(x_1 - x_n) & 1 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ C(x_n - x_1) & \dots & C(x_n - x_n) & 1 \\ 1 & \dots & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \vdots \\ \lambda_n \\ \mu \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C(x_1 - x_0) \\ \vdots \\ C(x_n - x_0) \\ 1 \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

Die für die Lösung des Gleichungssystems benötigten Kovarianzen  $C$  lassen sich nach Montero et al. (2015) aus den entsprechenden Semivarianzen  $\gamma(h)$  mit Hilfe des Zusammenhangs in Formel (4.8) ableiten. Laut Brockmeyer et al. (2020) ergibt sich die Kovarianz für  $h = 0$  aus der Summe des Sill- und Nugget-Parameters des Semivariogramms.

$$C(x_i - x_j) = C(0) - \gamma(x_i - x_j) \quad (4.8)$$

Aus dem Gleichungssystem in Formel (4.7) wird außerdem ersichtlich, dass die Schätzung mittels Ordinary Kriging, für den Fall, dass der Nugget-Parameter gleich null ist, eine exakte Interpolation darstellt. Entspricht die Position eines zu interpolierenden Wertes exakt der Position einer Beobachtung, dann würde der Vektor auf der rechten Seite des Systems mit einer Spalte der Varianz-Kovarianzmatrix auf der linken Seite übereinstimmen. Folglich wäre das dazugehörige Gewicht Eins und alle übrigen hätten den Wert null. Die Differenz zwischen einem beobachteten und einem geschätztem Wert an der selben Position ist demnach immer null. Da dies laut Brockmeyer et al. (2020) aufgrund von zufälligen Fehlereinflüssen und Unsicherheiten im Auswerteverfahren unrealistisch ist, wird im Folgenden eine weitere Varianzinformation eingeführt. Diese entspricht der individuellen Varianz eines beobachteten Wertes, in diesem Fall der Geschwindigkeit, und wird

durch die Formel (3.37) aus Kapitel 3.1.5 beschrieben. Nach Wackernagel (1998) wird angenommen, dass sich diese individuelle Varianz nur auf die Beobachtung selbst bezieht und keine räumliche Korrelation aufweist. Aus diesem Grund verändert sich, wie Formel (4.9) zeigt, nur die Hauptdiagonale der Varianz-Kovarianzmatrix. Diese Erweiterung des Gleichungssystems hat zur Folge, dass es sich nun um eine Approximation und nicht mehr um eine strikte Interpolation handelt. Das Einführen der individuellen Varianz ermöglicht es zudem Beobachtungen unterschiedlicher Genauigkeiten zusammenzuführen.

$$\begin{bmatrix} C(x_1 - x_1) + \delta_{v_1}^2 & \dots & C(x_1 - x_n) & 1 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ C(x_n - x_1) & \dots & C(x_n - x_n) + \delta_{v_n}^2 & 1 \\ 1 & \dots & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \vdots \\ \lambda_n \\ \mu \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C(x_1 - x_0) \\ \vdots \\ C(x_n - x_0) \\ 1 \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

Zusätzlich zu den approximierten Werten an nicht beobachteten Positionen lassen sich auch die dazugehörigen Kriging-Varianzen bestimmen. Diese ergeben sich nach Montero et al. (2015) aus Formel (4.10). Daraus wird ersichtlich, dass die Varianz eines geschätzten Wertes mit zunehmendem Abstand zu den nächsten Punkten steigt. Je mehr Punkte also in einem bestimmten Gebiet liegen, desto genauer können die Werte in diesem geschätzt werden.

$$\delta_{x_0}^2 = C(0) - \sum_{i=1}^n \lambda_i \cdot C(x_i - x_0) + \mu \quad (4.10)$$

Der wesentliche Vorteil der Kriging Methoden gegenüber anderen räumlichen Interpolationsansätzen, wie z.B. die inverse Distanzgewichtung, besteht darin, dass sie nicht nur geometrische Eigenschaften berücksichtigen, sondern auch die Struktur der räumlichen Korrelationen einbeziehen. Diese Informationen werden aus den in Kapitel 4.1 bestimmten Semivariogrammen gewonnen. Da die Semivarianzen aus den Beobachtungen selbst abgeleitet werden und nicht schon vorher bekannt sind, besteht jedoch das Risiko, dass diese die wahre Variabilität der Messwerte nicht korrekt widerspiegeln. Dies würde im schlimmsten Fall zu falschen oder zu nicht geeigneten Approximationsergebnissen führen. Aus diesem Grund hängt der Erfolg der Kriging Methode stark von dem ausgewählten theoretischem Semivariogramm ab.

Ein alternativer Ansatz zur flächenhaften Modellierung von räumlich verteilten Daten bildet die Multilevel B-Splines Approximation (MBA). Dabei handelt es sich im Gegensatz zur Ordinary Kriging Methode um ein deterministisches Verfahren, das auch einen globalen Trend in der Schätzung berücksichtigt. Der mathematische Hintergrund der MBA, sowie Vor- und Nachteile der Methode werden in Mohammadiojdan et al. (2020) diskutiert. Insgesamt hat sich für ein Testgebiet im Bereich Hengstlage bei Oldenburg gezeigt, dass beide Ansätze ein ähnliches Senkungsverhalten modellieren und auch die Prädiktionsfehler vergleichbar sind.

Die beschriebenen Berechnungen wurden nach Brockmeyer et al. (2020) mit Hilfe des Approximationsprogramms des LGLN auf die PSI-Geschwindigkeitsinformationen angewendet. Abbildung 4.4 zeigt das Ergebnis der Kriging Modellierung für den Stack ASCE\_015\_01. Dabei wurden die Geschwindigkeiten nach der räumlichen Ausreißerfilterung aus Abbildung 3.14 als Eingangsdaten verwendet. Zudem wurde die in der Kriging Approximation zu berücksichtigende Nachbarschaft auf einen Radius von 10 km um jede Prädiktionsstelle begrenzt. Die Eingrenzung des Untersuchungsgebietes führt zu einer deutlich kürzeren Berechnungsdauer. Bei der Wahl des Radius wurde außerdem darauf geachtet, dass auch in Gebieten mit wenigen Beobachtungen ausreichen Geschwindigkeitsinformationen in der Umgebung vorhanden sind. Für die Festlegung der räumlichen Korrelationen wird das Semivariogramm aus Abbildung 4.3 verwendet. Wie schon erwähnt, treten aufgrund der vorhandenen Bodenbewegungsgebiete insgesamt relativ große Semivarianzen auf. In Brockmeyer et al.

(2020) wurden stabile Umgebungen und Bodenbewegungsgebiete separat voneinander modelliert und anschließend zu einem Gesamtmodell kombiniert. Da dies den manuellen Arbeitsaufwand jedoch massiv erhöht und darüber hinaus zu Diskontinuitäten an den Überlappungsbereichen führen kann, wurde eine solche Trennung der Gebiete in dieser Arbeit nicht vorgenommen.

In dem Ergebnis in Grafik 4.4 stehen zwei Bodenbewegungsgebiete deutlich hervor. Zum einen das im Stadtgebiet von Wilhelmshaven und zum anderen das starke Senkungsgebiet in der Umgebung von Etzel. Auffällig ist jedoch, dass östlich dieser Gebiete geringe positive Geschwindigkeiten auftreten. Terrestrischen Messungen zufolge treten dort jedoch in der Realität keine Hebungen auf. Da sich die berechneten Geschwindigkeiten an dieser Stelle immer noch auf die Blickrichtung des Satelliten beziehen, wird hier klar, dass die Bodenbewegungskomponenten für eine bessere Interpretation in North, East und Up getrennt werden müssen. Ohne diese Trennung befinden sich geometrische Systematiken in dem Datenmaterial, wodurch sich die Bodenbewegungen nur schwer analysieren lassen.

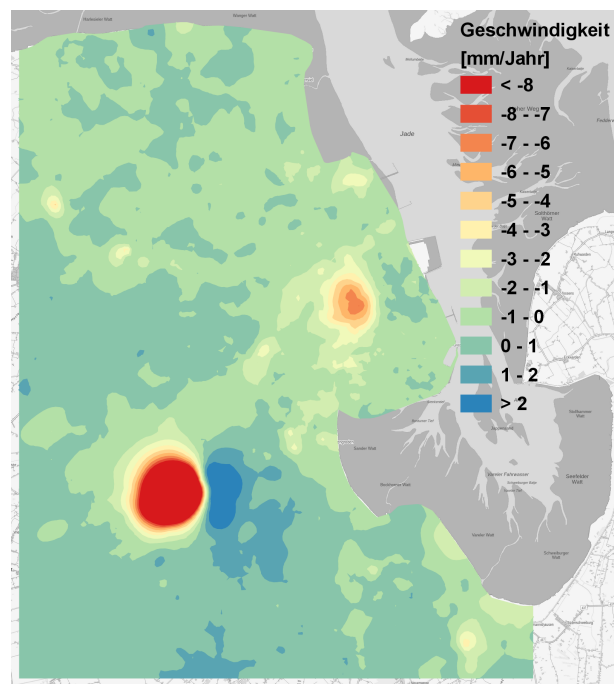


Abbildung 4.4: LoS-Geschwindigkeiten nach flächenhafter Approximation



# 5 Trennung der Bodenbewegungskomponenten

Die Entfernungsänderungszeitreihen aus der PSI-Auswertung beziehen sich, wie in Kapitel 2.3 beschrieben, auf die Blickrichtung des Sensors. Folglich beziehen sich auch die daraus abgeleiteten Geschwindigkeitsinformationen aus Kapitel 3.1.5 auf die LoS-Richtung. Die Approximationsergebnisse aus Kapitel 4.2 haben gezeigt, dass dadurch systematische Effekte auftreten. Hinzu kommt, dass sich die Blickrichtung je nach Aufnahmekonfiguration unterscheidet und die Ergebnisse dadurch nur aufwendig zu interpretieren sind. Aus diesem Grund sollen im Folgenden die Bewegungen auf die North-, East- und Up-Komponente umgerechnet werden. Dazu wird in Kapitel 5.1 detailliert auf die Aufnahmegeometrie eines auf- und absteigenden Satellitenorbits eingegangen. In Abschnitt 5.2 erfolgt die Herleitung des funktionalen Zusammenhangs zwischen einer 3D-Bewegung und einer Bewegung in Blickrichtung des SAR-Sensors. Dieser ist notwendig, um die Bewegungskomponenten voneinander trennen zu können. Zunächst geht es in Kapitel 5.3 jedoch nur um die Bestimmung der Up-Komponente aus einer Einzelaufnahme, bevor in Abschnitt 5.4 durch die Hinzunahme weiterer SAR-Stapel auch die Lagekomponente in East-Richtung berücksichtigt wird.

## 5.1 Aufnahmegeometrie

Um die Bodenbewegungskomponenten voneinander trennen zu können, ist ein Verständnis für die Satelliten- und Aufnahmegeometrie notwendig. Abbildung 5.1 stellt die Blickrichtung eines aufsteigenden Satelliten mit rechts blickendem Sensor dar. Im Ursprung des dreidimensionalen geographisch orientierten, lokalen Koordinatensystems befindet sich die aufgenommene Szene. Die North-Achse des Systems ist in jedem PSI-Punkt zum geographischen Nordpol ausgerichtet und Up zeigt immer in Richtung des Zenits. Die East-Achse vervollständigt das rechtshändige Koordinatensystem. Zusätzlich zur LoS-Richtung ist auch der Einfallswinkel  $\theta$  und das Azimut der Blickrichtung  $\alpha$  visualisiert. Dies sind die maßgeblich relevanten Größen für die Projektion der Beobachtungsrichtung auf die drei Koordinatenachsen.

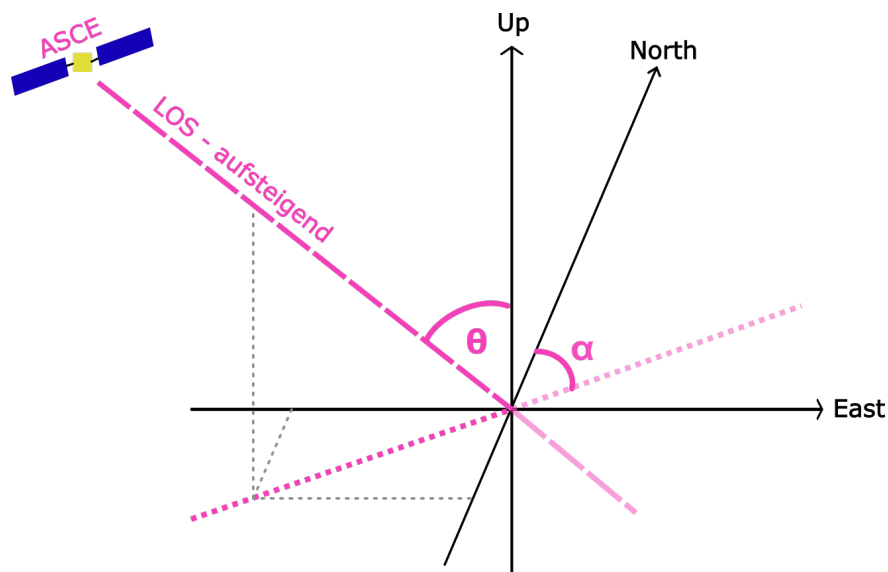


Abbildung 5.1: Ascending-Aufnahmegeometrie, modifiziert nach Yin (2020)

Das Azimut der Blickrichtung  $\alpha$  entspricht dem Winkel zwischen dem geographischen Nordpol und der auf die Horizontalebene projizierten LoS-Richtung. Aufgrund der Anordnung des Sensors steht die Blicklinie häufig senkrecht zur Flugbahn des Satelliten. Nach Yin (2020) ist die Blickrichtung des SAR-Systems der Sentinel Satelliten fixiert und nicht veränderbar. Im Allgemeinen existieren jedoch auch Systeme, deren LoS-Richtung nicht streng orthogonal zur Flugrichtung ist und dementsprechend korrigiert werden muss. In Yin (2020) wird außerdem darauf hingewiesen, dass die Spur des Satelliten und der dazugehörige Aufnahme Streifen zwar parallel sind, aufgrund der großen Flughöhe aber einen Abstand von mehreren hundert Kilometern voneinander haben. Aus diesem Grund und wegen der lokalen geographischen Nordausrichtung haben die Azimute der Satellitenspur und der Aufnahmen nicht den selben Betrag. Die Bestimmung des Azimuts der Blickrichtung erfolgt mit Hilfe der Koordinaten des Rückstreuers auf der Erdoberfläche und der Bodenposition des Satelliten. Im Rahmen dieser Arbeit wird der Azimut als gegebene Größe betrachtet.

Der Einfallswinkel der Blickrichtung  $\theta$  entspricht dem Winkel zwischen der Zenitrichtung an Position des Rückstreuers und der Blicklinie. Aufgrund der Erdkrümmung unterscheidet sich dieser von dem Blickwinkel, der an der Position des Satelliten gemessen wird. Für die Berechnung des Einfallswinkels ist neben dem Abstand zwischen Bodenposition und Erdmittelpunkt auch der Abstand zwischen Position des Rückstreuers und Mittelpunkt der Erde relevant. Darüber hinaus wird die Höhe des Satelliten über dem Referenzellipsoid und der Abstand zwischen dem Satelliten und dem Rückstreuer benötigt. In Wu et al. (1981) ist diese Berechnung tiefergehend beschrieben.

Wie in Kapitel 2.2.2 bereits erwähnt, entstehen aufgrund der polarnahen Umlaufbahn und des rechtsblickenden Sensors der Sentinel-Satelliten, sowie der Rotation der Erde verschiedene Aufnahmekonstellationen für den selben Punkt auf der Erdoberfläche. Zum einen erfolgt die Beobachtung der Erde von einem aufsteigenden Satelliten aus in West-Ost Richtung und zum anderen von einem absteigenden Satelliten aus in Ost-West Richtung. Diese Konstellation ist in Abbildung 5.2 dargestellt und bildet die Voraussetzung für die Trennung der Bodenbewegungskomponenten in Ost-West- und Up-Richtung.

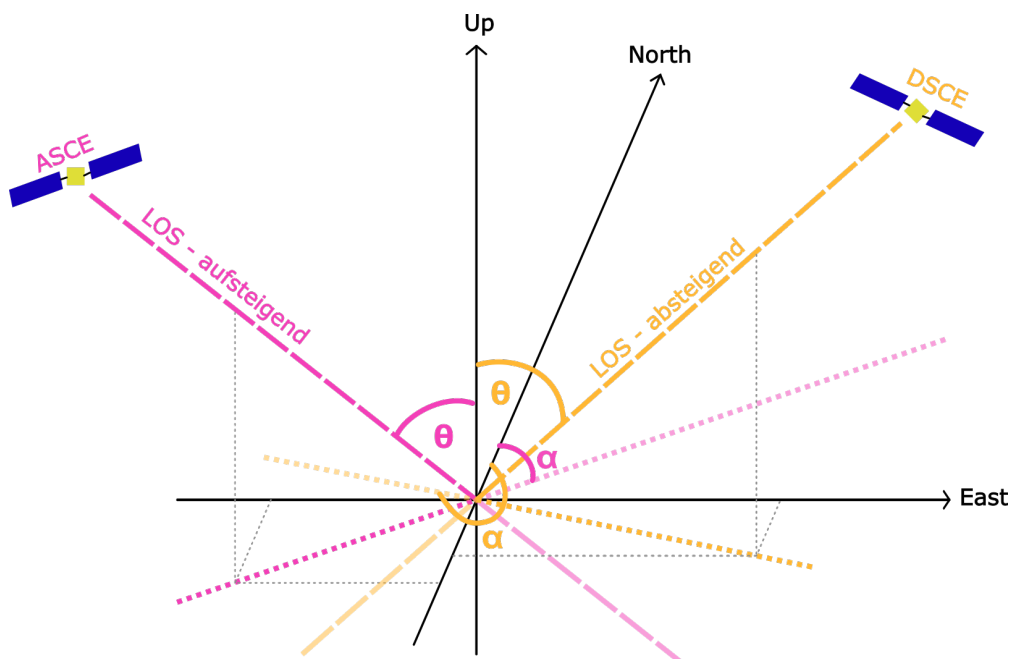


Abbildung 5.2: Ascending- und Descending-Aufnahmegeometrie, modifiziert nach Yin (2020)

## 5.2 Projektion einer 3D-Bewegung auf die Blickrichtung

Eine Punktbewegung im Raum kann durch den dreidimensionalen Geschwindigkeitsvektor  $\mathbf{v}$  mit den Komponenten  $v_{North}$ ,  $v_{East}$  und  $v_{Up}$  ausgedrückt werden. Bisher wurde die Geschwindigkeit  $v_{LoS}$  als eine eindimensionale Größe in Blickrichtung des Satelliten betrachtet. Unter Berücksichtigung des Azimuts  $\alpha$  und des Einfallswinkels  $\theta$  wird diese Bewegungsinformation nun als dreidimensionaler Vektor  $\mathbf{v}_{LoS}$  ausgedrückt. Für den Fall, dass der Winkel  $\nu$  zwischen der wahren Bewegungsrichtung des Bodens und der Blickrichtung des Sensors bekannt ist, kann die Länge des Vektors  $\mathbf{v}_{LoS}$  nach Yin (2020) mit Hilfe der Formel (5.1) beschrieben werden. Durch diesen funktionalen Zusammenhang kann in der Theorie der dreidimensionalen Bewegungsvektor des Bodens  $\mathbf{v}$  bestimmt werden. Da in der Praxis weder der Winkel  $\nu$  noch der Betrag der Bewegung bekannt ist, ist die Projektion jedoch nicht ohne Weiteres möglich. Für eine Berechnung auf diese Weise ist z.B. die Annahme eines Bewegungsmodells notwendig. Da ein solches im Rahmen dieser Arbeit nicht zur Verfügung steht, werden die Komponenten North, East und Up im Folgenden separat betrachtet.

$$|\mathbf{v}_{LoS}| = v_{LoS} = |\mathbf{v}| \cdot \cos\nu \quad (5.1)$$

Nach Yin und Busch (2018) lassen sich einzelnen Bewegungskomponenten  $v_{North}$ ,  $v_{East}$  und  $v_{Up}$  auch separat auf die Blickrichtung des Sensors projizieren. Dies ist in Abbildung 5.3 dargestellt. Der funktionale Zusammenhang zwischen den einzelnen Komponenten und  $v_{LoS}$  ergibt sich dann aus der Summe der auf die Blickrichtung projizierten Bodenbewegungskomponenten. Die Bewegung in Up-Richtung kann direkt mit Hilfe des Einfallswinkels  $\theta$  auf die Blicklinie übertragen werden. Das wird aus dem roten Hilfsdreieck in Grafik 5.3 sichtbar. Die North- und East-Komponenten werden zuerst unter Berücksichtigung des Azimuts  $\alpha$  auf die in der Horizontalebene abgebildete LoS-Richtung übertragen, bevor sie auf die Blickrichtung projiziert werden können. Dies wird anhand der blauen und grünen Hilfsdreiecke deutlich. In Gleichung (5.2) wird dies formelmäßig zusammengefasst.

$$v_{LoS} = v_{Up} \cdot \cos\theta - (v_{North} \cdot \cos\alpha + v_{East} \cdot \sin\alpha) \cdot \sin\theta \quad (5.2)$$

Aus diesem funktionalen Zusammenhang ergibt sich das zu lösende lineare Gleichungssystem mit den drei Unbekannten  $v_{North}$ ,  $v_{East}$  und  $v_{Up}$  zu Formel (5.3). Der Beobachtungsvektor  $\mathbf{l}$  beinhaltet die Geschwindigkeiten in LoS-Richtung, die Designmatrix  $\mathbf{A}$  die partiellen Ableitungen der Formel (5.2) nach den Parametern und  $\mathbf{x}$  ist der Parametervektor.

$$\mathbf{l} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{x}$$

$$\begin{bmatrix} v_{LoS,1} \\ v_{LoS,2} \\ v_{LoS,3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin\theta_1 \cdot \cos\alpha_1 & -\sin\theta_1 \cdot \sin\alpha_1 & \cos\theta_1 \\ -\sin\theta_2 \cdot \cos\alpha_2 & -\sin\theta_2 \cdot \sin\alpha_2 & \cos\theta_2 \\ -\sin\theta_3 \cdot \cos\alpha_3 & -\sin\theta_3 \cdot \sin\alpha_3 & \cos\theta_3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v_{North} \\ v_{East} \\ v_{Up} \end{bmatrix} \quad (5.3)$$

Das Gleichungssystem zeigt jedoch nicht nur den funktionalen Zusammenhang, sondern nach Yin (2020) auch die Empfindlichkeit der LoS-Beobachtung in Abhängigkeit der Bewegungsrichtung des Bodens. Laut dem Deutsches Institut für Normung e.V. (1995a) entspricht die Empfindlichkeit eines Sensors der „Änderung des Wertes der Ausgangsgröße eines Messgerätes bezogen auf die sie verursachende Änderung des Wertes der Eingangsgröße“. Mit Hilfe der partiellen Ableitungen der Gleichung (5.2) nach den verschiedenen Bewegungskomponenten lässt sich dies zahlenmäßig bestimmen. Die entsprechenden Formeln befinden sich in der Designmatrix  $\mathbf{A}$  des Gleichungssystems in (5.3). Daraus wird ersichtlich, dass die Empfindlichkeiten der LoS-Beobachtungen für die Up-Komponente nur vom Einfallswinkel abhängt. Ist dieser sehr steil, also zwischen  $0^\circ$  und  $45^\circ$ , wird der Kosinus des Winkels relativ groß, weswegen auch die Empfindlichkeit für die Up-Komponente groß ist. Je flacher der Einfallswinkel, desto stärker nimmt die Sensitivität ab.

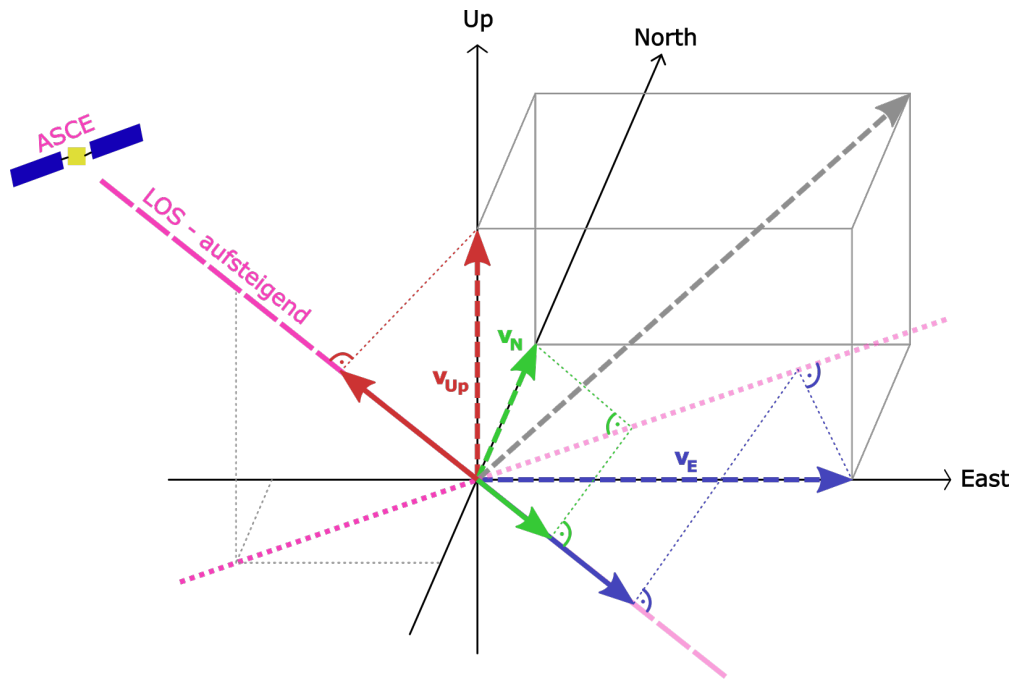


Abbildung 5.3: Projektion einer 3D-Bewegung auf die Blickrichtung, modifiziert nach Yin (2020)

Bei der Empfindlichkeit der Horizontalbewegungen spielt zusätzlich der Azimut der Blickrichtung eine Rolle. Dieser ist aufgrund des Orbits der Satelliten nahezu konstant und entspricht rund  $80^\circ$  oder  $280^\circ$ . Dies ist abhängig davon, ob es sich um einen auf- oder absteigenden Orbit handelt. In Verbindung mit den Formeln in der Designmatrix in (5.3) zeigt dies, dass die Sensitivität der Beobachtungen in Blickrichtung des Sensors gegenüber der East-Komponente deutlich größer sind, als gegenüber der North-Komponente. Für eine beispielhafte Aufnahmekonfiguration hat sich in Yin (2020) ergeben, dass die LoS-Messung rund 4,2 mal sensitiver für eine Ost-West Bewegung als für eine Nord-Süd Bewegung ist.

### 5.3 Höhenänderung aus Einzelaufnahme

Zur Lösung des linearen Gleichungssystems aus Formel (5.3) und die damit verbundene Bestimmung der Bodenbewegungskomponenten in North-, East- und Up-Richtung sind mindestens drei linear unabhängige SAR-Stapel notwendig. Die Aufnahmen müssen möglichst den selben Zeitraum abdecken, sowie aus unterschiedlichen Richtungen aufgenommen werden. Aufgrund der aktuell vorliegenden Datenverfügbarkeit ist dies in der Regel nicht gegeben. Heutzutage liegen mit den Ascending- und Descending-Aufnahmen meist nur zwei solcher Datensätze aus linear unabhängigen Richtungen vor. Doch bevor diese Verfügbarkeit erreicht wurde, wurden Auswertungen hauptsächlich mit nur einer Aufnahme durchgeführt. Da im Rahmen der Bestimmung von Bodenbewegungen vor allem die Up-Geschwindigkeit eine große Rolle spielt, wird in den klassischen Auswerteverfahren nur diese unter Verwendung eines einzelnen SAR-Stacks bestimmt. Dazu muss jedoch die Annahme getroffen werden, dass keine Lagebewegungen auftreten. In diesem Fall gilt  $v_{North} = 0$  und  $v_{East} = 0$  und dementsprechend ergibt sich aus dem mathematischen Zusammenhang in Formel (5.2) das vereinfachte Gleichungssystem in Formel (5.4). Daraus wird ersichtlich, dass sich die Höhenänderung allein aus einer Division der Beobachtung in LoS-Richtung durch den Kosinus des Einfallswinkels ergibt.

$$l = A \cdot x$$

$$v_{LoS} = \cos\theta \cdot v_{Up} \quad (5.4)$$



In Kapitel 5.2 wurde bereits verdeutlicht, dass die Empfindlichkeit der beobachteten Geschwindigkeiten in LoS-Richtung für die Up-Komponente, in Abhängigkeit des Einfallswinkels, im Vergleich zu den Lagekomponenten am größten ist. Je kleiner der Winkel  $\theta$  ist, desto stärker spiegelt sich die Höhenänderung in der Messung wieder. Da der Einfallswinkel einen Wert von  $45^\circ$  nur selten überschreitet, kann von einer guten Sensitivität der zu bestimmenden Komponente ausgegangen werden.

Unabhängig von der Empfindlichkeit der Messung kommt es durch die getroffenen Annahmen, dass weder in North- noch in East-Richtung Bewegungen auftreten, zu systematischen Abweichungen. Dies wurde in Yin (2020) näher untersucht. Der auftretende Fehler ist sowohl von der Größe und Richtung der auftretenden Horizontalbewegung, als auch von der Aufnahmekonstellation abhängig. Grundsätzlich ist die Abweichung für einen steilen Einfallswinkel kleiner, als für einen flachen. Für den Extremfall von  $\theta = 0$  entsteht keine systematische Abweichung. Auch für den Fall, dass die horizontale Bodenbewegung orthogonal zur Blickrichtung erfolgt, verschwindet der Fehler. Maximal wird er dann, wenn die auftretende Horizontalbewegung der auf die North-East-Ebene projizierten Blickrichtung des Sensors entspricht. Ausführlichere Beschreibungen des systematischen Fehlers aufgrund der Modellannahme, sowie die mathematischen Beziehungen und simulierte Beispiele sind in Yin (2020) zu finden.

Abbildung 5.4 zeigt die Up-Geschwindigkeiten für die Umgebung von Wilhelmshaven nach Berechnung aus den PSI-Punkten eines einzigen SAR-Stapels. In (a) wurde der Stack ASCE\_015\_01 eines aufsteigenden Orbits und in (b) der Stack DSCE\_139\_01 eines absteigenden Satelliten ausgewertet. Insgesamt zeigt sich immer noch ein sehr verrauschtes Bild. Der Vergleich der Grafik in (a) mit den Geschwindigkeiten in Blickrichtung des Sensors aus Abbildung 4.4 zeigt keinen grundlegenden Unterschied oder sogar eine Verbesserung. Jedoch weisen die Up-Geschwindigkeiten grundsätzlich einen höheren Betrag auf, als die in LoS-Richtung. Dies resultiert aus der Formel (5.4) und der Tatsache, dass der Kosinus des Einfallswinkels immer einen Wert zwischen Null und Eins annimmt.

Zudem bestätigen die Ergebnisse, dass der maximale Fehler aufgrund der Vernachlässigung der Lagebewegungen an Orten auftritt, an denen die Richtung dieser mit der Richtung der auf die Horizontalebene projizierten Blicklinie des Sensors übereinstimmt. Bei der Beobachtung der Erdoberfläche vom aufsteigenden Orbit aus in (a) verläuft die Blickrichtung des Sensors nahezu von Westen nach Osten. Da sich der Boden im östlichen Teil der Senkungsmulde in Etzel zum Mittelpunkt des Bodenbewegungsgebietes hin nach Westen, also genau entgegengesetzt der Blickrichtung bewegt, wird dies fälschlicherweise als Hebung interpretiert. Im westlichen Bereich des Senkungsgebietes verlaufen die wahren Bewegungen ungefähr in Richtung Osten, also vom Sensor weg. Aus diesem Grund werden dort zu starke negative Geschwindigkeiten berechnet. In (b) zeigt sich ein ähnliches Bild. Der Unterschied besteht darin, dass die Erdoberfläche hier vom absteigenden Orbit aus, also von Osten nach Westen, beobachtet wurde. Folglich befindet sich die fälschlicherweise detektierte Hebung nicht im Osten, sondern im Westen des Senkungsgebietes. Dies verdeutlicht die Abhängigkeit der systematischen Effekte von der Aufnahmekonstellation und den wahren Horizontalbewegungen. In dem etwas kleineren Bodenbewegungsgebiet in Wilhelmshaven zeigen sich die Effekte zwar nicht so deutlich, sind aber trotzdem erkennbar.

Darüber hinaus zeigen die berechneten Up-Geschwindigkeiten, dass sich die Lage der Bodenbewegungsgebiete mit der Blickrichtung des Sensors leicht verändert. In (a) befinden sich die Senkungsgebiete tendenziell etwas weiter im Westen als in (b). Hier liegt die Vermutung nahe, dass die wahren Bodenbewegungsgebiete genau zwischen denen in den Grafiken liegen. Darauf wird in Kapitel 5.4 nochmals genauer eingegangen, indem zusätzlich auch das Ergebnis der Up-Geschwindigkeiten nach Kombination mehrerer Stacks einbezogen wird.

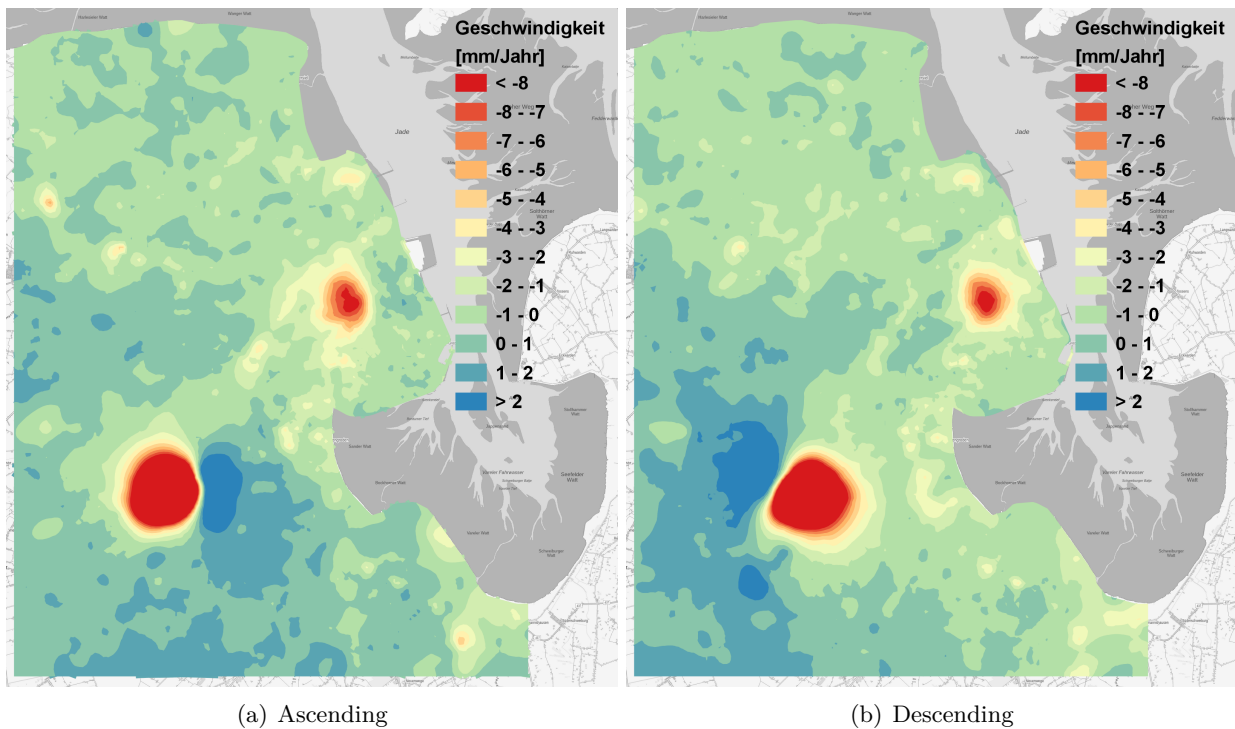


Abbildung 5.4: *Up-Geschwindigkeiten aus einer Einzelaufnahme*

## 5.4 Höhen- und Lageänderung aus Kombination zweier Aufnahmen

Voraussetzung für die Ermittlung von Höhenbewegungen und Lageänderungen in Ost-West-Richtung aus InSAR-Daten ist das Vorliegen von zwei linear unabhängigen SAR-Stacks. Aufgrund des polarnahen Orbits der Sentinel-1 Satelliten sind Beobachtungen aus zwei grundsätzlich verschiedenen Richtungen vorhanden. Die Aufnahmegeometrie der auf- und absteigenden Satelliten wurde bereits anhand der Abbildung 5.2 verdeutlicht. Eine weitere Voraussetzung ist, dass die Daten möglichst den selben Beobachtungszeitraum abdecken. Die Aufnahmezeitpunkte der verschiedenen Blickrichtungen sind zeitlich zwar leicht versetzt, da jedoch ohnehin die Geschwindigkeit über die gesamte Zeitspanne betrachtet wird, kann dies vernachlässigt werden. Durch Kombination der Ascending- und Descending-Aufnahmen ist es möglich zwei der drei Bodenbewegungskomponenten zu bestimmen. Da die LoS-Beobachtung in dieser Konfiguration, wie in Kapitel 5.2 bereits erläutert, für die North-Komponente am wenigsten empfindlich ist, werden im Folgenden lediglich die East- und Up-Geschwindigkeiten ermittelt. Dafür muss jedoch die Annahme getroffen werden, dass keine Bewegung in North-Richtung auftritt, also  $v_{North} = 0$  ist.

Bevor die Trennung der Bodenbewegungskomponenten erfolgen kann, müssen die Daten noch in das notwendige Format überführt werden. Kombinierbar sind die Ascending- und Descending-Beobachtungen nur, wenn sie sich auf die selbe Position auf der Erdoberfläche beziehen. Dementsprechend ist die flächenhafte Approximation aus Kapitel 4 und die damit verbundene Erstellung eines regelmäßigen Rasters eine wichtige Vorarbeit zur Trennung der Bewegungskomponenten. Mit Formel (5.2) wurde bereits gezeigt, dass zur Schätzung der einzelnen Komponenten auch das Azimut und der Einfallswinkel benötigt wird. Aus diesem Grund müssen sich auch diese Größen auf die entsprechende Position beziehen. Aufgrund der kleinen Rastergröße von nur 250 m mal 250 m und der großen Entfernung zwischen Bodenpunkt und Satellit von rund 700 km kann der Einfallswinkel innerhalb einer Rasterzelle als konstant betrachtet werden. Dies ergibt sich aus der Bogenformel  $b/r = \alpha/\rho$ , die näherungsweise zeigt, dass ein Positionsunterschied auf der Erde von  $b = 250$  m bei einer Satellitenhöhe von  $r = 700$  km nur einer Winkeländerung von  $\alpha = 3,6 \cdot 10^{-4}$  entspricht. Auch

der Azimut, der aufgrund der Definition des Orbits ohnehin nahezu gleichbleibend ist, kann wegen des feinen Rasters innerhalb einer Zelle als konstant angenommen werden.

Formel (5.5) zeigt das Gleichungssystem zur Bestimmung der Geschwindigkeiten in East- und Up-Richtung. Der Beobachtungsvektor  $\mathbf{l}$  beinhaltet die Geschwindigkeiten  $v_{LoS}$  in Blickrichtung des Sensors, sowohl aus Ascending, als auch aus Descending SAR-Stapeln. Dieser wird ausgedrückt durch die Designmatrix  $\mathbf{A}$  multipliziert mit dem Parametervektor  $\mathbf{x}$ . Liegen für die entsprechende Rasterzelle genau zwei Aufnahmen vor, so kann das System gelöst werden. Für den Fall, dass aufgrund der Überlappung der SAR-Stacks sogar drei LoS-Beobachtungen vorhanden sind, werden die Parameter mittels GMM und der Methode der kleinsten Quadrate geschätzt, sodass sich zusätzlich Residuen  $\mathbf{v}$  ergeben.

$$\mathbf{l} (+\mathbf{v}) = \mathbf{A} \cdot \mathbf{x}$$

$$\begin{bmatrix} v_{LoS,ASCE} \\ v_{LoS,DSCE} \\ \vdots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin\theta_{ASCE} \cdot \cos\alpha_{ASCE} & \cos\theta_{ASCE} \\ -\sin\theta_{DSCE} \cdot \cos\alpha_{DSCE} & \cos\theta_{DSCE} \\ \vdots & \vdots \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v_{East} \\ v_{Up} \end{bmatrix} \quad (5.5)$$

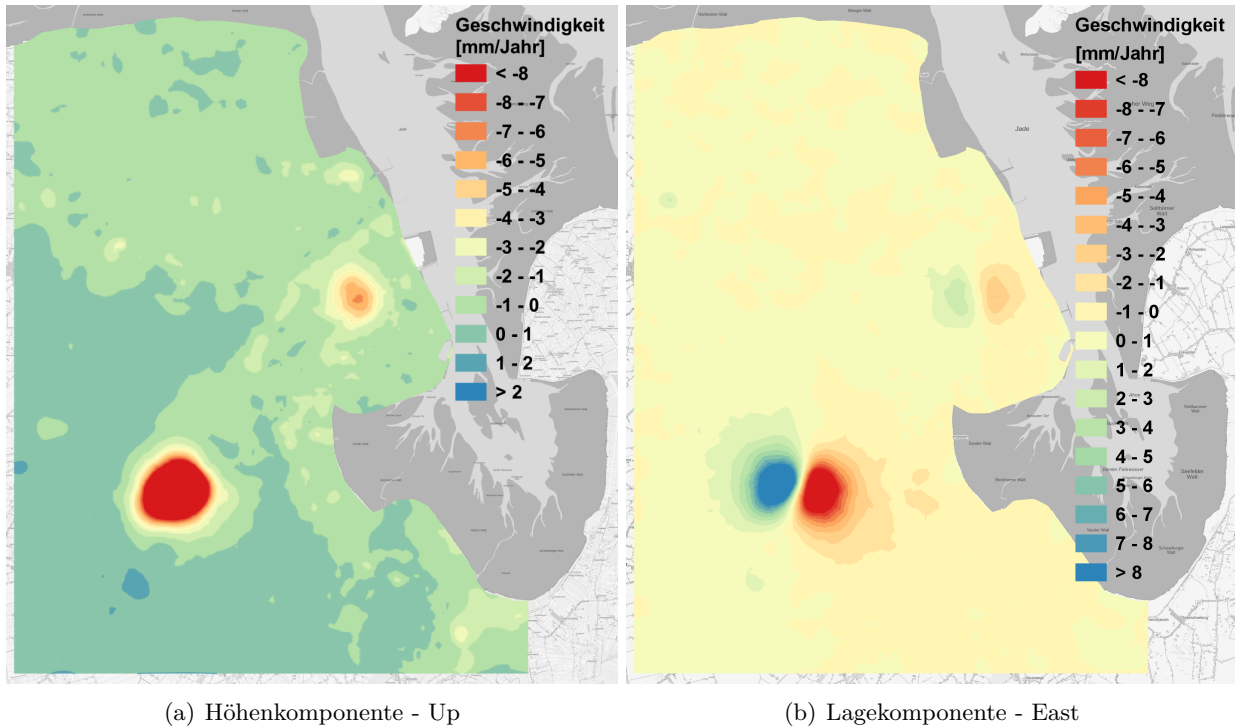
Ähnlich wie in Kapitel 5.3 kommt es hier aufgrund der Annahme, dass keine horizontalen Bewegungen in North-Richtung vorliegen, zu systematischen Fehlern infolge der Modellwahl. In Yin (2020) wird gezeigt, dass dieser Fehler linear von der wahren Nord-Süd-Bewegung abhängt. In Gebieten ohne Bewegungen in diese Richtung treten folglich keine systematischen Abweichungen auf. Der Faktor mit dem die wahre Bewegung in den Fehler eingeht, hängt von dem Azimut sowie dem Einfallswinkel ab. Eine ausführliche Diskussion, sowie simulierte Beispiele dazu sind in Yin (2020) zu finden. Ergebnis hat die dort durchgeführte Analyse, dass die Vernachlässigung der Nord-Süd-Komponente die berechnete Höhenänderung um 9% bis 20% ihres Werten verfälschen kann. Der Einfluss auf die Ost-West-Verschiebung kann bis zu 7,6% betragen.

Die Qualität der Ergebnisse kann mit Hilfe des Varianzfortpflanzungsgesetztes nach (Niemeier, 2008) abgeleitet werden. Dies wurde im Rahmen dieser Arbeit nicht tiefergehend untersucht, kann jedoch in Yin (2020) nachgelesen werden.

Abbildung 5.5 zeigt in (a) die Up- und in (b) die East-Geschwindigkeiten nach Kombination mindestens zweier SAR-Stacks. Der Vergleich von (a) mit dem Ergebnis aus nur einer einzelnen SAR-Aufnahme in Grafik 5.4 zeigt eine deutliche Verbesserung. Zum einen ist das Bild nun deutlich weniger verrauscht und zum anderen sind keine fälschlicherweise detektierten Hebungen westlich oder östlich der Bodenbewegungsgebiete zu erkennen. Die größten Unterschiede sind, wie erwartet, in den Senkungsgebieten zu sehen, da dort die Annahme, dass keine Lageverschiebungen auftreten, nicht zutrifft. In dem Gebiet in Etzel treten Geschwindigkeitsdifferenzen zwischen der Up-Komponente aus einer Einzelaufnahme und der aus der Kombination mehrerer Stacks von +14,2 mm/Jahr bis zu -26,4 mm/Jahr auf. Dies zeigt wie stark der Einfluss einer falschen Annahme sein kann. In dem Senkungsgebiet nördlich von Wilhelmshaven sind die Differenzen mit +1,6 mm/Jahr bis -3,3 mm/Jahr deutlich geringer, da die Bewegungsbeträge ohnehin kleiner sind. In Bezug auf die Up-Geschwindigkeiten zeigt sich insgesamt ein beträchtlicher Mehrwert durch die Kombination mehrerer SAR-Stapel.

In Grafik 5.5 (b) werden die East-Geschwindigkeiten dargestellt. Anhand der Farben werden diesmal nicht Deformationen der Höhenkomponente, sondern die in West-Ost-Richtung dargestellt. Dementsprechend sind Bewegungen von Westen nach Osten positiv und werden in grün bzw. blau dargestellt. Solche von Osten nach Westen sind negativ und sind orange bzw. rot eingefärbt. Es wird ersichtlich, dass die Bodenbewegungen dem Modell nach Kratzsch (2013) aus Abbildung 2.1 folgen

und in Richtung des Mittelpunktes der Senkungsmulde verlaufen. Außerdem bestätigt sich, dass die Horizontalbewegung im Mittelpunkt verschwindet. Hierbei fällt auf, dass die Geschwindigkeiten nicht nur im Senkungsschwerpunkt selbst, sondern auch von dort aus nach Norden und Süden verschwinden. Dies resultiert aus der Tatsache, dass in diesen Bereichen ausschließlich Deformationen in Nord-Süd-Richtung vorliegen, diese aber nicht erfasst werden können.



**Abbildung 5.5:** *Up- und East-Geschwindigkeiten nach Kombination zweier SAR-Stacks*

Bereits in Kapitel 5.3 nach der Auswertung der einzelnen Stacks hat sich gezeigt, dass es durch die systematischen Fehler, aufgrund der teilweise falschen Modellannahme, zu Lageverschiebungen der detektierten Bodenbewegungsgebiete kommen kann. Abbildung 5.6 verdeutlicht diesen Effekt anhand des Gebietes in Etzel. Innerhalb der eingezeichneten Grenzen sind die Up-Geschwindigkeiten kleiner als -3 mm/Jahr. Dieser Wert wurde gewählt, da die Gebiete vom LGLN auch mit diesem Schwellwert abgegrenzt werden (Brockmeyer, 2019). Es zeigt sich, dass die Ergebnisse aus einer Einzelaufnahme, je nachdem ob es sich um einen Ascending- oder Descending-Orbit handelt, systematisch nach Westen bzw. Osten verschoben sind. Das abgegrenzte Gebiet nach Kombination mehrerer Stacks liegt genau dazwischen. Im Folgenden sind die Entfernungen zwischen den Mittelpunkten der drei Senkungsgebiete aufgelistet:

- Ascending - Kombination:  $\approx 1$  km
- Descending - Kombination:  $\approx 1,5$  km
- Ascending - Descending:  $\approx 2,5$  km

In dem Bodenbewegungsgebiet nördlich von Wilhelmshaven sind die Entfernungen der Mittelpunkte zwischen der Kombination und den Einzelaufnahmen mit 500 m zwar deutlich geringer, aber trotzdem nicht zu vernachlässigen. Die Beispiele zeigen deutlich, wie groß die Verbesserungen durch die Kombination mehrerer SAR-Stapel sind, weswegen diese in Zukunft für die Ableitung der Bodenbewegungen für ganz Niedersachsen eingeführt werden sollte.

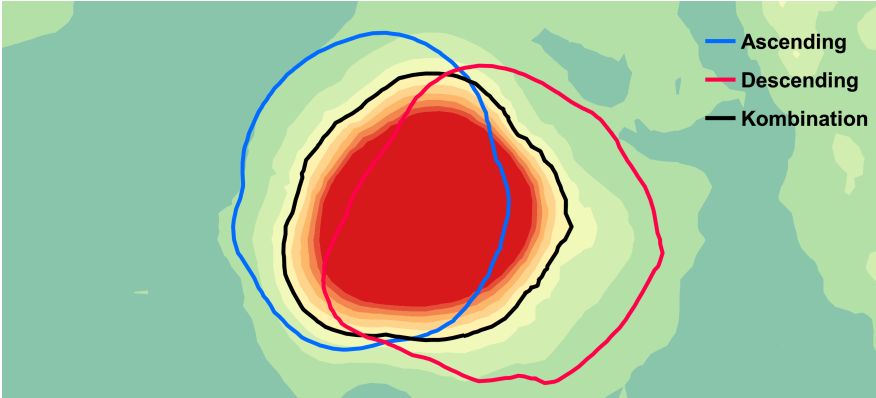


Abbildung 5.6: Systematische Lageverschiebung der Bodenbewegungsgebiete



## 6 Ergebnisse

Da eine Qualitätsbetrachtung der berechneten Ergebnisse aufgrund der vielen Prozessierungsschritte und der verschiedenen Einflussfaktoren sehr aufwendig ist, erfolgt die Validierung der Geschwindigkeiten in Kapitel 6.1 anhand unterschiedlicher terrestrischer Messungen. Dabei werden sowohl Vergleiche mit Bewegungsinformationen durchgeführt, die aus nivellierten Höhenunterschieden und tachymetrisch bestimmten Positionen abgeleitet wurden, als auch mit solchen aus GNSS-Messungen. Insgesamt stehen für diese Arbeit zwei verschiedene PSI-Datensätze zur Verfügung, deren Zeitraum sich um ein Jahr unterscheidet. Um herauszufinden, ob sich die Ergebnisse signifikant unterscheiden, erfolgt in Abschnitt 6.2 ein Vergleich dieser. Darüber hinaus wurde bisher vorrangig das Gebiet bei Wilhelmshaven betrachtet. In Kapitel 6.3 werden abschließend die Ergebnisse für das Untersuchungsgebiet Hannover ausgewertet.

### 6.1 Validierung anhand terrestrischer Messungen

Um eine Aussage über die Zuverlässigkeit der Modellierung der PSI-Daten treffen zu können, werden die im Rahmen dieser Arbeit bestimmten Bewegungsinformationen im Folgenden mit denen aus Messungen mit terrestrischen Methoden verglichen. Die Validierung erfolgt hauptsächlich mit Geschwindigkeiten, die aus etablierten geodätischen Messverfahren abgeleitet wurden. Dafür werden vom LGLN sowohl Nivellementdaten, als auch tachymetrisch aufgenommene Bewegungen sowie GNSS-Messungen zur Verfügung gestellt.

#### Vergleich mit Nivellementdaten

Abbildung 6.1 zeigt zum einen das flächendeckende Bewegungsmodell der Up-Komponente aus den InSAR-Daten für die Umgebung von Wilhelmshaven und zum anderen die Geschwindigkeiten der Nivellementfestpunkte. Hierbei sollte beachtet werden, dass im Rahmen eines Nivellements lediglich die Höhe eines Punktes bestimmt wird. Mögliche Lageverschiebungen werden vollständig vernachlässigt. Zudem muss berücksichtigt werden, dass die Nivellementschleifen aufgrund des hohen Messaufwandes nur sehr unregelmäßig gemessen werden. Folglich beziehen sich die daraus abgeleiteten Geschwindigkeiten auf andere Zeiträume, als die Informationen aus den InSAR-Daten. Dadurch ist ein exakter Vergleich der Zahlenwerte nicht unbedingt sinnvoll. Vor allem dann nicht, wenn sich das Bodenbewegungsverhalten über die Jahre ändert. Trotzdem können sich die Datensätze, was die grundlegenden Strukturen, wie stabile Umgebungen oder Bewegungsgebiete, angeht, gegenseitig stützen. Sowohl die Informationen aus den InSAR-Daten, als auch die Nivellementdaten wurden anhand der Up-Geschwindigkeit eingefärbt, sodass sie visuell, auch ohne Zahlenwerte, vergleichbar sind.

Sofort wird sichtbar, dass die Bewegungsinformationen beider Quellen grundsätzlich gut zueinander passen. In den nahezu stabilen Gebieten mit Geschwindigkeiten zwischen  $+1$  mm/Jahr und  $-1$  mm/Jahr stützen sich die beiden Datenquellen größtenteils. Nur wenige Nivellementpunkte zeigen dort eine etwas stärkere Senkung. Der vom Betrag her größte Wert in den stabilen Bereichen ist  $-5,6$  mm/Jahr. Auf diesen Festpunkt wird in der Abbildung mit Hilfe des roten Pfeiles verwiesen. Da alle benachbarten Punkte keine signifikante Senkung aufweisen, scheint dies eine lokale Bewegung zu sein, die das individuelle Bewegungsverhalten dieser Position widerspiegelt. Nach der Definition in Kapitel 2.1 gehört ein solches Verhalten nicht zu den zu bestimmenden Bodenbewegungen. Dementsprechend ist es positiv, dass sich das Verhalten nicht in den InSAR-Daten zeigt.

Eine nähere Betrachtung des Bodenbewegungsgebietes bei Etzel macht deutlich, dass innerhalb der Senkungsmulde einige, aus dem Nivellement abgeleitete Geschwindigkeiten, geringere Beträge aufweisen als die aus den InSAR-Daten. Die maximale, aus den Höhenfestpunkten bestimmte, Geschwindigkeit beträgt  $-10.8$  mm/Jahr. Die maximale, aus den PSI-Punkten abgeleitete, Geschwindigkeit ist mit  $-40.1$  mm/Jahr ungefähr viermal so groß. Die Nivellementdaten in dem Senkungsgebiet decken den Zeitraum 2000 bis 2013 ab. Die InSAR-Daten wurden erst danach aufgenommen, weswegen die unterschiedlichen Beträge auf die Aufnahmezeiträume der Daten zurückzuführen sind. Eine mögliche Erklärung dafür ist, dass die Speicherkapazität der Kavernenanlage im Laufe der letzten Jahre erhöht wurde, was zu stärkeren Senkungen führt. Alles in allem bestätigen beide Datenquellen, wie in dem Modell in Grafik 2.1 vorhergesagt, dass die Geschwindigkeit der Höhenkomponente in der Mitte der Senkungsmulde am stärksten ist.

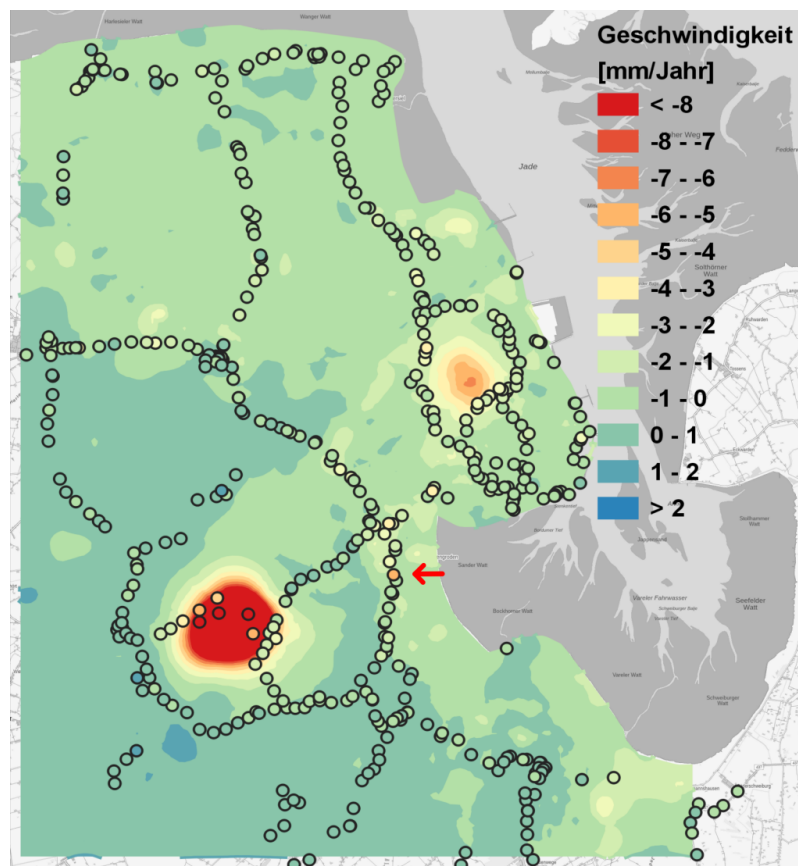


Abbildung 6.1: *Up-Geschwindigkeiten aus InSAR-Daten und Nivellement*

### Vergleich mit Tachymeterdaten

Der Vergleich zwischen den radarinterferometrisch abgeleiteten East-Geschwindigkeiten und den tachymetrisch erhobenen Bewegungen wird in Abbildung 6.2 verdeutlicht. Da mittels Tachymetrie die Lagebewegungen nicht nur eindimensional, sondern auch in Nord-Süd-Richtung bestimmt werden können, wird die zweidimensionale Verschiebung anhand der Vektoren dargestellt. Die Länge dieser ist proportional zum Betrag der Bewegung. Für die Validierung gilt hier jedoch das gleiche Problem, wie schon bei den nivellierten Daten. Tachymetrische Messungen sind sehr aufwendig und werden deswegen nur selten durchgeführt. Aus diesem Grund unterscheiden sich die Aufnahmezeitpunkte der verschiedenen Datenquellen grundlegend. Die Farbgebung ist für die flächendeckenden InSAR-Daten und die punktuellen Daten identisch, sodass der visuelle Vergleich möglichst einfach ist.



Insgesamt zeigt sich, dass die East-Geschwindigkeiten beider Quellen die gleichen Strukturen aufdecken, die Beträge aus den Tachymeterdaten jedoch geringer sind, als die aus den InSAR-Daten. Die maximal berechneten West-Ost-Verschiebungen im Senkungsgebiet bei Etzel aus den satellitengestützten Messungen betragen rund  $\pm 17$  mm/Jahr. Bei den tachymetrisch aufgenommenen Daten liegen die Maximalwerte der East-Geschwindigkeiten dagegen bei nur rund  $\pm 7$  mm/Jahr. Da diese den Zeitraum von 2004 bis 2013 abdecken und die InSAR-Daten erst danach aufgenommen wurden, spricht das für ein verändertes Bewegungsverhalten des Bodens. Dies stützt die Erkenntnis aus dem Vergleich mit den Nivellementdaten. Denn auch dort wurden deutlich größere Geschwindigkeiten der Up-Komponente für den Zeitraum ab 2014 festgestellt.

In Grafik 6.2 wird darüber hinaus sichtbar, wie sich die Vernachlässigung der Nord-Süd-Komponente auf die ermittelten Geschwindigkeiten auswirkt. Nach dem Bodenbewegungsmodell aus Abbildung 2.1 wird davon ausgegangen, dass die horizontale Bewegung im Mittelpunkt der Senkungsmulde verschwindet. Dieses Verhalten zeigt sich auch in der East-Geschwindigkeit im Gebiet bei Etzel. Zusätzlich verschwinden hier aber auch die Geschwindigkeiten zum Rand der Mulde hin, sodass sich eine nahezu in Nord-Süd-Richtung verlaufende Trennung des Bodenbewegungsgebietes ergibt. Der Grund dafür wird anhand der Vektoren aus den Tachymeterdaten ersichtlich. An den Stellen, an denen die East-Geschwindigkeit innerhalb des Senkungsgebietes verschwindet, verschiebt sich der Boden fast ausschließlich in Nord-Süd-Richtung. In Kapitel 5.4 wurde bereits darauf hingewiesen, dass sich der Fehler aufgrund der Annahme, dass keine Bewegung in der North-Komponente auftritt, proportional zur wahren Geschwindigkeit in diese Richtung verhält. Mit Hilfe der tachymetrisch bestimmten Geschwindigkeitsvektoren lassen sich näherungsweise die Positionen bestimmen, an denen keine Nord-Süd-Bewegung auftritt. Dort haben die ermittelten Up- und East-Geschwindigkeiten folglich die größte Genauigkeit.

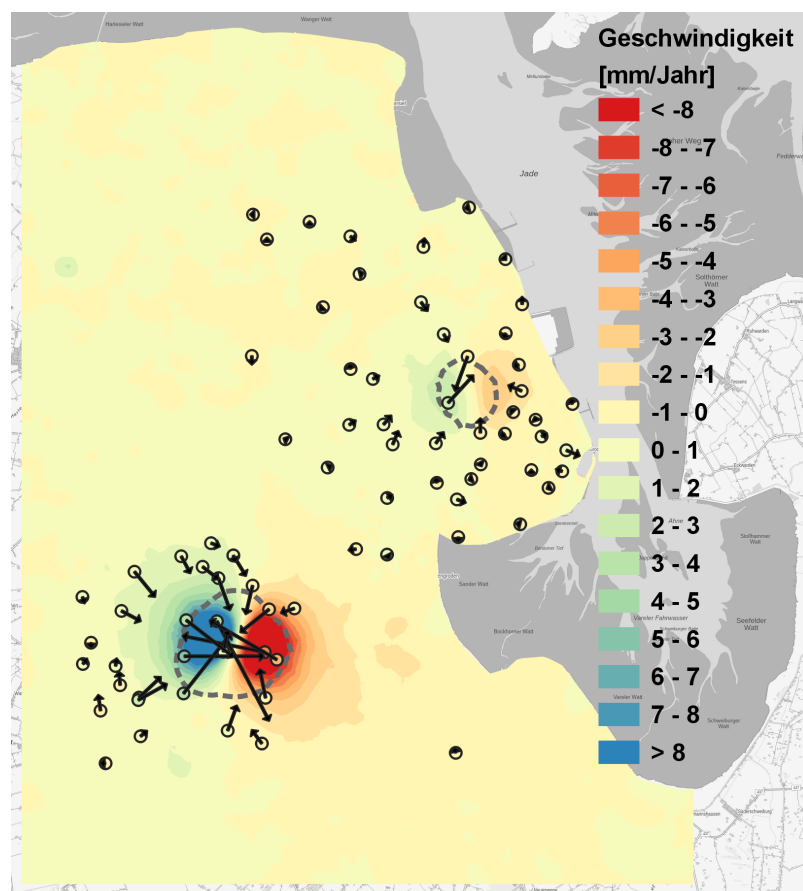


Abbildung 6.2: East-Geschwindigkeiten aus InSAR-Daten und Tachymetrie

Eine weitere Erkenntnis, die aus der Abbildung 6.2 gezogen werden kann, bezieht sich auf die räumliche Ausdehnung der Bodenbewegungen. Die grau gestrichelten Linien visualisieren die Grenzen an denen die Up-Geschwindigkeiten einen Wert von  $-3$  mm/Jahr annehmen. In Richtung des Mittelpunktes der Senkungsmulden werden die Beträge der Geschwindigkeiten größer und außerhalb des Polygons werden sie kleiner. Ein Vergleich dieser Grenzen mit den East-Geschwindigkeiten zeigt, dass die Lagebewegungen einen deutlich größeren Wirkungsbereich haben, als die Höhenbewegungen. Im Bodenbewegungsgebiet bei Etzel hat die Linie, auf der die East-Geschwindigkeiten Werte von  $\pm 3$  mm/Jahr annehmen, zu den eingezeichneten Grenzen der Up-Geschwindigkeiten einen Abstand von gut einem Kilometer. In dem kleineren Senkungsgebiet im Stadtgebiet von Wilhelmshaven sind die Beträge in Up-Richtung deutlich kleiner und dementsprechend sind auch die auftretenden East-Geschwindigkeiten geringer. Dort ist der Unterschied des Einwirkungsbereiches der verschiedenen Komponenten marginal.

### Vergleich mit GNSS-Messungen

Für den Vergleich der Geschwindigkeiten aus den PSI-Punkten mit denen aus GNSS-Messungen stehen die SAPOS-Referenzstationen zur Verfügung. Diese liefern quasi-kontinuierliche Zeitreihen der dreidimensionalen Position. Die Bewegungsinformationen wurden vom LGLN mit einer Präzision von rund  $0,01$  mm/Jahr in East- und rund  $0,02$  mm/Jahr in Up-Richtung daraus bereits abgeleitet. In dem Untersuchungsgebiet Wilhelmshaven liegen insgesamt nur zwei SAPOS-Stationen vor. Die Referenzstation mit der Nummer 0648 befindet sich im Süden von Wilhelmshaven und die mit der Nummer 0667 in Carolinensiel. Die Umgebung beider Stationen kann als nahezu stabil vorausgesetzt werden, da dies für die Positionierung mittels SAPOS notwendig ist. Tabelle 6.1 zeigt die Differenzen zwischen den aus GNSS-Messungen berechneten Geschwindigkeiten und denen die aus den InSAR-Daten bestimmt wurden. Die Abweichungen betragen zwischen  $-0,19$  mm/Jahr und  $1,15$  mm/Jahr. Grundsätzlich entspricht die Größenordnung der, die in (Kalia et al., 2017) genannt wird. Es sollte jedoch bedacht werden, dass sich dieser Vergleich nur auf zwei einzelne Positionen bezieht. Um eine aussagekräftige Qualitätsanalyse durchführen zu können, sind deutlich mehr, möglichst flächendeckend GNSS-Stationen notwendig. Zudem sollte berücksichtigt werden, dass sich die Referenzstationen in nahezu stabilen Gebieten befinden. Aus diesem Grund spielt es kaum eine Rolle, dass sich die Geschwindigkeiten beider Quellen auf unterschiedliche Zeiträume beziehen. Ein Vergleich der Bewegungsinformation ist vor allem in Bereichen mit starken Deformationen, wie z.B. in den Senkungsgebieten, notwendig, da es nur so möglich ist, die Beträge der ermittelten Geschwindigkeiten zu validieren.

**Tabelle 6.1:** Validierung anhand GNSS-Messungen

SAPOS-Station	Differenz $v_{Up}$ [mm/Jahr]	Differenz $v_{East}$ [mm/Jahr]
0648	-1,15	-0,19
0667	-0,25	-0,58

### Bodenbewegungsgebiete

Anhand der tachymetrisch erhobenen Daten, GNSS-Messungen sowie aus den nivellierten Höhen und Geschwindigkeiten aus InSAR-Daten wurden in der Vergangenheit vom LGLN Bodenbewegungsgebiete festgelegt (Brockmeyer, 2019). Diese lassen sich, wie in Abbildung 6.3 zu sehen, in Nachweis- und Verdachtsgebiete einteilen und beziehen sich in diesem Fall nur auf die Up-Komponente. Die nachgewiesenen Gebiete wurden vom LGLN anhand etablierter geodätischer Messverfahren bestimmt. Für die Verdachtsgebiete wurden zudem InSAR-Daten betrachtet, wobei berücksichtigt werden muss, dass diese nach dem in Kapitel 5.3 beschriebenen Verfahren ausgewertet wurden und dementsprechend einige systematische Effekte aufweisen. Die dargestellte Abgrenzung der Nachweisgebiete entspricht der Grenze an der die Geschwindigkeiten  $-3$  mm/Jahr

betragen sollen. Verdachtsgebiete dagegen werden als solches schon ab Geschwindigkeitsbeträgen von  $-1$  mm/Jahr bezeichnet. Die neuen Gebiete beziehen sich allein auf die in dieser Arbeit durchgeführte Auswertung der PSI-Daten.

Der Vergleich des ursprünglichen Nachweisgebietes in Etzel mit dem neuen nachgewiesenen Gebiet zeigt einen deutlichen Unterschied. Teilweise haben die Grenzen einen Abstand von bis zu einem Kilometer. Auch das neue Verdachtsgebiet weist mit bis zu 900 m sehr große Abstände zu dem ursprünglich bestimmten Gebiet auf. In dem Senkungsgebiet im Norden von Wilhelmshaven war bisher kein Nachweisgebiet vorhanden. Aus dem aktuellen PSI-Datensatz ergibt sich jedoch eine eindeutige Senkungsmulde mit Up-Geschwindigkeiten bis zu  $-6,2$  mm/Jahr. Das neue Verdachtsgebiet in diesem Bereich ist etwas kleiner als das ursprüngliche und weist eine stark verrauschte Kontur auf.

Die Begründung dafür, dass die Nachweisgebiete bisher nur aus den geodätischen Messverfahren abgeleitet wurden, liegt vor allem darin, dass diese höchst zuverlässige Bewegungsinformationen liefern. Die Qualitätsbeurteilung der radarinterferometrisch bestimmten Geschwindigkeiten ist dagegen sehr kompliziert. Hinzu kommt, dass die Auswertungen bisher nur für einzelne Stacks unter ausschließlicher Bestimmung der Up-Komponente erfolgte, wodurch systematische Effekte auftreten. Die Trennung der Bodenbewegungskomponenten in Up- als auch in East-Richtung haben eine deutliche Verbesserung der Ergebnisse gezeigt. Auch der Vergleich mit den terrestrischen Methoden in 6.1 hat dies bestätigt. Dementsprechend ist es durchaus sinnvoll die Bodenbewegungsgebiete in Zukunft auch anhand der InSAR-Daten abzugrenzen. Die teils verrauschten Konturen haben allerdings gezeigt, dass eine Abgrenzung bei  $-1$  mm/Jahr sehr wage ist. Aus diesem Grund empfiehlt sich eine Abgrenzung bei frühestens  $-1,5$  mm/Jahr oder  $-2$  mm/Jahr.

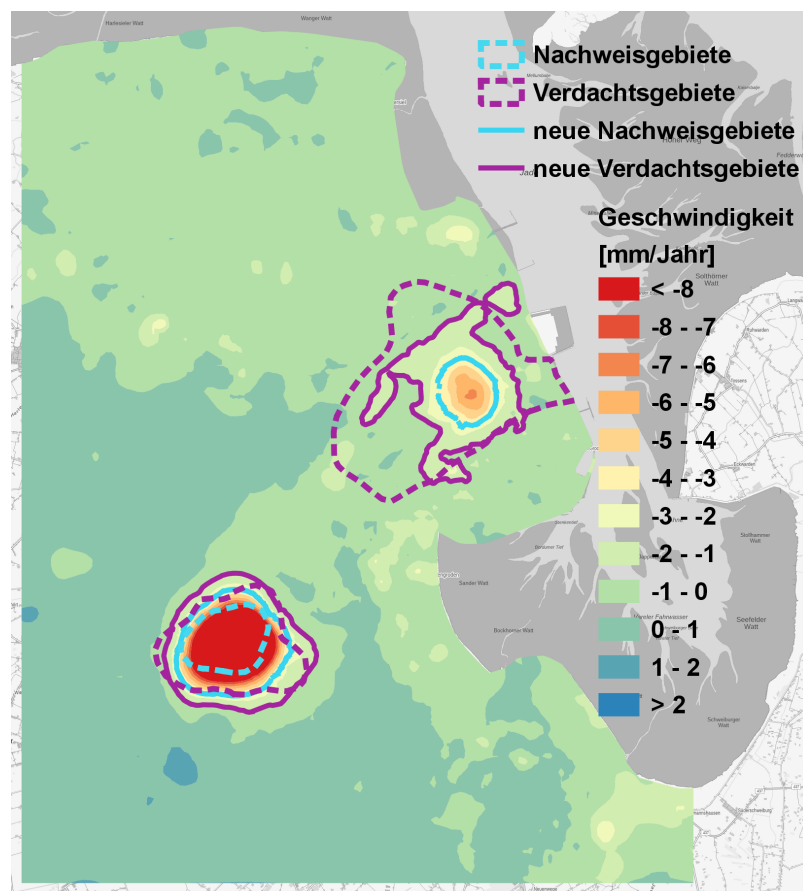


Abbildung 6.3: Nachweis- und Verdachtsgebiete

## Vergleich mit Bodenarten

In Abbildung 6.4 werden die Up-Geschwindigkeiten in der Umgebung von Wilhelmshaven den Bodenarten gegenübergestellt. Dabei wird zwischen Marschboden und Sandboden unterschieden. Der entsprechende Layer der BGR bildet die Grundlage der Grafik. Der darüber liegende, leicht transparente Layer beinhaltet die Geschwindigkeitsinformationen in der bisher verwendeten Farbgebung. Zusätzlich wird die Grenze zwischen den nahezu stabilen Geschwindigkeiten mit Tendenz zur Hebung (0 bis 1 mm/Jahr) und zur Senkung (-1 bis 0 mm/Jahr) hervorgehoben. Dabei fällt auf, dass diese Grenze annähernd mit der Grenze zwischen Marsch- und Sandboden übereinstimmt. Bei Marschböden handelt es sich um Gebiete, die ursprünglich zum Wattenmeer gehörten und von Ebbe und Flut beeinflusst wurden. Das mit der Zeit angeschwemmte Material, wie Feinsand und Schlick, lagerte sich zum Teil ab und bildet die Marsch (Landesamt für Landwirtschaft, Umwelt und ländliche Räume des Landes Schleswig-Holstein, 2011). Sandböden dagegen sind um einiges trockener und bestehen aus einem Gemisch verschiedener Minerale. Ohne tiefergehende geologische Betrachtungen kann dennoch davon ausgegangen werden, dass eine Korrelation zwischen den bestimmten Geschwindigkeiten und der Bodenart vorliegt. Auf Grundlage der Grafik 6.4 lässt sich vermuten, dass die setzungsempfindlichen Marschböden eine Tendenz zum Absinken und Sandböden eher eine Hebungstendenz aufweisen. Für den Fall, dass sich diese Vermutung als richtig erweist, zeigt dies zudem, dass die Geschwindigkeiten auf ungefähr ein mm/Jahr genau sind. Um dies mit Sicherheit sagen zu können sind jedoch weitere geologische Betrachtungen notwendig. Trotzdem ist dieser Vergleich ein Beispiel dafür, wie viel Potential in den verwendeten InSAR-Daten steckt.

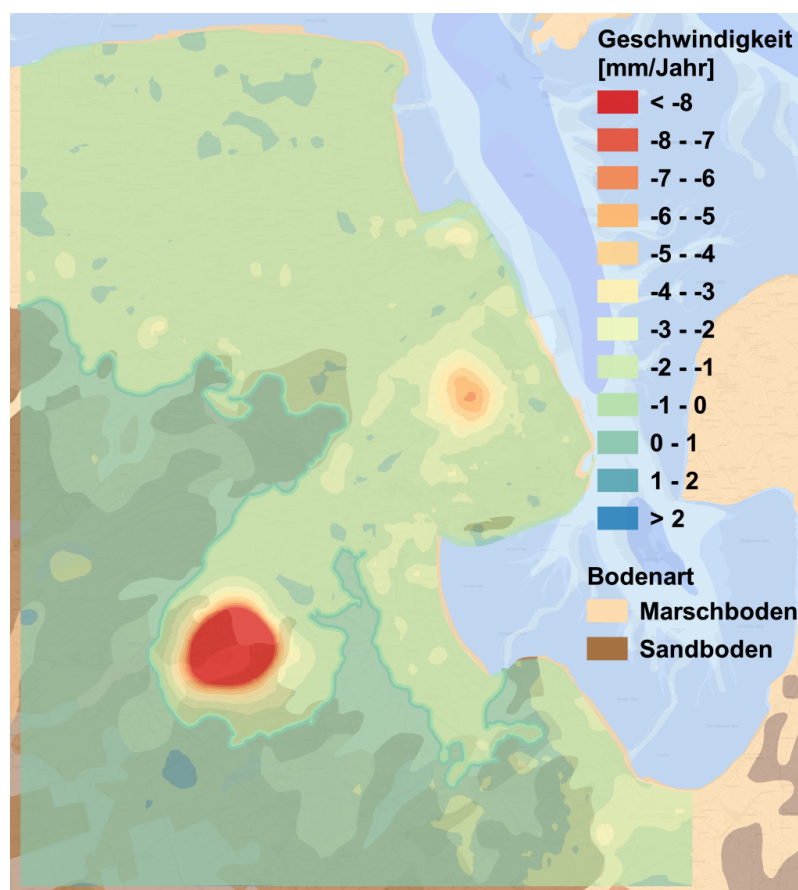


Abbildung 6.4: Gegenüberstellung der Up-Geschwindigkeiten mit den Bodenarten

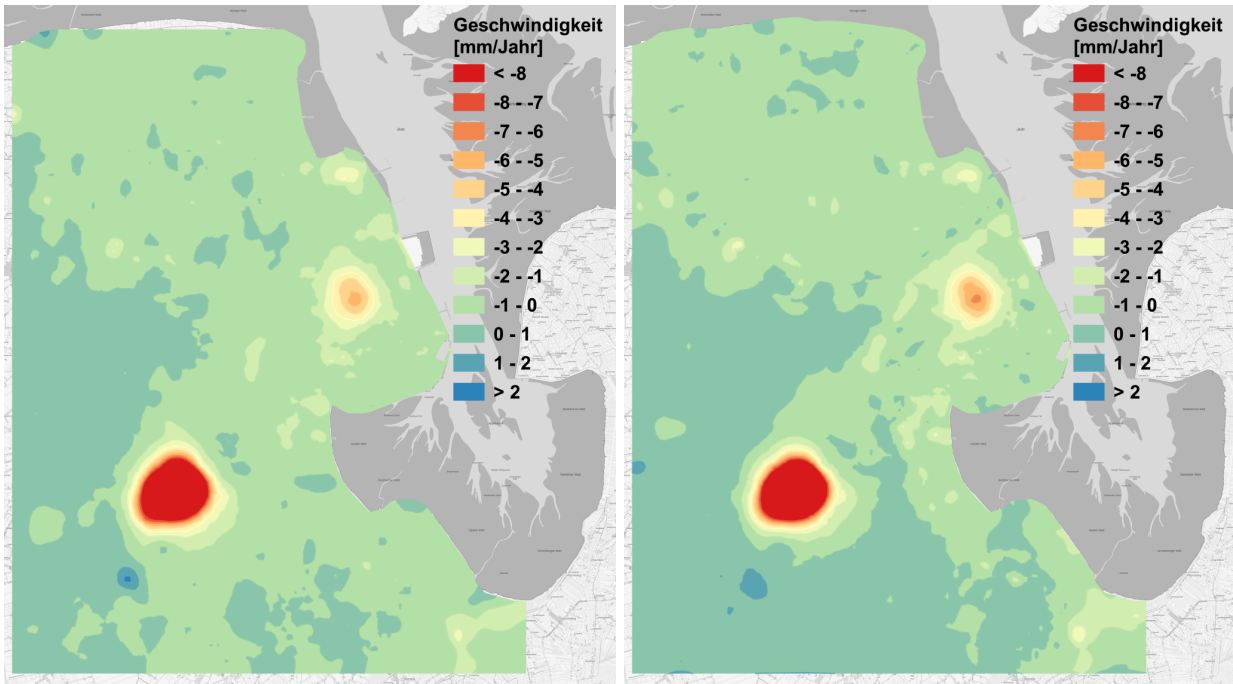
## 6.2 Vergleich der Datensätze

In Kapitel 2.3 wird bereits erwähnt, dass verschiedene PSI-Datensätze für die Analyse der Bodenbewegungen zur Verfügung stehen. Einer deckt den Zeitraum von Ende 2014 bis Anfang 2018 ab und der andere beinhaltet die Daten eines weiteren Jahres und endet dementsprechend Anfang 2019. Hinzu kommt, dass im kürzeren Datensatz 1 eine zeitliche Unstimmigkeit vorliegt. Die Ascending-Daten liegen war bis Anfang 2018 vor, die Daten des Descending Orbits enden allerdings bereits Anfang 2017. Im Folgenden werden die Ergebnisse der beiden unabhängig voneinander ausgewerteten Datensätze miteinander verglichen, um die Relevanz der Aufnahmezeitspanne zu analysieren.

Abbildung 6.5 zeigt in (a) die Up-Geschwindigkeiten aus Datensatz 1 und in (b) die aus Datensatz 2 nach Berechnung aus der Kombination mehrerer SAR-Stacks. Alles in allem zeigen sich in beiden Ergebnissen dieselben Strukturen. Dennoch sind feine Unterschiede zu erkennen. Um diese zu veranschaulichen, sind in Grafik (c) die Differenzen der Up- und in (d) die Differenzen der East-Geschwindigkeiten (Datensatz1 - Datensatz 2) räumlich zu erkennen. In (e) und (f) sind diese zusätzlich als Histogramm dargestellt. Diese zeigen, dass die Differenzen normalverteilt sind und ein Großteil zwischen  $\pm 1$  mm/Jahr liegt. Es wird außerdem ersichtlich, dass die größten Unterschiede mit bis zu rund 4,0 mm/Jahr in der Up- und bis zu 3,7 mm/Jahr in der East-Komponente in dem Bodenbewegungsgebiet in Etzel auftreten. In der stabilen Umgebung dagegen sind die Differenzen mit Werten bis zu maximale  $\pm 1,5$  mm/Jahr zu vernachlässigen, da sie innerhalb der erwarteten Genauigkeit liegen. Auch in dem Bodenbewegungsgebiet nördlich von Wilhelmshaven treten nur kleine Differenzen auf.

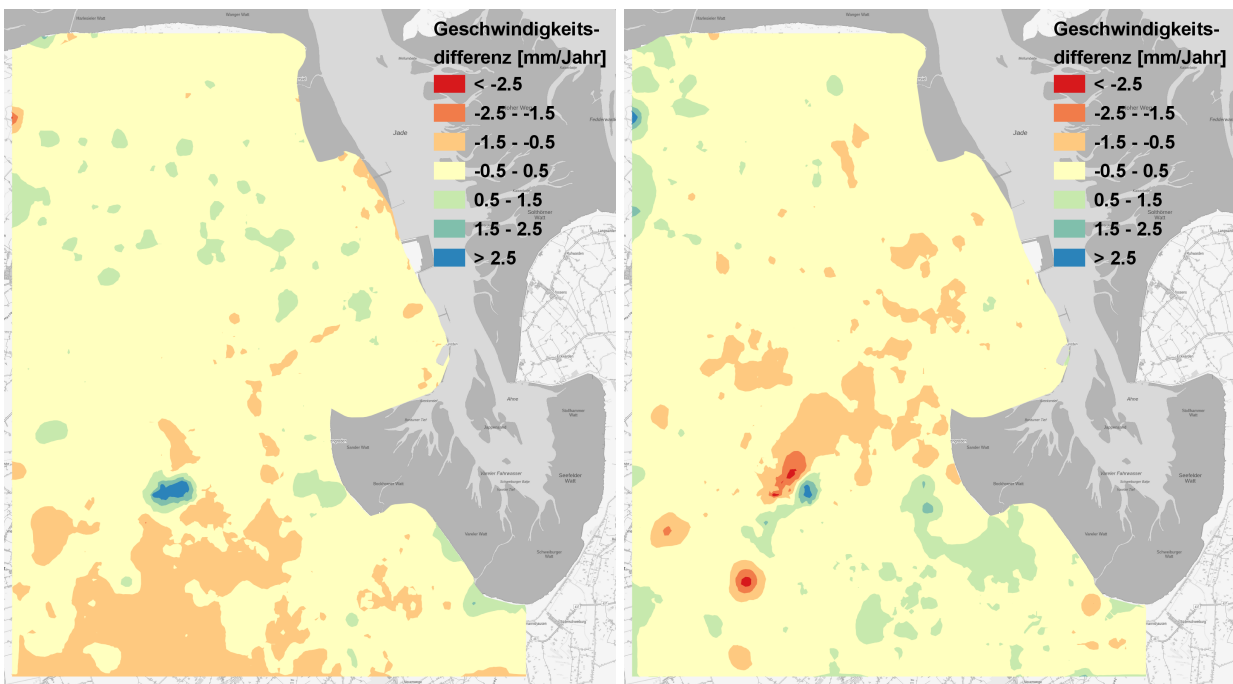
Ein detaillierter Blick auf das Bodenbewegungsgebiet bei Etzel zeigt, dass die negativen Geschwindigkeiten in Up-Richtung in Datensatz 2 größer sind als die Senkungen in Datensatz 1. Ein möglicher Grund dafür ist, dass im Zeitraum von Anfang 2018 bis Anfang 2019 die Speicherkapazität erhöht und somit die resultierenden Senkungen verstärkt wurden. Da die Anzahl der Kavernen in diesem Gebiet in letzter Zeit stetig erhöht wurde, ist diese Erklärung sehr wahrscheinlich. Dies zeigt, dass sich die mittlere Geschwindigkeit bereits in einem Jahr signifikant verändern kann. Auch in Zukunft kann von einer weiteren Vergrößerung des Öl- und Gasspeicherstandortes ausgegangen werden. Aus diesem Grund sollte dieses Gebiet mindestens jährlich ausgewertet werden. Dadurch kann ein zu schnelles Absinken frühzeitig erkannt werden.

Da in Kapitel 6.1 mit Bezug auf die Bodenarten auf die Grenze zwischen den Up-Geschwindigkeiten mit einer leichten Senkung (-1 bis 0 mm/Jahr) und einer leichten Hebung (0 bis 1 mm/Jahr) eingegangen wurde, wird diese auch hier näher betrachtet. Es hat sich gezeigt, dass die Grenze aus Datensatz 2 nahezu mit der zwischen den Marsch- und Sandböden übereinstimmt. Schnell wird deutlich, dass dies in Datensatz 1 nicht der Fall ist. Die Grenze in Abbildung 6.5 (a) zeigt im nördlichen Abschnitt zwar einen ähnlichen Verlauf wie die in (b), weicht im südlichen Teil aber deutlich davon ab und ist insgesamt deutlich verrauschter. Ein möglicher Grund dafür ist, dass die Zeitreihen der PSI-Punkte aus größeren SAR-Stapeln aufgrund der statistischen Auswertung eine höhere Stabilität aufweisen und zu genaueren Ergebnissen führen. Um dies zu überprüfen, sind jedoch weitere Auswertungen mit noch größeren Aufnahmezeiträumen notwendig. Eine weitere Ursache könnte auch die leichte Inkonsistenz des Datensatzes selbst sein. Werden die Daten eines auf- und eines absteigenden Satelliten miteinander kombiniert, kann es durch Deformationen im Zeitraum, der nicht von beiden Datensätzen abgedeckt wird, zu systematischen Fehlern kommen. Diese sind dann vorrangig in den Bodenbewegungsgebieten zu erwarten.



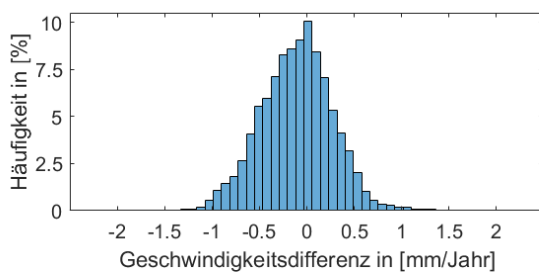
(a) Up-Geschwindigkeiten Datensatz 1

(b) Up-Geschwindigkeiten Datensatz 2

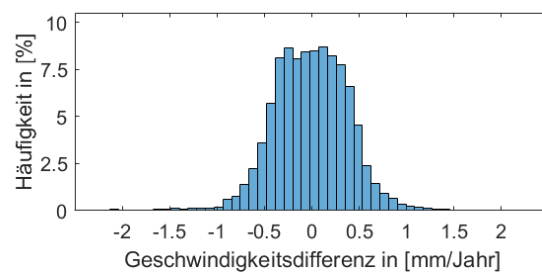


(c) Differenz der Up-Geschwindigkeiten

(d) Differenz der East-Geschwindigkeiten



(e) Histogramm der Up-Differenz



(f) Histogramm der East-Differenz

**Abbildung 6.5:** Vergleich von Datensatz 1 (2014 bis 2018) und 2 (2014 bis 2019)

## 6.3 Wunstorf

Um die Anwendbarkeit der in dieser Arbeit beschriebenen Prozessierungskette auch für andere Gebiete zu zeigen, wurde ein zweites Untersuchungsgebiet ausgewertet. Dieses beinhaltet den Raum Hannover und wurde bereits in Kapitel 2.3.1 näher beschrieben.

Abbildung 6.6 zeigt in (a) unter anderem die flächendeckend ermittelten Up-Geschwindigkeiten aus den InSAR-Daten und die punktuellen Bewegungsinformationen, die aus den Nivellementdaten abgeleitet wurden. Daran wird deutlich, dass die Geschwindigkeitsbeträge insgesamt deutlich geringer sind, als die im Untersuchungsgebiet Wilhelmshaven. Ähnlich wie in Kapitel 6.1 liefern beide Messverfahren ähnliche Aussagen über das Bewegungsverhalten und bestätigen sich demnach gegenseitig. Die vom Betrag her größte Geschwindigkeit aus den Nivellementdaten beträgt rund  $-6,0$  mm/Jahr und die aus den InSAR-Daten rund  $-4,2$  mm/Jahr. Anders als im Untersuchungsgebiet Wilhelmshaven sind hier also die radarinterferometrisch ermittelten Bewegungen im Senkungsgebiet etwas geringer. Um eine genaue Aussage über die Qualität der InSAR-Daten und vor allem über die Richtigkeit der Beträge treffen zu können, ist es notwendig in den Bodenbewegungsgebieten mehr Informationen aus anerkannten terrestrischen Messungen zu erhalten.

Ein Blick auf die eingezeichneten Bodenbewegungsgebiete zeigt, dass das aktuelle Nachweisgebiet des LGLN eine etwas langgezogene Form in Nord-West-Richtung hat und damit die Lage des unterirdischen Salzstocks näherungsweise widerspiegelt. Das neu bestimmte Nachweisgebiet aus den InSAR-Daten ist etwas kürzer, aber dafür breiter. Sowohl die Länge, als auch die Breite unterscheidet sich um rund einen Kilometer. Auch der Radius der Verdachtsgebiete hat einen Unterschied von gut einem Kilometer.

Die entsprechenden East-Geschwindigkeiten aus den InSAR-Daten sind in der Grafik 6.6 (b) abgebildet. Auch hier wird durch die gleiche Farbskalierung wie im Untersuchungsgebiet Wilhelmshaven klar, dass die Bewegungsbeträge deutlich geringer sind. Die eingezeichnete Grenze entspricht dem neuen Nachweisgebiet. Innerhalb des Polygons haben die Up-Geschwindigkeiten eine kleinere Geschwindigkeit als  $-3$  mm/Jahr und außerhalb sind sie größer. Der Vergleich dieser Grenze mit den East-Geschwindigkeiten zeigt, dass auch hier die Lagebewegungen ein größeres Einflussgebiet haben, als die Vertikalbewegungen. Dieses Phänomen kann in beiden Untersuchungsgebieten beobachtet werden und sollte deswegen in Zukunft bei der Abgrenzung der Bodenbewegungsgebiete berücksichtigt werden.

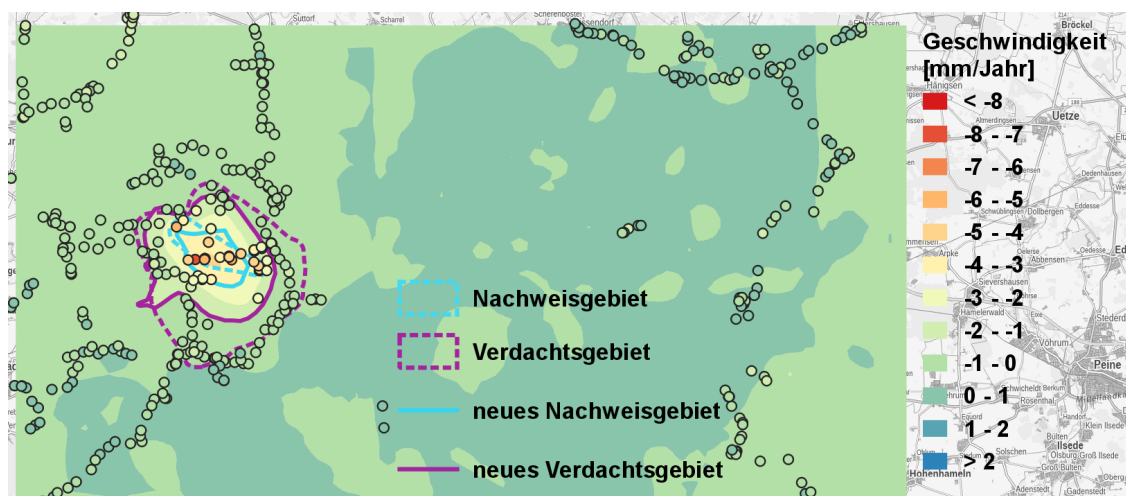


Abbildung 6.6: Hannover - Up-Geschwindigkeiten und Bodenbewegungsgebiete



Abbildung 6.7: Hannover - East-Geschwindigkeiten



## 7 Fazit und Ausblick

Ziel dieser Arbeit war die bestehende Prozessierungskette des LGLN zur Analyse von InSAR-Daten zu erweitern und durch Kombination mehrerer SAR-Stacks Bodenbewegungen nicht nur in vertikaler, sondern auch in horizontaler Richtung abzuleiten. Die berechneten Deformationen können anschließend genutzt werden, um die Aktualität des integrierten geodätischen Raumbezuges sicherzustellen.

Die zeitliche Betrachtung der Entfernungsänderungen der PSI-Punkte in Blickrichtung des Sensors und die Modellierung der Zeitreihen haben gezeigt, dass die Rückstreuer unterschiedliche Bewegungsverhalten aufweisen können, weswegen die Modellannahme individuell erfolgen muss. Bevor der funktionale Zusammenhang einer Zeitreihe festgelegt wurde, sind jedoch, unter Verwendung des gewichteten gleitenden Mittelwertes, grobe Ausreißer aus dem Datenmaterial zu entfernen. Hier hat sich die inverse Distanzgewichtung mit einer Filtermaske von 3 Monaten als geeignet erwiesen. Der Grad des polynomialen Trends wurde anschließend mit Hilfe der Methode der Modellerweiterung und Hypothesentest bestimmt. Der Vergleich mit der alternativen Lösung nach Verwendung von orthogonalen Polynomen hat eindeutig gezeigt, dass die Erweiterung des Modells die besseren Ergebnisse liefert. Wie erwartet sind mit rund 62% die meisten Zeitreihen im Untersuchungsgebiet Wilhelmshaven stabil und etwa 26% zeigen ein lineares Hebungs- bzw. Senkungsverhalten. Der folgende Test auf Schwingung hat außerdem ergeben, dass ca. 7% aller Zeitreihen periodische Signale aufweisen. Die Bestimmung dieser bildet nicht nur die Grundlage für weiterführende geologische Untersuchungen, sondern ist auch ausschlaggebend für die Selektion der Zeitreihen mit einem zu großen Messrauschen. Diese erfolgt auf Basis der a posteriori Standardabweichung und hat pro Stack rund 1% aller Zeitreihen im untersuchten Gebiet als Ausreißer aufgedeckt. Anhand einer räumlichen Betrachtung der PSI-Punkte unter Berücksichtigung der Nachbarschaft wurden weitere rund 4% als Ausreißer aus den Datensätzen eliminiert.

Nach Durchführung einer räumlichen Strukturanalyse und flächenhafter Approximation der Geschwindigkeitsinformationen in LoS-Richtung mit Hilfe des Ordinary Kriging Ansatzes, haben die Ergebnisse gezeigt, dass die Daten systematische Effekte beinhalten. Diese resultieren aus der Aufnahmegeometrie der Satelliten und erschweren die Interpretation. Die Projektion der LoS-Richtung auf die Up-Komponente unter Vernachlässigung jeglicher Horizontalbewegung hat zum Teil starke systematische Effekte zur Folge. Eine wesentliche Erkenntnis ist, dass sich dadurch nicht nur die Beträge der Geschwindigkeiten, sondern auch die Lage der Bodenbewegungsgebiete verändert. Unter Hinzunahme weiterer, linear unabhängiger SAR-Stackel konnte zusätzlich auch die Verschiebung in East-Richtung geschätzt werden. Die Vernachlässigung der North-Komponente führt zwar ebenfalls zu systematischen Abweichungen, jedoch sind diese deutlich geringer. Die Lage des Senkungsgebietes im Bereich Etzel hat sich durch die Kombination der Stacks um mehr als einen Kilometer verändert. Eine Verschiebung in dieser Größenordnung ist für die Sicherstellung der Aktualität des Raumbezuges durchaus relevant. Im Vergleich zu den Up-Geschwindigkeiten haben die Bewegungen in East-Richtung ein größeres Einflussgebiet. Dies ist jedoch in Abhängigkeit von der Größenordnung der Höhenbewegung zu betrachten.

Die Validierung der Ergebnisse anhand terrestrischer Messungen hat deutlich gemacht, dass die verschiedenen Quellen zwar dieselben Strukturen aufdecken, eine durchgreifende Qualitätsaussage jedoch nicht möglich ist. Dafür sind nicht ausreichend Festpunkte und vor allem zu wenig GNSS-Referenzstationen vorhanden. Die entdeckte Korrelation zwischen den Bodenbewegungen und den

Bodenarten bestätigt das Potential der InSAR-Daten und eröffnet anderen Fachdisziplinen, wie z.B. der Geologie, neue Möglichkeiten. Die Auswertung verschiedener, sich zeitlich überlappender Datensätze hat ergeben, dass eine jährliche Prozessierung der Daten in aktiven Bodenbewegungsgebieten durchaus sinnvoll ist, in stabilen Umgebungen jedoch keine signifikanten Änderungen auftreten. Ein zweites Untersuchungsgebiet in der Region Hannover hat die gewonnenen Erkenntnisse und die Anwendbarkeit der Prozessierungskette bestätigt.

Für die Zukunft ist es wünschenswert eine aussagekräftige Beurteilung der Richtigkeit der ermittelten Geschwindigkeitsbeträge durchführen zu können. Dafür sind grundsätzlich mehr Festpunkte in den Bodenbewegungsgebieten notwendig. Besonders geeignet sind dafür Radarreflektoren, die mit ihren optimalen Rückstreuereigenschaften im Rahmen der Persistent Scatterer Interferometrie ausgewertet werden können. Durch gleichzeitiges Überwachen dieser Stationen durch GNSS-Messungen oder andere terrestrische Methoden, wird eine durchgreifende Qualitätsaussage ermöglicht. Darüber hinaus ist es denkbar die Geschwindigkeiten nicht nur bezogen auf einen ganzen Zeitraum, sondern auch einzeln für jeden Zeitpunkt zu bestimmen. Dadurch bekäme die vierte Dimension mehr Ausdruck und das Bewegungsverhalten des Bodens ließe sich dynamisch, z.B. anhand eines Videos, darstellen. Um herauszufinden, ob die Schwingungen in den urbanen Umgebungen möglicherweise aus den Eigenbewegungen individueller Objekte resultieren, könnten die PSI-Punkte mit Karten oder Gebäudemodellen, wie z.B. dem LoD2, verschnitten werden. Für das Jahr 2025 ist außerdem der Start einer neuen Radarmission im Rahmen des Copernicusprogrammes geplant. Diese soll im L-Band operieren und nennt sich ROSE-L (European Space Agency, 2019). Durch die größere Wellenlänge wird voraussichtlich die räumliche Auflösung, vor allem in ländlichen Regionen, erhöht. Die Kombination mit der Sentinel-1 Mission erhöht zudem die zeitliche Auflösung und liefert dementsprechend verbesserte Informationen über schnell ablaufende Bewegungsprozesse.

# Literaturverzeichnis

- Brockmeyer, M. (2019). Daten der Landesvermessung zur räumlichen Interpolation von Bodenbewegungen. *Tagungsband Geomonitoring 2019*.
- Brockmeyer, M., Schnack, C., und Jahn, C.-H. (2020). Datenanalyse und flächenhafte Modellierung der PSI-Informationen des BBD für die Landesfläche Niedersachsens. *zfv - Zeitschrift für Geodäsie, Geoinformation und Landmanagement*, Seiten 154 – 167.
- Busch, W. und Linke, J. (2014). Räumliche Höhenänderungsanalyse auf Grundlage einer automatisierten Ausgleichung massenhaft vorliegender PSI-Zeitreihen mittels Orthogonaler Polynome. *Allgemeine Vermessungs-Nachrichten*, Seiten 298 – 310.
- Caspary, W. und Wichmann, K. (2007). *Auswertung von Messdaten. Statistische Methoden für Geo- und Ingenieurwissenschaften*. De Gruyter.
- Deutsches Institut für Normung e.V. (1995a). *DIN 1319-1:1995-01 - Grundlagen der Meßtechnik - Teil 1: Grundbegriffe*. Beuth Verlag GmbH.
- Deutsches Institut für Normung e.V. (1999). *DIN 21917: 1999-02 - Bergmännisches Risswerk Gebirgs- und Bodenbewegungen*. Beuth Verlag GmbH.
- European Space Agency (2019). Copernicus L-band SAR Mission Requirements Document.
- European Space Agency (2020). Sentinel online. <https://sentinel.esa.int/web/sentinel/missions/sentinel-1>, Zugriff: 09/2020.
- Ferretti, A., Prati, C., und Rocca, F. (2001). Permanent Scatterers in SAR Interferometry. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, Seiten 8–20.
- Fuhrmann, T. (2016). *Surface Displacements from Fusion of Geodetic Measurement Techniques Applied to the Upper Rhine Graben Area*. Diss., Department of Civil Engineering, Geo and Environmental Sciences of the Karlsruhe Institute of Technology.
- GIS Geography (2020). Kriging Interpolation - The Prediction Is Strong in this One. <https://gisgeography.com/kriging-interpolation-prediction>, Zugriff: 09/2020.
- Heckmann, B., Berg, G., Heitmann, S., Jahn, C.-H., Klauser, B., Liebsch, G., und Liebscher, R. (2015). Der bundeseinheitliche geodätische Raumbezug – integriert und qualitätsgesichert. *zfv - Zeitschrift für Geodäsie, Geoinformation und Landmanagement*, Seiten 180 – 184.
- Jäger, R., Müller, T., Saler, H., und Schwäble, R. (2005). *Klassische und robuste Ausgleichungsverfahren. Ein Leitfaden für Ausbildung und Praxis von Geodäten und Geoinformatikern*. Wichmann.
- Kalia, A. C., Frei, M., und Lege, T. (2017). A Copernicus downstream-service for the nationwide monitoring of surface displacements in Germany. *Remote Sensing of Environment*.
- Klausing, H. und Holpp, W. (1999). *Radar mit realer und synthetischer Apertur. Konzeption und Realisierung*. De Gruyter.
- Kratzsch, H. (2013). *Bergschadenkunde*. Deutscher Markscheider-Verein e. V.

- K+S AG (2019). Nach 120 Jahren endete die Kaliförderung. <https://www.kpluss.com/de-de/ueber-ks/standorte/europa/sigmundshall/index.html>, Zugriff: 09/2020.
- Landesamt für Landwirtschaft, Umwelt und ländliche Räume des Landes Schleswig-Holstein (2011). Quer durch Schleswig-Holstein. Unseren Boden begreifen. [https://www.umweltdaten.landsh.de/nuis/upool/gesamt/geologie/bodenbroschuere\\_querdurch.pdf](https://www.umweltdaten.landsh.de/nuis/upool/gesamt/geologie/bodenbroschuere_querdurch.pdf), Zugriff: 09/2020.
- Mohammadivojdan, B., Alkhatib, H., Brockmeyer, M., Jahn, C.-H., und Neumann, I. (2020). Surface Based Modeling of Ground Motion Areas in Lower Saxony. *Tagungsband Geomonitoring 2020*.
- Montero, J., Fernández-Avilés, G., und Mateu, J. (2015). *Spatial and Spatio-Temporal Geostatistical Modeling and Kriging*. Wiley Series in Probability and Statistics.
- Niemeier, W. (2008). *Ausgleichsrechnung: statistische Auswertemethoden*. De Gruyter, 2 edition.
- Nord West Kavernengesellschaft mbH (2020). Standort Rüstringen. <https://www.nwkg.de/standorte/ruestringen.html>, Zugriff: 09/2020.
- Storage Etzel GmbH (2017). Kavernenspeicher Etzel. [https://www.storag-etzel.de/fileadmin/user\\_data/download/2017\\_12\\_standortbroschuere\\_kavernenspeicher\\_etzel\\_web\\_0.pdf](https://www.storag-etzel.de/fileadmin/user_data/download/2017_12_standortbroschuere_kavernenspeicher_etzel_web_0.pdf), Zugriff: 09/2020.
- Tobler, W. R. (1970). A Computer Movie Simulating Urban Growth in the Detroit Region. *Economic Geography*, Seiten 234–240.
- VanderPlas, J. T. (2018). Understanding the Lomb–Scargle Periodogram. *The Astrophysical Journal Supplement Series*.
- Wackernagel, H. (1998). *Multivariate Geostatistics. An Introduction with Applications*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg.
- Woodhouse, I. H. (2006). *Introduction to microwave remote sensing*. CRC Press, Taylor & Francis.
- Wu, C., Barkan, B., Huneycutt, B., Leang, C., und Pang, S. (1981). An introduction to the interim digital SAR processor and the characteristics of the associated Seasat SAR imagery. JPL Publication 81-26, California Institute of Technology, Pasadena.
- Yin, X. (2020). *Einflüsse geometrischer Radar-Aufnahmekonstellationen auf die Qualität der kombinativ berechneten Bodenbewegungskomponenten*. Diss., Fakultät für Energie- und Wirtschaftswissenschaften der Technischen Universität Clausthal.
- Yin, X. und Busch, W. (2018). Nutzung der Sentinel-1 Aufnahmekonfigurationen zur Ableitung von Bodenbewegungskomponenten im Rahmen eines radarinterferometrischen Bodenbewegungsmonitorings. *Tagungsband Geomonitoring 2018*.