

Jade Hochschule Oldenburg

Fachbereich: Bauwesen Geoinformation Gesundheitstechnologie

Studiengang: Angewandte Geodäsie



Bachelorarbeit (B. Sc.)

Untersuchung der Leistungsfähigkeit des integrierten Positionierungssystems
Trimble® R12i insbesondere für die Einmessung von Gebäuden zur
Fortführung des Liegenschaftskatasters

Eingereicht von: Jöran Wierk
Schöpfwerkstraße 15
21775 Ihlienworth
E-Mail: joeran.wierk@student.jade-hs.de
Mat.-Nr. 6032110

Erarbeitet im: 7. Semester

Abgegeben am: 30.01.2023

Erstprüfer: Prof. Dipl.-Ing. Harry Wirth
Jade Hochschule Oldenburg
Ofener Straße 16/19
26121 Oldenburg

Zweitprüferin: Dipl.-Ing. Birgitt Petermann-Schnau
Landesamt für Geoinformation und Landesvermessung
Niedersachsen (LGLN)
Regionaldirektion Otterndorf, Katasteramt Otterndorf
Am Großen Specken 7
21762 Otterndorf

Kurzfassung

Im Rahmen dieser Arbeit gilt es die Leistungsfähigkeit des integrierten Positionierungssystems Trimble R12i, insbesondere für die Einmessung von Gebäuden, zur Fortführung des Liegenschaftskatasters zu untersuchen. Das Liegenschaftskataster bildet den amtlichen Nachweis von Gebäuden und Flurstücken (Liegenschaften), welche anhand von Liegenschaftsvermessungen erhoben werden. Auf Grundlage von praktisch durchzuführenden Untersuchungen ist zu analysieren, ob das integrierte Positionierungssystem die an Liegenschaftsvermessungen geltenden Anforderungen erfüllt und inwiefern das System bei Gebäudevermessungen einsetzbar ist. Zusätzlich werden die Funktionsweisen sowie die Fehlereinflüsse der GNSS- und INS-Navigation für eine ausführliche Betrachtung der Leistungsfähigkeit des integrierten Positionierungssystems erläutert.

Die GNSS-INS-Integration des Systems ermöglicht das direkte Messen eines Gebädepunktes anhand neigungskompensierter GNSS-Messungen. Dieses Verfahren führt im Vergleich zu den bisher angewandten Verfahren zu einer Zeitersparnis, welche die Wirtschaftlichkeit und Effizienz von Gebäudevermessungen steigert. In den nachfolgenden Untersuchungen wird zum einen die Abhängigkeit der Genauigkeit einer neigungskompensierten GNSS-Messung von dem Grad der Neigung untersucht und zum anderen die anhand eines direkten Vergleiches der Messverfahren auftretenden Lageabweichungen, zwischen den Verfahren, betrachtet. Darüber hinaus erfolgt eine Wirtschaftlichkeitsbetrachtung sowie eine weitere Untersuchung zur Steigerung der Effizienz von Gebäudevermessungen durch die Erzeugung unabhängiger GNSS-Messungen.

Die Ergebnisse der Untersuchungen zeigen, dass das integrierte Positionierungssystem Trimble R12i eine hohe Leistungsfähigkeit aufweist. Insbesondere die neigungskompensierten GNSS-Messungen für die Einmessung von Gebäuden, zur Fortführung des Liegenschaftskatasters, führen zu einer Steigerung der Wirtschaftlichkeit und Effizienz von Gebäudevermessungen.

Abstract

The purpose of this work is to investigate the performance of the Trimble R12i integrated positioning system, in particular for the measurement of buildings, for the continuation of the real estate cadastre. The real estate cadastre is the official proof of buildings and parcels of land (real estate), which are surveyed on the basis of real estate surveys. On the basis of practical investigations, it is necessary to analyze whether the integrated positioning system complies the requirements applicable to real estate surveys and to what extent the system can

be used for building surveys. In addition, the functionalities as well as the error influences of GNSS and INS navigation are explained for a detailed consideration of the performance of the integrated positioning system.

The GNSS-INS integration of the system allows direct measurement of a building point using tilt-compensated GNSS-measurements. This method leads to time savings compared to the methods used so far, which increases the economy and efficiency of building surveys. In the following investigations, the dependence of the accuracy of a tilt-compensated GNSS-measurement on the degree of tilt is investigated on the one hand, and on the other hand, the deviations in position between the methods that occur on the basis of a direct comparison of the measurement methods are considered. In addition, an economic feasibility study will be conducted, as well as a further investigation into increasing the efficiency of building surveys by generating independent GNSS-measurements.

The results of the tests show that the Trimble R12i integrated positioning system has a high level of performance. In particular, the tilt-compensated GNSS-measurements for the survey of buildings, for the continuation of the real estate cadastre, lead to an increase in the cost-effectiveness and efficiency of building surveys.

Inhaltsverzeichnis

Abkürzungsverzeichnis	VI
Abbildungsverzeichnis	VII
Tabellenverzeichnis	VIII
Formelverzeichnis	VIII
1. Einleitung	1
1.1. Motivation.....	1
1.2. Zielsetzung.....	2
2. Theoretische Grundlagen.....	2
2.1. Global Navigation Satellite System (GNSS)	2
2.1.1. Anforderungen an Satellitennavigationssysteme	3
2.1.2. Fehlereinflüsse	4
2.1.3. Differentielles GNSS.....	7
2.1.4. GNSS im Überblick	8
2.1.5. Bezugssysteme	9
2.2. Inertiale Navigation	10
2.2.1. Inertial Measurement Unit – IMU.....	11
2.2.2. Inertiale Sensoren.....	11
2.2.2.1. Drehratensensoren.....	12
2.2.2.2. Beschleunigungsmesser	15
2.2.2.3. Sensorfehler.....	18
2.2.3. Koordinatensysteme	21
2.2.4. Eulerwinkel	22
2.2.5. Strapdown-Algorithmus	23
2.2.6. GNSS / INS-Integration	25
2.3. SAPOS	26
2.3.1. SAPOS-Dienste.....	27
2.3.2. Arbeitsweisen der Referenzstationen	28

2.4. Tachymeter	29
2.4.1. Richtungsmessung.....	29
2.4.2. Streckenmessung.....	30
3. Messprogramm	31
3.1. Definition und Planung der Messaufgabe.....	31
3.1.1. Genauigkeitsuntersuchung der TIP-Neigungskompensation.....	32
3.1.2. Gebäudevermessung mittels TIP-neigungskompensierter GNSS-Messungen – Vermessungsverfahren im Vergleich	33
3.1.3. Unabhängige GNSS-Messungen.....	35
3.2. Anforderungen an die Ergebnisse	35
3.2.1. Vorgaben LiegVermErlass – Satellitengestütztes Vermessungsverfahren	36
3.2.2. Vorgaben LiegVermErlass – Polares Vermessungsverfahren	37
3.4. Hard- und Software.....	38
3.4.1. Trimble R12i	38
3.4.2. Trimble Access.....	41
3.4.3. Leica TS16 A	42
3.4.4. GeoPard.....	42
3.5. Genauigkeitsabschätzung.....	43
3.6. Durchführung und Auswertung	44
3.6.1. Genauigkeitsuntersuchung der TIP-Neigungskompensation – Statische GNSS- Schrägmessungen	45
3.6.2. Genauigkeitsuntersuchung der TIP-Neigungskompensation – Kinematische GNSS-Schrägmessungen	49
3.6.3. Gebäudevermessung mittels TIP-neigungskompensierter GNSS-Messungen – Vermessungsverfahren im Vergleich	52
3.6.4. Wirtschaftlichkeitsbetrachtung des Trimble R12i bei Gebäudevermessungen..	57
3.6.5. Unabhängige GNSS-Messungen.....	58
4. Zusammenfassung und Bewertung der Ergebnisse	59

5. Fazit und Ausblick.....	63
Literaturverzeichnis	65
Anlagen.....	68
Eidesstattliche Erklärung.....	113

Abkürzungsverzeichnis

CGS2009	<i>China Geodetic System 2009</i>
CUPT	<i>Coordinate Update</i>
DGNSS	<i>Differential GNSS</i>
DOP	<i>Dilution of Precision</i>
DREF91(R16).....	<i>Deutsches Referenznetz 1991 (Realisierung 2016)</i>
ECEF	<i>Earth-Centered, Earth-Fixed</i>
EGONS	<i>European Geostationary Navigation Overlay System</i>
EPS	<i>Echtzeit Positionierungs-Service</i>
ETRS89	<i>European Terrestrial Reference Frame 1989</i>
FKP	<i>Flächenkorrekturparameter</i>
FOG	<i>Faserkreisel</i>
GLONASS.....	<i>Globalnaya Navigatsionnaya Sputnikovaya Sistema</i>
GNSS	<i>Global Navigation Satellite System</i>
GPPS.....	<i>Geodätischer Postprocessing Positionierungs-Service</i>
GPS	<i>Global Positioning System</i>
GTRF	<i>Galileo Terrestrial Reference Frame</i>
HDOP	<i>Horizontal Dilution of Precision</i>
HEPS	<i>Hochpräziser Echtzeit Positionierungs-Service</i>
IMU	<i>Inertial Measurement Unit</i>
INS.....	<i>Inertialnavigationssystem</i>
ITRF	<i>International Reference Frame</i>
MAC	<i>Master-Auxiliary-Concept</i>
MEMS	<i>Micro Elektro-Mechanical System</i>
Ntrip.....	<i>Networked Transport of RTCM via Internet Protocol</i>
PCO	<i>Antennen-Phasenzentrum-Offset</i>
PDOP	<i>Positional Dilution of Position</i>
ppm	<i>Parts per million</i>

PPP	<i>Precise Point Positioning</i>
PRC.....	<i>Pseudorange Corrections</i>
PZ-90	<i>Parametri Zemli 1990</i>
RINEX	<i>Receiver Independant Exchange Format</i>
RLG	<i>Ringlaserkreisels</i>
RMS.....	<i>Rout Mean Square</i>
RRC	<i>Range Rate Corrections</i>
RTCM.....	<i>Radio Technical Commission for Maritime Services</i>
RTK	<i>Real Time Kinematic</i>
SAPOS.....	<i>Satellitenpositionierungsdienst der deutschen Landesvermessung</i>
SBAS	<i>Space Based Augmentation System</i>
TIP	<i>Trimble Inertial Platform</i>
UTM	<i>Universal Transverse Mercator</i>
VDOP	<i>Vertical Dilution of Precision</i>
VRS	<i>Virtuelle Referenzstation</i>
WAAS	<i>Wide Area Augmentation System</i>
WGS84	<i>World Geodetic System 1984</i>
ZUPT	<i>Zero Velocity Update</i>

Abbildungsverzeichnis

Abbildung 1: 3D-Positionsbestimmung mittels GNSS	3
Abbildung 2: Beschleunigungssensoren (B) und Drehratensensoren (K) in einer IMU	11
Abbildung 3: Aufbau eines MEMS-Kreisels	12
Abbildung 4: Sagnac-Effect	13
Abbildung 5: Aufbau eines Faserkreisels	14
Abbildung 6: Aufbau eines Ringlaserkreisels	15
Abbildung 7: Aufbau eines Pendel-Beschleunigungsmessers	16
Abbildung 8: Aufbau eines Vibrating-Beam-Beschleunigungsmessers	17
Abbildung 9: Koordinatensysteme in der Inertialnavigation	22
Abbildung 10: Eulerwinkel	23
Abbildung 11: Prinzip des Phasenvergleichsverfahrens	30
Abbildung 12: Statische GNSS-Schrägmessungen	33
Abbildung 13: Kinematische GNSS-Schrägmessungen	33
Abbildung 14: Prinzipskizze	35

Abbildung 15: Lageinformationen der Leica GS18 T	40
Abbildung 16: Prinzip der Neigungskompensation	40
Abbildung 17: Statische GNSS-Schrägmessungen - Punkt 1	46
Abbildung 18: Statische GNSS-Schrägmessungen - Punkt 2	46
Abbildung 19: Statische GNSS-Schrägmessungen - Punkt 3	47
Abbildung 20: Statische GNSS-Schrägmessungen - Punkt 4	47
Abbildung 21: Kinematische GNSS-Schrägmessungen	50
Abbildung 22: Relative Lageabweichung der Gebäudepunkte vom jeweiligen Mittelwert	55

Tabellenverzeichnis

Tabelle 1: Ungefähre Größenordnungen von Drehratensensorfehlern	20
Tabelle 2: Ungefähre Größenordnungen von Beschleunigungsmesserfehlern	21
Tabelle 3: Genauigkeitsangaben Trimble R12i u. Leica GS18 T	39
Tabelle 4: Genauigkeitsangaben Leica TS16 A	42
Tabelle 5: TIP-Lagegenauigkeit in Abhängigkeit von der Neigung	43
Tabelle 6: Mittlere Lageabweichungen bezogen auf die 0°-Referenz	46
Tabelle 7: Minimale und maximale Lageabweichungen bezogen auf die 0°-Referenz	48
Tabelle 8: Mittlere Lageabweichungen zum Mittelwert je Neigungsklasse	48
Tabelle 9: Vergleich von 0°-GNSS-Messungen mit und ohne IMU	49
Tabelle 10: Mittlere Lageabweichungen bezogen auf die 0°-Referenz	50
Tabelle 11: Minimale und maximale Lageabweichungen bezogen auf die 0°-Referenz ...	51
Tabelle 12: Mittlere Lageabweichungen zum Mittelwert je Neigungsklasse	51
Tabelle 13: Vergleich der Messverfahren	54
Tabelle 14: Auswertung unabhängiger GNSS-Messungen	59

Formelverzeichnis

Formel 1: Berechnung der Dilution of Precision	7
Formel 2: Zweites Newtonsche Gesetz	15
Formel 3: Fehlermodell eines Drehratensensors	18
Formel 4: Fehlermodell eines Beschleunigungsmessers	18
Formel 5: Streckenberechnung mittels Phasenvergleichsverfahren	30
Formel 6: Streckenberechnung mittels Impulslaufzeitverfahren	31
Formel 7: Berechnung des Positionsvektors	41

Formel 8: Berechnung der TIP-Lagegenauigkeit des Trimble R12i	43
Formel 9: Berechnung der Standardabweichung	46

1. Einleitung

Navigationsinformationen sind von großer Bedeutung und werden in vielen Anwendungen benötigt. Ob in der Navigation in der Luft, auf See oder an Land, es gelten stets hohe Anforderungen an die Genauigkeit und Zuverlässigkeit der ermittelten Navigationslösungen. Im Rahmen der integrierten Navigation gilt es verschiedene Navigationssysteme zu kombinieren, um eine möglichst genaue und zuverlässige Navigationslösung zu erhalten. Dabei werden Navigationssysteme und Sensoren so kombiniert, dass sich die jeweiligen Vorteile positiv beeinflussen. Eine dieser Kombination bzw. Integration von Navigationssystemen stellt die GNSS-INS-Integration dar.

Anhand von inertialen Navigationssystemen (INS) lassen sich Lage-, Positions-, und Geschwindigkeitsinformationen ermitteln. Diverse Fehlereinflüsse wie z.B. Sensorfehler führen dazu, dass die Navigationsfehler mit der Zeit anwachsen. Werden GNSS-Informationen als Stützinformationen in die Navigationslösung eines INS integriert, steigert dies die Genauigkeit und Zuverlässigkeit des Systems. Auf der anderen Seite lässt sich anhand eines INS die gesuchte Navigationslösung extrapolieren, auch wenn keine GNSS-Navigationslösungen vorhanden sind. Außerdem ermöglicht ein INS die Ausrichtung des GNSS-INS-Systems zu erfassen.

Die Leistungsfähigkeit eines integrierten Positionierungssystems, welche im Rahmen dieser Arbeit genauer zu betrachten ist, hängt vor allem von Navigationsfehlern der GNSS-Positionierung sowie der INS-Navigationslösung ab. Aus diesem Grund sind zunächst die Funktionsweisen und die Fehlereinflüsse beider Systeme zu erklären. Darauf folgend lässt sich die Leistungsfähigkeit des zu betrachtenden integrierten Positionierungssystems, anhand von durchgeführten Untersuchungen, analysieren und bewerten.

1.1. Motivation

Die Vorteile eines integrierten Navigationssystems lassen sich auch für Vermessungsarbeiten sinnvoll nutzen, weshalb die Entwicklung moderner Vermessungsinstrumente wie z.B. integrierte Positionierungssysteme (GNSS-Empfänger) vorangetrieben wird. Ein solches System ist beispielsweise das Trimble R12i Positionierungssystem. Aufgrund der GNSS-INS-Integration lassen sich Positionslösungen ermitteln, ohne dass das System lotrecht ausgerichtet werden muss. Diese, sowie weitere Eigenschaften des Systems, eröffnen neue Möglichkeiten, Vermessungsarbeiten wirtschaftlicher und effizienter durchzuführen als bisher.

Auch das LGLN hat ein Interesse daran, Vermessungsverfahren im Rahmen von Liegenschaftsvermessungen möglichst wirtschaftlich und effizient zu gestalten, sofern die geltenden Genauigkeitsanforderungen eingehalten werden. Großes Potential bietet der Einsatz des integrierten Positionierungssystems für die Durchführung von Gebäudevermessungen. Unter anderem kann das direkte Messen von Gebädepunkten zu einer erheblichen Zeitersparnis gegenüber den bisherigen Vermessungsverfahren führen.

1.2. Zielsetzung

Ziel dieser Arbeit ist es, die Leistungsfähigkeit des integrierten Positionierungssystems Trimble R12i, insbesondere für die Einmessung von Gebäuden, zur Fortführung des Liegenschaftskatasters, zu untersuchen. Im Zuge dessen sind verschiedene Untersuchungen durchzuführen, welche Aufschluss darüber geben, ob das integrierte Positionierungssystem Trimble R12i den Anforderungen an Gebäudevermessungen, im Rahmen der für Liegenschaftsvermessungen geltenden Vorschriften, entspricht. Es ist festzustellen, inwiefern das Verfahren der direkten Gebäudevermessung anhand des integrierten Positionierungssystems zu einer Steigerung der Wirtschaftlichkeit und Effizienz der amtlichen Gebäudevermessung führt und welche Genauigkeiten dabei zu erreichen sind.

2. Theoretische Grundlagen

Die Erläuterung gewisser theoretischer Grundlagen soll die Nachvollziehbarkeit sowie die Verständlichkeit, der in Kapitel 3 beschriebenen Untersuchungen, gewährleisten. Zwei wesentliche Themenbereiche stellen dabei das Global Navigation Satellite System (GNSS) und die inertiale Navigation dar. Darüber hinaus wird kurz auf den Satellitenpositionierungsdienst SAPOS und auf das Funktionsprinzip eines Tachymeters eingegangen.

2.1. Global Navigation Satellite System (GNSS)

Der Begriff „Global Navigation Satellite System“ dient als Sammelbegriff aller Satellitennavigationssysteme, die für die Positionsbestimmung zur Verfügung stehen. Darunter das amerikanische GPS, das russische GLONASS, das europäische Galileo und das chinesische Beidou. Die genannten Systeme kommen u.a. bei GNSS-Messungen im Rahmen von Liegenschaftsvermessungen zum Einsatz.

Für die Positionsbestimmung, mittels Navigationssatelliten, wird ein GNSS-Empfänger benötigt. Dieser empfängt Satellitensignale mehrerer Satelliten. Für eine dreidimensionale

Positionsbestimmung werden mindestens vier Satelliten benötigt: Jeweils ein Satellit für die X-, Y- und Z-Komponente der 3D-Position sowie einen Satelliten für die Zeit. Die Zeit wird als vierte Unbekannte angesehen, da in den GNSS-Empfängern im Vergleich zu den Satelliten keine Atomuhren verbaut sind und somit Empfängeruhrenfehler (s. Kap. 2.1.2.) auftreten. Werden darüber hinaus weitere Satelliten in die Positionsbestimmung einbezogen, steigert dies die Positionierungsgenauigkeit. Die Satelliten übersenden dem Empfänger die aktuelle Position, den Zeitpunkt der Signalausendung und eine Satellitenidentifikation. Die Entfernung zwischen dem Satelliten und dem Satellitenempfänger berechnet sich aus der Laufzeitmessung und der Phasendifferenz des ausgesandten Signals. Die Position des Empfängers lässt sich aufgrund der bekannten Entfernungen anhand eines räumlichen Bogenschnittes berechnen (s. Abb. 1) (BAUER 2018: 67 f).

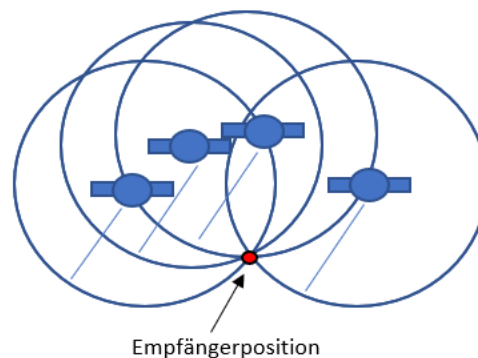


Abbildung 1: 3D-Positionsbestimmung mittels GNSS (eigene Darstellung, angelehnt an WENDEL 2011: 103)

Die Bewegung der Satelliten um die Erde entspricht den Kepler'schen Gesetzen. Das erste dieser Gesetze besagt, dass sich ein Satellit auf einer Ellipsenbahn um die Erde bewegt, dessen Brennpunkt sich in dem Geozentrum der Erde befindet. Der Radiusvektor eines Satelliten bildet die Verbindung zwischen Geozentrum und Satellit. Nach dem zweiten Kepler'schen Gesetz überstreicht dieser in derselben Zeit gleiche Flächen. Das dritte Kepler'sche Gesetz besagt, dass das Quadrat der Umlaufzeit eines Satelliten proportional zur dritten Potenz der großen Halbachse der Ellipse ist. Unter Berücksichtigung dieser Gesetze lässt sich zu jedem Zeitpunkt (t) die Position eines Satelliten, anhand der bekannten Position des Satelliten zu einem Zeitpunkt (T_0) und den Ellipsenparametern, berechnen (BAUER 2018: 71).

2.1.1. Anforderungen an Satellitennavigationssysteme

An einem Satellitennavigationssystem bestehen gewisse Anforderungen, welche sich anhand der Genauigkeit (engl. Accuracy), der Verfügbarkeit (engl. Availability), der

Einsatzverfügbarkeit (engl. Continuity of Function) und der Integrität (engl. Integrity) beschreiben lassen.

Die Genauigkeit ist ein Maß für die Fähigkeit des Satellitennavigationssystems eine Positionierung innerhalb vorgegebener Grenzen zu ermitteln. Dafür wird die Genauigkeit eines Satellitennavigationssystems mit dessen zwei- bis dreifachen Standardabweichung angegeben. Ein Satellitennavigationssystem soll dauerhaft für den Nutzenden verfügbar sein. Dies lässt sich zum einen an der tatsächlichen Verfügbarkeit, bezogen auf einen festen Zeitraum, (z.B. ein Jahr) beschreiben und als Prozentzahl definieren. Zum anderen beschreibt die Einsatzverfügbarkeit die kontinuierliche Verfügbarkeit eines Satellitennavigationssystems anhand des Ausfallrisikos während der Ermittlung einer Positionslösung. Die Integrität eines Satellitennavigationssystems dient als systeminterne Kontrollinstanz. Es wird ständig geprüft, ob die geforderte Genauigkeit des Systems erreicht wird. Eine Überschreitung von Grenzwerten wird dem Nutzenden angezeigt (BAUER 2018: 197).

2.1.2. Fehlereinflüsse

GNSS-Messungen stehen unter dem Einfluss von Fehlern, welche verschiedene Komponenten sowie Beobachtungsgrößen betreffen. Eine möglichst hohe Positionierungsgenauigkeit lässt sich nur erreichen, wenn die Fehlereinflüsse berücksichtigt und minimal gehalten werden. Im Folgenden werden die auftretenden Fehlereinflüsse kurz beschrieben.

Ephemeridenfehler / Satellitenbahnenfehler:

Als Satellitenbahnenfehler wird die Differenz zwischen der angenommenen und realen Satellitenbahn bezeichnet. Die angenommene Satellitenbahn wird ständig anhand von Bodenstationen berechnet und dem GNSS-Nutzenden über Navigationsdaten übermittelt. Die reale Satellitenbahn ergibt sich aus der tatsächlich von dem Satelliten zurückgelegten Flugbahn (WENDEL 2011: 109).

Satellitenuhrenfehler:

Der Satellitenuhrenfehler besteht aus der Differenz der GNSS-Zeit zur korrigierten Satellitenuhr. Die Korrekturdaten für die Uhr des sendenden Satelliten werden in Verbindung mit den Navigationsdaten übermittelt (WENDEL 2011: 109).

Empfängeruhrenfehler:

Die Differenz der GNSS-Zeit zu der Uhr des GNSS-Empfängers wird als Empfängeruhrenfehler bezeichnet. Dieser Fehler wird in Form der vierten Unbekannten in der

Positionsbestimmung berücksichtigt und beeinflusst die Positionierungsgenauigkeit somit nicht (WENDEL 2011: 109).

Empfängerrauschen:

Das Empfängerrauschen entspricht dem Messfehler bei der Signallaufzeitmessung als auch der Trägerphasenmessung, der auf thermisches Rauschen zurückzuführen ist. Zusätzlich wird das Empfängerrauschen durch fehlerhaft empfangende Signale des GNSS-Empfängers beeinflusst (WENDEL 2011: 109).

Antennenphasenzentrum:

Weicht das geometrische Phasenzentrum einer GNSS-Antenne von dem tatsächlichen, elektrischen Phasenzentrum ab, so führt dies zu Positionierungsfehlern von einigen Millimetern bis zu wenigen Zentimetern. Diese gilt es durch entsprechende Kalibrierverfahren zu eliminieren (MÖSER ET AL. 2012: 425).

Mehrwegeausbreitung (Multipath-Effekte):

Satellitensignale können z.B. von Gebäuden, der Vegetation, Fahrzeugen, der Erdoberfläche oder anderen Objekten reflektiert werden, weshalb die Signale nicht direkt vom GNSS-Empfänger empfangen werden. Der GNSS-Empfänger empfängt überlagernde Signale, bestehend aus dem direkten Signal sowie aus einem oder mehreren reflektierenden Signalen. Die reflektierenden Signale verfälschen das direkte Signal, wodurch eine Mehrwegeausbreitung entsteht. Diese beeinflusst die Signallaufzeit als auch die Trägerphasenmessung und somit auch die daraus abgeleitete Strecke zwischen dem GNSS-Empfänger und dem aussendenden Satelliten (WENDEL 2011: 109).

Signalbeugung:

Signalbeugungseffekte entstehen aufgrund von abschattenden Objekten, welche das Empfangen eines direkten Satellitensignals verhindern. Es besteht somit keine Sichtverbindung zwischen dem GNSS-Empfänger und dem Satelliten. Anstatt des direkten Signals wird ein indirektes Signal empfangen, welches durch einen zusätzlich zurückgelegten Weg zu einer längeren Laufzeit und somit zu einem Messfehler führt. Im Vergleich zu den Mehrwegeausbreitungen findet keine Überlagerung des fehlerhaften Signals mit dem direkten Signal statt, was dazu führt, dass der Messfehler dem tatsächlichen, zusätzlichen Weg des indirekten Signals entspricht (BAUER 2018: 135).

Ionosphärenfehler:

Die Ionosphäre befindet sich in einer Höhe von 50 km bis 100 km und besteht aus verschiedenen Gasschichten, welche z.B. aufgrund der Sonneneinstrahlung entstehen. Die

unterschiedlichen Schichten der Ionosphäre führen zur ionischen Refraktion des Satellitensignals, woraus sich der Ionosphärenfehler ergibt. Demnach weicht die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Satellitensignale von der Lichtgeschwindigkeit im Vakuum ab und unterschiedliche Brechungsindizes zwischen den einzelnen Schichten führen zu Brechungen des Satellitensignals. Diese physikalischen Eigenschaften der Ionosphäre führen dazu, dass das Satellitensignal keiner Geraden, sondern einer Raumkurve entspricht, was zu Laufzeitfehlern bzw. Messfehlern führt (BAUER 2018: 120ff).

Durch den großen Einfluss der Sonneneinstrahlung auf die Ausbreitung der Satellitensignale bzw. auf die der elektromagnetischen Wellen, fällt der Ionosphärenfehler nachts geringer aus. Die Verwendung eines Zweifrequenz-Empfängers eliminiert diesen Fehler, weil dieser frequenzabhängig ist (WENDEL 2011: 108).

Troposphärenfehler:

Die Troposphäre bildet den Luftraum von der Erdoberfläche bis zu einer Höhe von zehn Kilometern. Wie bei dem Ionosphärenfehler treten auch hier Signallaufzeitverzögerungen auf, jedoch werden diese in der Troposphäre durch den Luftdruck und durch die Luftfeuchtigkeit beeinflusst. Der Troposphärenfehler kann durch kurze Signalwege minimal gehalten werden. Kurze Wege der Satellitensignale entstehen anhand großer Elevationswinkel (Höhenwinkel) zu den aussendenden Satelliten (WENDEL 2011: 108).

Satellitenkonstellation – DOP:

Ein wesentlicher Einfluss auf die GNSS-Positionsbestimmung geht von der Satellitenkonstellation aus. Wie in Kapitel 2. beschrieben, lässt sich die Positionslösung einer GNSS-Messung anhand eines räumlichen Bogenschnittes berechnen. Die Genauigkeit der Positionsbestimmung hängt von der Orthogonalität des Bogenschnittes ab. Bei schleifenden Schnitten ist die erzielbare Genauigkeit schlechter, während bei nahezu orthogonalen Schnitten eine bessere Genauigkeit erzielt wird. Je orthogonaler die Schnitte sind, desto größer ist das durch die Satelliten aufgespannte Volumen, weshalb die Genauigkeit ebenfalls mit dem aufgespannten Volumen korreliert. Die ideale Satellitenkonstellation der minimal zu empfangenden vier Satelliten lässt sich demnach anhand einer umgekehrten Pyramide beschreiben, in deren Spitze die Satellitensignale empfangen und zum Schnitt gebracht werden. Liegen alle Satelliten in einer Linie, beträgt das aufgespannte Volumen gleich Null, was zu einer schlechten Genauigkeit führt (DODEL U. HÄUPLER 2010: 82f).

Die DOP (engl. Dilution of Precision) ist ein Maß für die Eignung der Satellitenkonstellation für die Positionsbestimmung. Diese gibt die relative Änderung des Positionsfehlers zum Fehler der ermittelten Entfernung an und lässt sich anhand der Formel 1 berechnen:

$$DOP = \frac{\text{Standardabweichung des Positionsfehlers } \sigma_p}{\text{Standardabweichung des Entfernungsfehlers } \sigma_r}$$

Formel 1: Berechnung der Dilution of Precision (DODEL U. HÄUPLER 2010: 83)

Bei einem möglichst orthogonalen Schnitt der Satellitensignale befindet sich die Messgenauigkeit auf einem Maximum, weshalb die Standardabweichung der Positionierung ein Minimum beträgt. Dies hat einen kleinen DOP-Wert zur Folge. Ein DOP-Wert von eins ist sehr gut und genügt den höchsten Ansprüchen. Ein DOP-Wert von zwei bis drei ist mit gut zu bewerten und für alle Genauigkeitsanforderung hinreichend. Ein wichtiger DOP-Wert ist der PDOP, welcher sich anhand der Wurzel aus dem Quadrat der Summe des HDOP und des VDOP ergibt. PDOP steht für Positional Dilution of Precision, auf Deutsch Präzisionsabschwächung der Genauigkeit und beschreibt das Verhältnis des benutzerbezogenen, dreidimensionalen Positionsfehlers zum Messfehler des Systems. Der HDOP beschreibt die horizontale Abschwächung der Genauigkeit und die vertikale Abschwächung der Genauigkeit wird durch den VDOP beschrieben (DODEL U. HÄUPLER 2010: 83f).

Die DOP-Werte lassen sich im Rahmen der Positionsbestimmung des GNSS-Empfängers mittels Pseudorange-Messung aus den Hauptdiagonalelementen der Kovarianzmatrix ermitteln, welche die Auswirkung des Messrauschens auf die Varianz von Position und Uhrenfehler beschreibt. Kleine Werte der Hauptdiagonalelemente führen zu kleinen DOP-Werten. Je kleiner die DOP-Werte sind, desto weniger verstärkt die Satellitenkonstellation auftretende Pseudorange-Messfehler für die Berechnung von Position und Uhrenfehler (WENDEL 2010: 103f).

2.1.3. Differentielles GNSS

Differentielles GNSS (DGNSS) ist ein Echtzeitpositionierungsverfahren, welches durch die Verwendung von lagemäßig exakt bekannten Referenzstationen, Fehler in der Positionsbestimmung verringert oder eliminiert. Die Referenzstationen führen ständig Pseudorange- und Trägerphasenmessungen durch, anhand derer sich ihre Positionen ermitteln lassen. Aus der Differenz zwischen der exakt bekannten Position und der ständig neu bestimmten Position einer Referenzstation, lassen sich Korrekturdaten (pseudorange corrections (PRC) und range rate corrections (RRC)) ermitteln, welche in Echtzeit an den GNSS-Empfänger gesendet werden (HOFMANN-WELLENHOF ET AL. 2008: 169).

Anhand der per Funk oder Internet übersendeten Korrekturdaten lassen sich die Positionsgenauigkeiten erheblich verbessern. Der Satellitenuhrenfehler und der Ephemeridenfehler

werden vollständig eliminiert. In der Nähe der Referenzstationen lassen sich der Troposphären- und Ionosphärenfehler ebenfalls eliminieren. Bei wachsender Entfernung zu den Referenzstationen nehmen der Troposphären- und Ionosphärenfehler allerdings wieder zu. Bei ausschließlicher Verwendung von Pseudorange lassen sich Genauigkeiten im Bereich von wenigen Dezimetern erreichen. Werden die Mehrdeutigkeitswerte der Trägerphasenmessungen bestimmt, lassen sich Positionsgenauigkeiten im Millimeterbereich erzielen (WENDEL 2011: 110).

Zusätzlich zu den Referenzstationen auf der Erdoberfläche gibt es Referenzstationen als satellitenbasierte Systeme (SBAS, WAAS, EGONS). Geostationäre Satelliten fungieren dabei als Referenzstationen, welche Korrekturdaten ermitteln und aussenden. Geostationäre Satelliten sind Satelliten, die sich mit der Erde mitdrehen und daher stationär wirken. Allerdings kann anhand dieser Referenzstationen nur eine Positionierungsgenauigkeit von ein bis drei Metern erreicht werden (WENDEL 2011: 110f).

2.1.4. GNSS im Überblick

Im Rahmen von satellitengestützten Liegenschaftsvermessungen kommen die Satellitennavigationssysteme GPS, Galileo, GLONASS sowie Beidou zum Einsatz. Die verschiedenen Satellitensysteme gilt es folglich kurz zu beschreiben.

Das amerikanische Global Positioning System (GPS) ist ein ab den 1970er-Jahren von der amerikanischen Luftwaffe entwickeltes GNSS, welches dem Nutzenden hochgenaue, dreidimensionale Informationen über die Position, die Geschwindigkeit und die Zeit zur Verfügung stellt (BAUER 2018: 297). Planmäßig umkreisen 24 GPS-Satelliten die Erde auf sechs Bahnebenen mit einer Bahninklination (Bahnneigung gegenüber der Äquatorebene) von 55° und einer Umlaufzeit von 12 Stunden je Satellit. Die Bahnebenen befinden sich in einer Höhe von ca. 20.200 km. (DODEL U. HÄUPLER 2010).

GLONASS ist das, seit den 1970er Jahren entwickelte, russische GNSS. Wie auch bei dem GPS ist die Entwicklung auf militärische Zwecke zurückzuführen. Beide Systeme agieren allerdings als Dual-Use-Systeme, weshalb eine zivile Nutzung vorgesehen ist (BAUER 2018: 335). Auf drei Bahnebenen mit jeweils acht Satelliten umkreisen insgesamt 24 Satelliten die Erde in einer Höhe von ca. 19.100 km. Die Umlaufzeit eines Satelliten beträgt 11 Stunden und 16 Minuten. Eine höhere Inklination der Bahnebenen von $64,8^\circ$ führt bei voll bestückter Konstellation, gegenüber dem GPS, zu einer höheren Satellitenbedeckung in höheren Breitengraden (DODEL U. HÄUPLER 2010: 248).

Das Satellitennavigationssystem Beidou ist ein seit den 1980-er Jahren von der Volksrepublik China entwickeltes GNSS. Wie auch GPS und GLONASS ist Beidou ein Dual-Use-System. Anfangs ist dies nur für eine regionale Nutzung in und um China vorgesehen. Heute ist das System weltweit nutzbar. Zurückzuführen ist dies auf die Weiterentwicklung der Satellitenkonstellation. Diese besteht aus insgesamt 35 Satelliten. 27 Satelliten umkreisen die Erde auf drei Bahnebenen mit einer Bahninklination von 55° und einer Entfernung von 27.840 km auf der großen Halbachse. Zusätzlich umkreisen drei Satelliten die Erde in einer Entfernung von ca. 40.000 km auf der großen Halbachse. Dies erfolgt auf einer Bahnebene, dessen Bahnneigung 55° beträgt. Fünf geostationäre Satelliten, dessen Entfernung zur Erde ebenfalls ca. 40.000 km auf der großen Halbachse beträgt, komplettieren das System (BAUER 2018: 353 ff).

Das europäische Galileo ist im Vergleich zu den zuvor beschriebenen Systemen das erste vorrangig für zivile Zwecke entwickelte GNSS. An der Entwicklung und Kontrolle des Systems sind eine Vielzahl an Staaten beteiligt. Seit 2016 ist Galileo hauptsächlich zusammen mit anderen GNSS nutzbar (BAUER 2018: 367 f). Planmäßig umkreisen 27 Satelliten die Erde, verteilt auf drei Bahnebenen in einer Höhe von ca. 23.200 km. 14 Stunden und vier Minuten beträgt die Umlaufzeit eines Satelliten. Die Bahnebenen weisen eine Bahninklination von 56° auf (BAUER 2018: 371).

Zusätzlich zu den planmäßigen Satelliten ergänzen Reservesatelliten die einzelnen Satellitennavigationssysteme.

2.1.5. Bezugssysteme

GPS-Koordinaten beziehen sich auf das World Geodetic System von 1984 (WGS84), während sich GLONASS-Koordinaten auf das Parametri Zemli 1990 (PZ-90) beziehen (MÖSER ET AL. 2012: 419). Galileo-Koordinaten beziehen sich auf den Galileo terrestrial reference frame (GTRF), welcher identisch mit dem International Reference Frame 2005 (ITRF2005) ist (HOFMANN-WELLENHOF ET AL. 2008: 17). Das China Geodetic System 2009 (CGS2009) bildet das Bezugssystem für Beidou-Koordinaten (BAUER 2018: 358).

Die genannten Bezugssysteme bzw. Referenzsysteme sind allesamt globale, geozentrisch gelagerte, fest mit der Erde verbundene Koordinatensysteme. Der Koordinatenursprung befindet sich im Geozentrum der Erde. Die Z-Achse wird durch die Drehachse der Erde definiert. Anhand der Z-Achse und einem bestimmten Punkt auf der Erde (Sternwarte Greenwich) wird die XZ-Ebene definiert. Die Y-Achse ist durch eine Drehung der X-Achse um 90° festgelegt. Aufgrund der erdfesten Lagerung werden die Koordinatensysteme als Earth

Centered, Earth-Fixed (ECEF) bezeichnet. Realisiert werden die geozentrischen Referenzsysteme beispielsweise anhand von Referenznetzten (z.B. ITRF), welche aus koordinierten Punkten auf dem Erdkörper bestehen (BAUER 2018: 61f). Unterschiedliche Realisierungen der globalen Referenzsysteme führen zu geringen Abweichungen zwischen den theoretisch identischen Systemen. Anhand von Datumstransformationen lassen sich die Koordinaten in andere Referenzsysteme umrechnen (BAUER 2018: 63f). Dies gilt auch für die Umrechnung in das European Terrestrial Reference System 1989 (ETRS89), welches den geodätischen Raumbezug aller europäischen Staaten definiert (BAUER 2018: 530).

2.2. Inertiale Navigation

Ein inertiales Navigationssystem (INS) ist Teil der integrierten Navigation, welche verschiedene Navigationsverfahren und Sensoren kombiniert, um eine möglichst optimale Navigationslösung zu erhalten. Anhand der Kombination mehrerer Navigationssysteme und Sensoren lassen sich Nachteile einzelner Komponenten durch Vorteile anderer Systeme und Sensoren ausgleichen sowie Redundanzen schaffen (WENDEL 2011: 1).

Das Grundprinzip der inertialen Navigation, welche auch als Trägheitsnavigation bezeichnet wird, lässt sich anhand der Koppelnavigation beschreiben. Bei der Koppelnavigation wird die aktuelle Position bestimmt, indem einer bekannten Position die zurückgelegte Strecke unter Berücksichtigung der Bewegungsrichtung, der Geschwindigkeit und der vergangenen Zeit aufaddiert wird. Die Aufgabe eines Inertialnavigationssystems besteht darin, die für die Koppelnavigation erforderlichen Informationen mittels der Messung von Drehraten und Beschleunigungen zu ermitteln. Diesbezüglich werden jeweils drei orthogonal zueinander ausgerichtete Beschleunigungssensoren und Drehratensensoren benötigt (WENDEL 2011: 27).

Die ersten inertialen Navigationssysteme bestehen aus Drehraten- und Beschleunigungssensoren, welche auf einer kardanischem gelagerten Plattform montiert sind. Aufgrund der kardanischen Aufhängung sind die Bewegungen dieser Plattform in Richtung raumfester Achsen definiert, was dazu führt, dass die Beschleunigungssensoren die Beschleunigungen an den raumfesten Achsen messen und von der eigentlichen Lage des Systems losgelöst sind. Durch die Integration der gemessenen Beschleunigungen lassen sich die Geschwindigkeit und durch erneute Integration, die Position ermitteln. Die Drehratensensoren, welche aufgrund der raumfesten Lagerung des Systems keine für die Lagebestimmung notwendigen Drehraten messen, werden ausschließlich für Lagekorrekturen der kardanisch gelagerten Plattform herangezogen. Die Lage des Systems wird anhand der Stellung der Kardanrahmen ermittelt.

Neure Inertialnavigationssysteme bestehen aus drei Beschleunigungs- und Drehratensysteme, welche nicht kardanisch, sondern fest in einem Messinstrument gelagert sind. Solche Systeme werden als Inertial Measurement Unit (IMU) bzw. als Strapdown-Systeme bezeichnet (WENDEL 2011: 27).

2.2.1. Inertial Measurement Unit – IMU

Die Sensoren und Instrumente eines Inertialen Navigationssystems (INS) werden als Inertial Measurement Unit (IMU) bezeichnet (JEKELI 2001: 51). Enthalten sind mindestens drei Drehratensensoren (Kreisel) und drei Beschleunigungssensoren, die in einem körperfesten kartesischen Koordinatensystem gelagert sind (s. Abb. 2). Aufgrund der Lagerung der Sensoren entlang körperfester Achsen lassen sich die Geschwindigkeit, die Position und die Lage direkt aus den gemessenen Beschleunigungen und Drehraten, anhand des Strapdown-Algorithmusses, berechnen (s. Kap. 2.2.5.) (WENDEL 2011: 27).

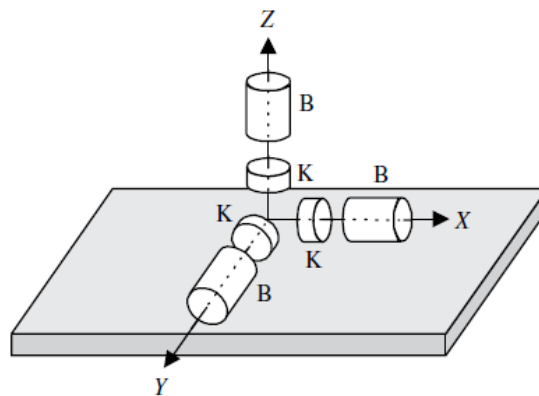


Abbildung 2: Beschleunigungssensoren (B) und Drehratensensoren (K) in einer IMU (KAHMEN 2006: 304)

2.2.2. Inertiale Sensoren

Die Genauigkeit und somit auch die Leistungsfähigkeit eines inertialen Navigationssystems unterliegt diversen Fehlereinflüssen. Eine wesentliche Rolle spielen dabei die verbauten Sensoren innerhalb einer IMU, weshalb diese folglich erläutert werden.

In einem inertialen Navigationssystem kommen verschiedene Drehratensensoren als auch Beschleunigungsmesser zum Einsatz. Die Sensoren weisen unterschiedliche Funktionsprinzipien, Genauigkeiten und Herstellungskosten auf. Je nach Anspruch an einem INS sind entsprechende Sensoren zu wählen. Fehlerhafte Messungen der Sensoren wirken sich direkt auf die Navigationslösung aus. Somit führen Messfehler in den Drehraten bzw. in den Winkelinkrementen zu Lagefehlern und fehlerhaft gemessene Beschleunigungen bzw. Geschwindigkeitsinkremente zu fehlerhaft bestimmten Geschwindigkeiten (WENDEL 2011: 61).

2.2.2.1. Drehratensensoren

Drehratensensoren, welche auch Gyros oder Kreisel genannt werden, messen Drehraten (Winkelinkremente) entlang einer oder mehrerer sensibler Achsen. Anhand der gemessenen Drehraten lassen sich Lageänderungen berechnen. Die meist verbreiteten Drehratensensoren sind MEMS-Kreisel, Faserkreisel (FOG) und Ringlaserkreisel (RLG).

MEMS-Kreisel (Micro Elektro-Mechanical System¹) werden hauptsächlich in Lowcost-Systemen verbaut. Dies ist auf die geringeren Herstellungskosten, aber auch auf die geringere Güte im Vergleich zu Faserkreisel und Ringlaserkreisel zurückzuführen. Es gibt MEMS-Kreisel mit unterschiedlichen Ansätzen zur Messung von Drehraten. Ein Ansatz ist die Erzeugung elektrostatischer Schwingungen zweier flacher Probmassen, welche in entgegengesetzten Phasen entlang der x-Achse wirken (s. Abb. 3). Anhand einer auftretenden Drehrate ($\omega \vec{e}_y$) entsteht aufgrund der wirkenden Coriolis-Kraft² eine Beschleunigung, welche ein Schwingen der Probmassen entlang der z-Richtung verursacht. Diese Schwingung in z-Richtung kann gemessen werden und gibt den Messwert für die Drehrate (ω) an (WENDEL 2011: 62).

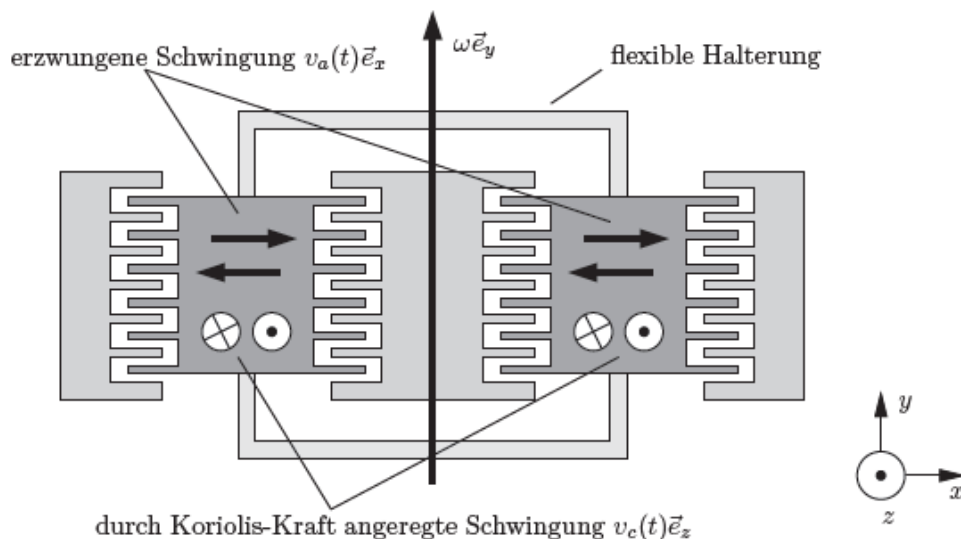


Abbildung 3: Aufbau eines MEMS-Kreisels (WENDEL 2011: 62)

¹ MEMS-Sensoren weisen kleine, kostengünstige und im Stromverbrauch niedrige Bauteile auf (TITTERTON U. WESTON 2004: 189). Mithilfe der Kompensation von systematischen Fehlern, durch Kalman-Filter, erreichen die besten MEMS-Sensoren Genauigkeiten von $0,01^\circ/\text{h}$ für die Messungen von Drehraten und für Beschleunigungen besser als 1 milli-g. Die stetige Weiterentwicklung der MEMS-Sensoren kann somit dazu führen, dass Ringlaserkreisel und Faserkreisel in vielen Anwendungen verdrängt werden (TITTERTON U. WESTON 2004: 191). MEMS-Sensoren lassen sich beispielsweise so anordnen und komprimieren, dass diese auf einen Chip Platz finden. Dies gilt vor allem für MEMS-Sensoren mit geringerer Güte, allerdings ist auch hier mit einer Verbesserung durch Weiterentwicklung zu rechnen (TITTERTON U. WESTON 2004: 216).

² Auf eine Masse, welche sich in einem senkrecht um die Achse der linearen Bewegung rotierenden Bezugssystem befindet, wirkt eine lineare Schwingungsbewegung. Die resultierende Kraft dieser Bewegung wird als Coriolis-Kraft bezeichnet und wirkt senkrecht zu der Schwingungsachse als auch zu der Drehachse (TITTERTON U. WESTON 2004: 193).

Neben MEMS-Kreisel werden auch optische Drehratensensoren bzw. Laserkreisel wie z.B. der Faserkreisel und der Ringlaserkreisel zur Messung von Drehraten herangezogen. Laserkreisel verwenden das Messprinzip der interferometrischen Messung des Sagnac-Effektes. Dabei werden elektromagnetische Wellen (Licht) in einem geschlossenen Lichtweg in entgegengesetzter Richtung ausgesandt. Befindet sich der Lichtweg in Ruhe, benötigen die Lichtstrahlen die gleiche Zeit, um den geschlossenen Lichtweg einmal zu durchlaufen. Wird der Lichtweg um eine senkrecht zur Ausbreitungsrichtung der Lichtwellen stehenden Achse, entsprechend der Drehrate (Ω) gedreht, führt dies zu Laufzeitunterschieden zwischen den entgegengesetzten Lichtwellen (KAHMEN 2006: 304). Diese Laufzeitunterschiede, welche proportional zu der jeweiligen Drehrate sind, führen zu einer Phasenverschiebung der Lichtwellen. Mittels Photodetektoren lässt sich die Drehrate aus dem aufgrund der Phasenverschiebung entstehenden Interferenzmuster (Hell-Dunkel-Übergänge) ermitteln (WENDEL 2011: 63f). Die Abbildung 4 veranschaulicht das Prinzip des Sagnac-Effektes.

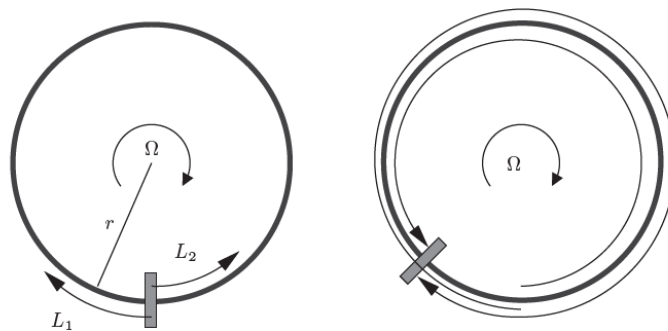


Abbildung 4: Sagnac-Effekt (WENDEL 2011: 63)

Faserkreisel bestehen aus einer Glasfaser, die zu einem Ring oder zu einer Spule gebogen wird. Dieser Glasfaserring bildet den geschlossenen Lichtweg, in dem entgegengesetzte Lichtwellen ausgesandt werden (s. Abb. 5). Anhand der Drehung des Glasfaserrings um die Drehrate (Ω) entsteht die zuvor beschriebene Phasenverschiebung, bzw. das Interferenzmuster zwischen den entgegengerichteten Lichtwellen, welches die Grundlage für die Ermittlung der Drehrate bildet. Faserkreisel unterscheiden sich in aktive und passive Faserkreisel. Während ein passiver Faserkreisel die Intensität des Interferenzmusters zur Berechnung der Drehrate misst, misst ein aktiver Faserkreisel im open-loop- Betrieb die aufgrund des Sagnac-Effektes entstehende Phasenverschiebung. Ein aktiver Faserkreisel im closed-loop-Betrieb kompensiert die entstandene Phasenverschiebung durch eine Modulation, aus welcher sich die Drehrate ermitteln lässt (WENDEL 2011: 63ff).

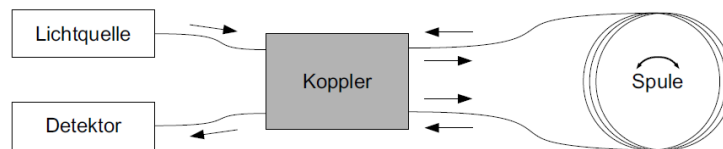


Abbildung 5: Aufbau eines Faserkreisels (HOFMANN-WELLENFÖR ET AL. 2003: 226)

Wie Faserkreisel nutzen auch Ringlaserkreisel den Sagnac-Effekt zur Bestimmung von Drehraten. Der dafür notwendige geschlossene Lichtweg wird dabei anhand von hochqualitativen Spiegeln, welche in den Ecken eines drei- oder mehrseitigen Polygons angebracht sind, realisiert (s. Abb. 6). Diese befinden sich in einem mit Helium-Neon-Gasgemisch gefüllten Glaskörper. Mittels entsprechender Pumpen (Anode, Kathode) lässt sich auf das Gasgemisch, welches als Lasermedium dient, eine solche Spannung erzeugen, dass je ein Laserstrahl im Uhrzeigersinn und entgegen dem Uhrzeigersinn freigesetzt wird. Bei den erzeugten Laserstrahlen handelt es sich um stehende Lichtwellen, welche die Eigenschaft haben, dass ihre Wellenlänge und Frequenz von dem Lichtweg abhängen. Treten keine Drehbewegungen auf, so sind die Lichtwege und somit auch die Frequenzen beider Strahlen identisch. Es entsteht ein ortsfestes Interferenzmuster am Photodetektor. Findet eine Bewegung entlang der sensitiven Achse statt, verändern sich die Lichtwege der beiden Laserstrahlen. Der eine Lichtweg wird kürzer, weshalb sich die Wellenlänge verkürzt. Um nach wie vor eine stehende Welle zu erhalten, vergrößert sich die Frequenz der Lichtwelle. Der andere Lichtweg vergrößert sich, was zu einem längeren Lichtweg bzw. zu einer längeren Lichtwelle mit kleinerer Frequenz führt. Aufgrund der unterschiedlichen Frequenzen der Laserstrahlen entsteht auf dem Photodetektor ein wanderndes Interferenzmuster. Unter der Verwendung zweier Photodioden für die Auswertung des Interferenzmusters, lässt sich die Bewegungsrichtung der Interferenzstreifen und somit auch die Drehrichtung erkennen. Die Hell-Dunkel-Impulse des Interferenzstreifen werden gezählt und bilden ein Maß für die Drehbewegung (WENDEL 2011: 65f).

Der Ringlaserkreisels gilt als sehr hochwertiger Drehratensensor, welcher allerdings einen wesentlichen Nachteil aufweist. Gemeint ist der sogenannte Unempfindlichkeitsfehler (engl. Lock-in-error), welcher dazu führt, dass sich die Frequenzen der Laserstrahlen erst ab einer gewissen Mindestdrehrate ändern und somit kleinere Drehraten nicht messbar sind. Der Unempfindlichkeitsfehler kann mittels Dithering (deutsch: zittern) behoben werden, indem die Anordnung in zitternden Rotationsbewegungen gehalten wird und somit Drehbewegungen außerhalb des Lock-in-Bereichs auftreten (WENDEL 2011: 66).

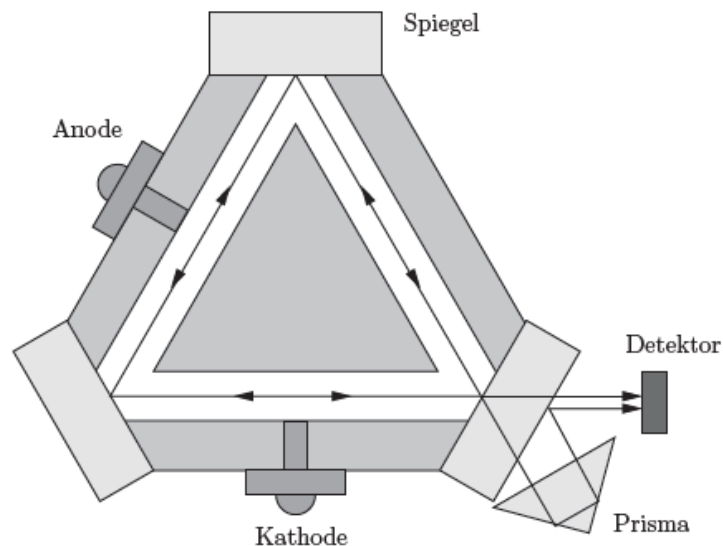


Abbildung 6: Aufbau eines Ringlaserkreises (WENDEL 2011: 65)

2.2.2.2. Beschleunigungsmesser

Beschleunigungsmesser, sogenannte Accelerometer, messen Beschleunigungen entlang einer oder mehrerer sensibler Achsen. Anhand der gemessenen Beschleunigungen lassen sich Geschwindigkeits- und Positionsänderungen berechnen. Das zugrunde liegende Prinzip für die Accelerometermessungen lässt sich auf das zweite Newtonsche Gesetz zurückführen, welches besagt, dass ein Körper in Richtung einer auf ihn wirkenden Kraft (F) beschleunigt wird. Die auftretende Beschleunigung (a) ist dabei proportional zu der einwirkenden Kraft und indirekt proportional zur Masse (m) des Körpers.

$$F = m \cdot a$$

Formel 2: Zweites Newtonsche Gesetz (TITTERTON U. WESTON 2004: 154)

Die ersten Beschleunigungsmesser waren reine Schwerkraftmesser, wobei sich die auf dem Körper wirkende Schwerebeschleunigung und die zu messende, relative Beschleunigung überlagern. Für die Ermittlung der tatsächlichen, relativen Beschleunigung eines Körpers gegenüber der Erde, ist die Schwerebeschleunigung, welche sich aus Gravitation und Fliehkraft zusammensetzt, zu berücksichtigen. Die Schwerebeschleunigung variiert entlang der Erdoberfläche, weshalb die Werte für die Schwerebeschleunigung z.B. anhand des Normalschwerefeldes modelliert werden. Modellierungsfehler der Schwerebeschleunigung führen direkt zu Fehlern der abgeleiteten Beschleunigungen (JEKELI 2001: 86f).

Das Grundprinzip von Beschleunigungsmessern besteht darin, die Kräfte zu messen, die auf sogenannte Probmassen wirken. Die Probmassen sind in Beschleunigungsmessern verbaut

und lenken unter dem Einfluss einer zu messenden Beschleunigung aus. Es gibt zwei Verfahren zur Bestimmung der Beschleunigung. Demnach wird zwischen open-loop-Beschleunigungsmesser und closed-loop-Beschleunigungsmesser unterschieden. Der open-loop-Beschleunigungsmesser misst die direkte Auslenkung der Probemasse, während der closed-loop-Beschleunigungsmesser die Kraft bzw. die Stellgrößen misst, welche benötigt werden, die Probemasse in ihrer Ursprungslage bzw. in Ruhelage zu halten (WENDEL 2011: 66). Pendel-Beschleunigungsmesser und Vibrating-Beam-Beschleunigungsmesser sind verbreitete Accelerometer, weshalb nachfolgend auf die Funktionsweisen dieser Sensoren eingegangen wird.³

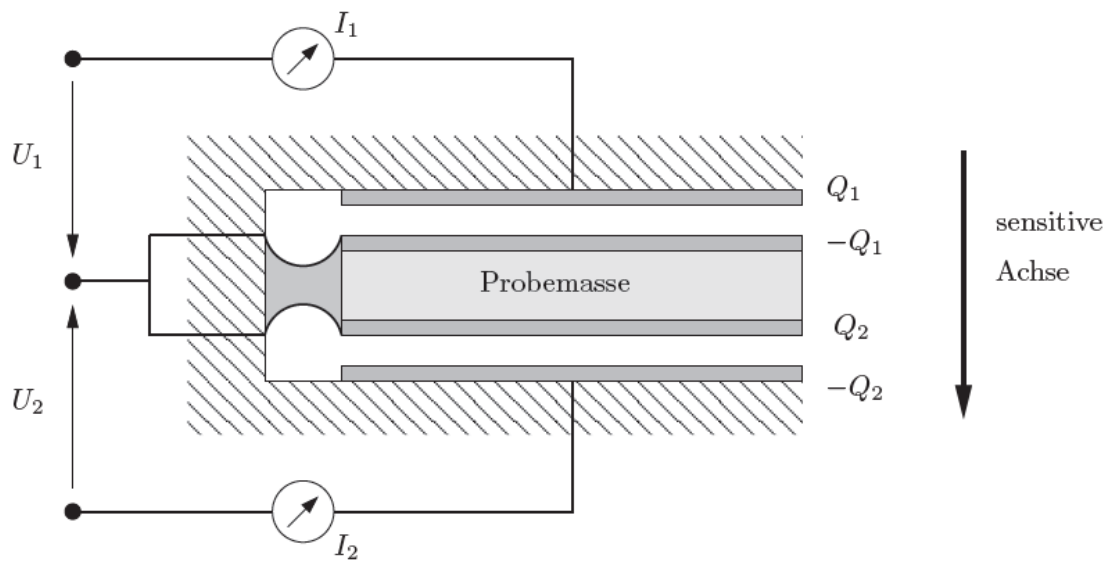


Abbildung 7: Aufbau eines Pendel-Beschleunigungsmessers (WENDEL 2011: 67)

Ein Pendelbeschleunigungsmesser besteht aus einer Doppel-Kondensator-Struktur und einer darin elastisch aufgehängten Probemasse (s. Abb. 7). Die Probemasse bildet dabei eine dünne Siliziumscheibe, die an der oberen und unteren Seite metallisiert ist. In dem open-loop-Betrieb wird die zu messende Beschleunigung bezüglich der Auslenkung der Probemasse kapazitiv gemessen. Die Kapazität (C) wird durch das Verhältnis zwischen der Ladungsmenge (Q) und der Spannung (U) eines Kondensators beschrieben. Ein Kondensator besteht aus einer Anordnung zweier elektrischer Leiter, welche unter einer Spannung (U) zwei entgegengesetzte, betraglich gleich große Ladungen (Q) enthalten. Nichtlinearitäten zwischen der Krafteinwirkung und der Auslenkung der Probemasse, welche bei größeren Auslenkungen auftreten, führen zu fehlerhaft bestimmten Beschleunigungen. Dieser

³ Die Bauteile und Funktionsweisen von MEMS-Accelerometern sind analog zu den Pendelbeschleunigungsmessern im open-loop-Betrieb und den Vibrating-Beam-Beschleunigungsmessern (TITTERTON U. WESTON 2004: 206).

Fehlereinfluss lässt sich anhand der Lagerung der Probemasse in ihrer Ruhelage eliminieren. Dies ist in dem closed-loop-Betrieb der Fall. Innerhalb der Ruhelage weisen beide Kondensatoren die gleiche Kapazität auf ($C_1 = C_2$). Tritt eine Beschleunigung (a) der Probemasse auf, wird diese ausgelenkt. Dies führt zu einer Änderung der Kapazitäten und der zu messenden Spannungen (U_1) und (U_2). Durch das Aufbringen von entsprechenden Ladungen (Δq), auf die bestehenden Ladungen (Q_1) und (Q_2), lässt sich die Ruhelage der Probemasse wiederherstellen. Aufgrund der unterschiedlichen Ladungen wirkt eine elektrostatische Kraft (F), welche die auftretende Beschleunigung ausgleicht. Unter Berücksichtigung der Formel 2 ergibt sich die zu messende Beschleunigung (a) aus dem Zusammenhang der aufgebrachten Ladung (Δq), welche zu der Kraft (F) und zu der Masse (m) der Probemasse führt. Bezüglich der Unempfindlichkeit gegen Nichtlinearitäten zwischen der Krafteinwirkung und der Auslenkung der Probemasse, ist davon auszugehen, dass der Pendelbeschleunigungsmesser im closed-loop-Betrieb genauere Ergebnisse generiert, als im open-loop-Betrieb (WENDEL 2011: 66f).

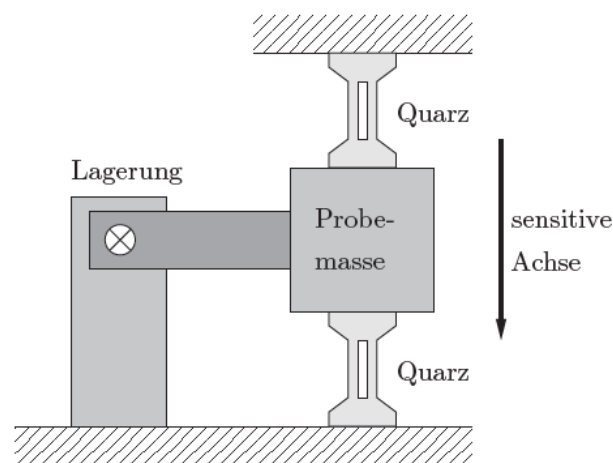


Abbildung 8: Aufbau eines Vibrating-Beam-Beschleunigungsmessers (WENDEL 2011: 68)

Das Messprinzip des Vibrating-Beam-Beschleunigungsmessers oder auch Resonanz-Beschleunigungsmessers beruht auf der Abhängigkeit der Resonanzfrequenz eines schwingenden Elements, wie z.B. einer Gitarrensaite oder eines Drahtes, von der einwirkenden Zug- oder Druckkraft auf einer an der Saite montierten Probemasse. Anstatt Saiten werden in einem Vibrating-Beam-Beschleunigungsmesser Quarze verbaut, die die Zug- bzw. die Druckkraft einer an der Probemasse auftretenden Beschleunigung aufnehmen. Grund dafür ist die hohe thermische und mechanische Stabilität des Quarzes, welche die Genauigkeit des open-loop-Verfahrens positiv beeinflusst (JEKELI 2001: 96ff).

Die Probemasse des Beschleunigungsmessers ist zwischen zwei Quarzen angeordnet, sodass sich diese bei einer auf die Probemasse einwirkenden Beschleunigung entlang der sensitiven Achse strecken oder stauchen (s. Abb. 8). Je nach Beschleunigungsrichtung entsteht an dem einen Quarz eine Stauchung und an dem anderen eine Streckung um den gleichen Betrag. Die Streckung und Stauchung der Quarze führen zu unterschiedlichen Resonanzfrequenzen bzw. zu unterschiedlichen Schwingungsfrequenzen. Die Frequenzdifferenz dieser Schwingungen ist sehr genau messbar und bildet eine Schwebungsfrequenz, anhand derer sich die einwirkende Beschleunigung ermitteln lässt. Wirkt keine Beschleunigung auf die Probemasse, schwingen die Quarze mit einer identischen Resonanzfrequenz (WENDEL 2011: 68). Die Bestimmbarkeit der Geschwindigkeit anhand der Schwebungsfrequenz lässt sich aufgrund der Tatsache erklären, dass sich die Frequenz (f) aus der Division ihrer Geschwindigkeit (v) und ihrer Wellenlänge (λ) ergibt (JEKELI 2001: 97).

2.2.2.3. Sensorfehler

Innerhalb eines INS führen Sensorfehler in Accelerometer und Gyros zu fehlerhaften Messungen und somit zu fehlerhaft abgeleiteten Positionen. Die unterschiedlichen Sensortypen weisen dabei im Prinzip die gleichen Fehlerquellen und Auswirkungen auf (WENDEL 2011: 68ff). In diesem Abschnitt soll auf die wichtigsten Sensorfehler eingegangen werden. Die auftretenden Sensorfehler lassen sich für Gyros und Accelerometer anhand desselben Inertialfehlermodells beschreiben:

$$\vec{\omega}_{ib}^{\sim b} = M_{Gyro} * \vec{\omega}_{ib}^b + \vec{b}_{\omega} + \vec{n}_{\omega}$$

Formel 3: Fehlermodell eines Drehratensensors (WENDEL 2011: 68)

$$\vec{f}_{ib}^{\sim b} = M_{Acc} * \vec{f}_{ib}^b + \vec{b}_a + \vec{n}_a$$

Formel 4: Fehlermodell eines Beschleunigungsmessers (WENDEL 2011: 72)

Demnach ergibt sich die gemessene Drehrate ($\vec{\omega}_{ib}^{\sim b}$) aus der Multiplikation der realen Drehrate ($\vec{\omega}_{ib}^b$) mit der Misalignment-Matrix (M_{Gyro}) und der Addition mit der Biase (\vec{b}_{ω}) und dem sensorabhängigen Rauschen (\vec{n}_{ω}). Gleiches gilt für die gemessene Beschleunigung ($\vec{f}_{ib}^{\sim b}$) (WENDEL 2011: 68ff).

Die Misalignment-Matrix beschreibt, über die Nebendiagonalelemente, die auftretende Missweisung der Sensorachsen einer IMU. Im Idealfall sollen die Sensorachsen einer IMU

exakt orthogonal ausgerichtet sein. Dies ist in der Realität nicht zu erreichen, weshalb die Missweisung, welche meist nach dem Zusammenbau einer IMU messtechnisch erfasst wird, rechnerisch anhand der Nebendiagonalelemente zu kompensieren ist. Auf der Hauptdiagonalen sind die Skalenfaktoren der Sensoren enthalten (WENDEL 2011: 68f).

Der Skalenfaktor beschreibt das Verhältnis eines Eingangssignals und einem Ausgangssignal eines Sensors. Aufgrund der Proportionalität des Ausgangssignals zum Eingangssignal ist der Skalenfaktor eine Zahl, welche durch die Steigung einer Geraden beschrieben werden kann, die über die Ausgleichungsmethode der kleinsten Quadrate an den Eingangsdaten angepasst wird (LAWRENCE 1998: 26). Weichen die Skalenfaktoren von dem Idealwert eins ab, wird dies als Skalenfaktorfehler bezeichnet und in der Einheit ppm¹⁰ angegeben (WENDEL 2011: 69). Der Skalenfaktor ist nicht zwingend linear, sondern kann im Fall von Nicht-linearitäten auch Terme zweiter oder höherer Ordnung enthalten. Außerdem weisen Sensoren ggf. unterschiedliche Skalenfaktoren für positive und negative Eingangssignale auf, was als Skalenfaktorasymmetrie bezeichnet wird (LAWRENCE 1998: 27f).

Die Biase beschreiben die Drift bzw. die Nullpunktfehler von Sensoren. Diese entstehen aufgrund von auftretenden Eingangssignalen, die größer null sind, obwohl keine Bewegung stattfindet. Dies ist z.B. auf Fertigungsmängel und Temperatureinflüsse zurückzuführen (LAWRENCE 1998: 28). Die Biase bestehen aus einem konstanten Anteil während des Betriebes, welcher sich jedoch von Betrieb zu Betrieb verändern kann und einem zeitveränderlichen Anteil der auch als Bias-Drift, Bias-Stabilität oder Bias-Variation bezeichnet wird (WENDEL 2011: 69). Drehratenbiase wirken sich linear auf den Lagefehler aus. Dieser wächst proportional mit der Zeit an. Beschleunigungsmesserbiase wirken sich ebenfalls proportional mit der Zeit auf den Geschwindigkeitsfehler aus. Der Positionsfehler wächst aufgrund von Beschleunigungsmesserbiase quadratisch mit der Zeit an (WENDEL 2011: 75).

Als Random-Drift wird die beliebige Änderung des Ausgangssignals eines Sensors bezeichnet, dessen Eingangssignal gleich null ist. Die beliebige Änderung findet um einen kleinen Betrag statt und ist auf Störungen innerhalb des Sensors zurückzuführen (LAWRENCE 1998: 31).

Der Random Walk ist ein bei Ausgangssignalen von Gyros auftretendes weißes Rauschen (angle random walk). Das weiße Rauschen führt nach längerer Zeit zu einem Anstieg von Winkelfehlern (LAWRENCE 1998:32). Das Beschleunigungsmesserrauschen (velocity random walk) ist analog zum angle random walk (WENDEL 2011: 72).

Die Hysterese beschreibt das Ausgangssignal anhand des Abstandes eines stets ansteigendem Eingangssignals zu einem stets sinkenden Eingangssignal. Der vertikale Abstand der Eingangssignale wird als Hysterese bezeichnet und der maximale Abstand definiert den Hysteresenfehlern (LAWRENCE 1998: 33).

Ein weiterer Sensorfehler ist der sogenannte Unempfindlichkeitsfehler (dead-band-error oder auch lock-in-error). Dieser tritt u.a. beim Ringlaserkreislauf auf und beschreibt die untere Grenze bzw. die Auflösung eines Sensors, unter der keine kleinen Änderungen des Eingangssignals erkannt werden können (LAWRENCE 1998: 32).

Als Einschaltvariationen oder auch day-to-day uncertainty bzw. switch-on-switch-of error werden schwankende Abweichungen des Skalenfaktors und der Biase beschrieben, die sich von Einschalten zu Einschalten verändern, jedoch während des Betriebes konstant bleiben. Die Einschaltvariationen sind auf Alterung der Sensorkomponenten, Temperaturschwankungen bei der Lagerung sowie auf Stöße und Vibrationen bei der Lagerung zurückzuführen (LAWRENCE 1998: 33).

Ein weiterer auftretender Sensorfehler bei Beschleunigungsmessern, entsteht durch das Nichtberücksichtigen der Sensorpositionen. Aufgrund der physischen Ausdehnung der Sensoren ist es nicht möglich, dass alle Beschleunigungsmesser in dem Koordinatenursprung des körperfesten Koordinatensystems liegen. Dies führt dazu, dass Anteile der Zentripetalbeschleunigung in Richtung der sensitiven Achsen mitgemessen werden, wenn das körperfeste Koordinatensystem rotiert. Die dezentrale Lage der Beschleunigungsmesser lässt sich rechnerisch kompensieren, was als size effect bezeichnet wird (WENDEL 2011:73).

Die Tabellen 1 und 2 stellen ungefähre Größenordnungen von Drehratensensorfehlern sowie Beschleunigungsmesserfehlern dar.

Fehler	RLG	FOG	MEMS
g -unabhängiger Bias:	$0.001 - 10 \text{ }^\circ/\text{h}$	$0.1 - 50 \text{ }^\circ/\text{h}$	$5 \text{ }^\circ/\text{h} - 5 \text{ }^\circ/\text{s}$
g -abhängiger Bias:	$0 \text{ }^\circ/\text{h}/g$	$< 1 \text{ }^\circ/\text{h}/g$	$1 \text{ }^\circ/\text{h}/g$
g^2 -abhängiger Bias:	$0 \text{ }^\circ/\text{h}/g^2$	$< 0.1 \text{ }^\circ/\text{h}/g^2$	$0.3 \text{ }^\circ/\text{h}/g^2$
Skalenfaktorfehler:	5 ppm	$> 100 \text{ ppm}$	$> 400 \text{ ppm}$
Angle Random Walk:	$0.01 \text{ }^\circ/\sqrt{\text{h}}$	$0.1 \text{ }^\circ/\sqrt{\text{h}}$	$1 \text{ }^\circ/\sqrt{\text{h}}$

Tabelle 1: Ungefähre Größenordnungen von Drehratensensorfehlern (WENDEL 2011: 70)

Fehler	Vibrating Beam	Pendel
Konstanter Bias:	0.1 – 1 mg	0.1 – 10 mg
Biasstabilität:	0.1 mg	1 mg
Skalenfaktorfehler:	100 ppm	1000 ppm
Velocity Random Walk:	0.01 m/s/ \sqrt{h}	0.04 m/s/ \sqrt{h}

Tabelle 2: Ungefähre Größenordnungen von Beschleunigungsmesserfehlern (WENDEL 2011: 73)

2.2.3. Koordinatensysteme

In der Inertialnavigation und der dazugehörigen Strapdown-Rechnung kommen verschiedene Koordinatensysteme zum Einsatz. Diese werden in der Abbildung 9 definiert und veranschaulicht.

Eine IMU misst Beschleunigungen und Drehraten in einem Körperfesten Koordinatensystem (b-frame) bezogen auf ein Inertialkoordinatensystem (i-frame). Diesbezüglich müssen die Achsen der Inertialsensoren mit den körperfesten Koordinatenachsen identisch sein. Die Achsen des körperfesten Koordinatensystems weisen mit festem Bezug zur IMU in die Längsrichtung (North - x^b), nach rechts (East - y^b) und nach unten (Down - z^b). Der Koordinatenursprung befindet sich in der IMU. Das Inertialkoordinatensystem hat seinen Ursprung im Mittelpunkt des Rotationsellipsoids. Die x^i - und y^i -Achse liegen in der Äquatorebene, während die z^i -Achse mit der Rotationsachse der Erde zusammenfällt. Die Achsen des i-frames weisen einen festen Bezug zu den Fixsternen auf (WENDEL 2011: 28).

Neben dem b-frame und dem i-frame sind der e-frame und der n-frame von wesentlicher Bedeutung. Bei dem e-frame handelt es sich um ein erdfestes Koordinatensystem, welches auch als earth centered, earth fixed (ECEF) bezeichnet wird. Der Ursprung dieses Systems liegt ebenfalls, wie das des i-frames, im Mittelpunkt des Rotationsellipsoids, wobei die Koordinatenachsen einen festen Bezug zur Erde aufweisen. Die z^e -Achse verläuft identisch zur z^i -Achse und somit entlang der Rotationsachse der Erde. Die Schnittgerade von der Ebene des Nullmeridians und der Äquatorebene definiert die x^e -Achse. Das Navigationssystem (n-frame) weist den gleichen Ursprung wie der b-frame auf. Allerdings haben die Achsenrichtungen keinen festen Bezug zur IMU, sondern zur Erde. Die z^n -Achse verläuft parallel zur Schwerebeschleunigung, während die x^n - und y^n -Achsen in Nord- und Ostrichtung verlaufen. Die x^n - und y^n -Achsen verlaufen dabei in der an dem Erdellipsoid anliegenden Tangentialebene. Die Richtungsabweichungen zwischen n- und b-frame lassen sich beispielsweise anhand der Eulerwinkel beschreiben (s. Kap. 2.2.4.) (WENDEL 2011: 28 f).

Die Position einer IMU ist anhand des Koordinatenursprungs des b- bzw. des n-frames in Bezug zu dem erdfesten Koordinatensystem (e-frame) anzugeben. Dies kann unter der Angabe des Breitengrades, des Längengrades und der Höhe des b- bzw. n-frames in Bezug zum erdfesten Koordinatensystem erfolgen. Für eindeutige Angaben in einem erdfesten Koordinatensystem ist ein Erdmodell zu definieren, welches z.B. in Form des WGS84-Rotationsellipsoids erfolgt. Mithilfe von Transformationen lassen sich die Positionsangaben Breitengrad, Längengrad und Höhe in ECEF-Positionsangaben überführen (WENDEL 2011: 28 ff).

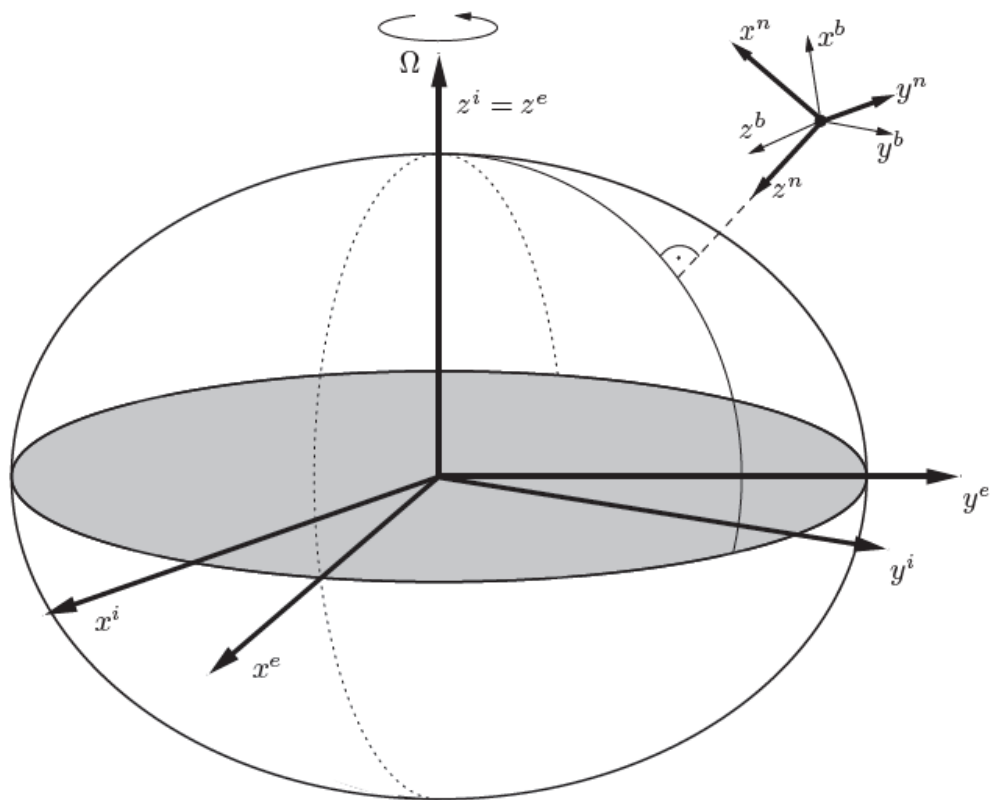


Abbildung 9: Koordinatensysteme in der Inertialnavigation (WENDEL 2011: 29)

2.2.4. Eulerwinkel

Mithilfe der Eulerwinkel lässt sich die Lage zweier Koordinatensysteme zueinander beschreiben. So auch die Lage des körperfesten Koordinatensystems (b-frame) im Bezug zum Navigationskoordinatensystem (n-frame) einer IMU (s. Abb. 10). Im Wesentlichen betrachtet, geben die Winkel Roll (ϕ), Pitch (θ) und Yaw (ψ) (Azimuth) die notwendige Rotation an, um die das eine Koordinatensystem gedreht werden müsste, um parallel mit den Achsen des anderen Koordinatensystems zu verlaufen. Zuerst findet eine Drehung um die z-Achse des Zielsystems statt, welche durch den Yaw-Winkel definiert wird. Anschließend erfolgt eine Drehung entsprechend des pitch-Winkels um die neue y-Achse des rotierten

Koordinatensystems. Abschließend findet eine Drehung entsprechend des Roll-Winkels um die neue x-Achse des mittels Yaw- und Pitch-Winkel gedrehten Koordinatensystems statt. Die Lagebeschreibung zweier Koordinatensysteme zueinander kann neben den Eulerwinkeln ebenfalls anhand einer Richtungskosinusmatrix, eines Orientierungsvektors oder eines Quaternions erfolgen (WENDEL 2011: 37f).

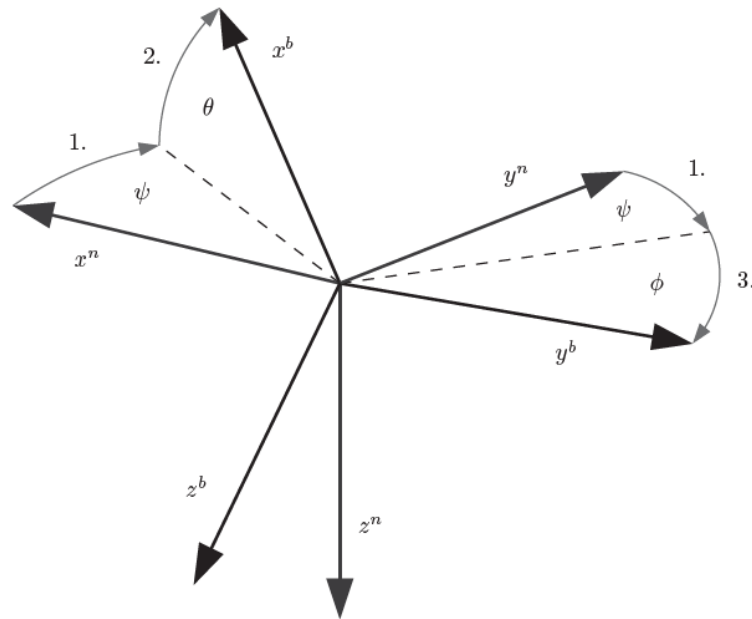


Abbildung 10: Eulerwinkel (WENDEL 2011: 38)

2.2.5. Strapdown-Algorithmus

Der Strapdown-Algorithmus ermöglicht die Berechnung einer aktuellen Navigationslösung unter Berücksichtigung der gemessenen Beschleunigungen und Drehraten zu einer vorherigen Navigationslösung. Eine mit dem Strapdown-Algorithmus berechnete Navigationslösung besteht aus Informationen zur Lage, Position und Geschwindigkeit. Durch die Integration der Drehraten lässt sich die Lage, und durch die Integration der Beschleunigungen die Geschwindigkeit ermitteln. Die Berechnung der Position erfolgt anhand der Integration der Geschwindigkeit (WENDEL 2011: 45).

Für die Berechnung einer Navigationslösung anhand des Strapdown-Algorithmusses muss eine inertielle Navigationslösung als Startwert bekannt sein. Diese besteht aus der Position, Geschwindigkeit und Lage des INS. Für den Fall, dass die Position aufgrund von GNSS-Messungen bekannt ist (s. Kap. 2.2.6.) und sich die IMU in Ruhe befindet, sind nur die nötigen Lageinformationen zu ermitteln. Diese sind anhand der Winkel Roll (ϕ), Pitch (θ) und Yaw (ψ) definiert und beschreiben die Lage des körperfesten Koordinatensystems (b-

frame) der IMU, gegenüber dem Navigationskoordinatensystem (n-frame) (WENDEL 2011: 77).

Die genannten Lageinformationen lassen sich anhand der Messwerte eines INS, welches sich in Ruhelage befindet, im Rahmen des Self-Alignments (deutsch: Selbst-Ausrichtung) bestimmen. Das Self-Alignment lässt sich in die Horizontierung und in die Nordfindung unterteilen. Die Horizontierung des körperfesten Koordinatensystems beschreibt die Ermittlung des Roll- und Pitch-Winkels. Das körperfeste Koordinatensystem gilt als horizontiert, wenn dessen vertikale down-Achse mit der Lotrichtung der Schwerkraft und somit mit der down-Achse des n-frames zusammenfällt. Die Komponenten der Schwerkraft in nördlicher und östlicher Richtung betragen in dem horizontierten Zustand gleich Null. Erreicht wird die Horizontierung anhand der Drehung des körperfesten Koordinatensystems, bis die Ausgänge der Accelerometer in den horizontalen Richtungen den Wert null betragen (TITTERTON U. WESTON 2004: 278).

Der Yaw-Winkel beschreibt die Ausrichtung des b-frames gegenüber dem geografischen Norden, welcher mit der Nordrichtung des n-frames übereinstimmt. Dieser lässt sich anhand der Horizontalkomponenten der gemessenen Erddrehrate berechnen. Dabei erfolgt die Messung der Erddrehrate, mittels Drehratensensoren, in dem horizontierten b-frame (WENDEL 2011: 80). Neben dem Self-Alignment in Ruhelage ist auch ein kinematisches Alignment möglich, dies setzt die Integration eines Navigationssystems (GNSS) voraus (s. Kap. 2.2.6.) (HOFMANN-WELLENHOF ET AL. 2003: 236).

Die Positionierungsfehler eines INS nehmen während des Betriebs mit der Zeit stetig zu, weshalb das Alignment stets aktualisiert werden muss. Zurückzuführen sind die Positionierungsfehler auf die Fehler der verbauten Sensoren innerhalb eines INS (HOFMANN-WELLENHOF ET AL. 2003: 236). Das Alignment lässt sich mithilfe externer Geschwindigkeits- und/oder Positionsinformationen korrigieren bzw. aktualisieren (s. Kap. 2.2.6.). Auf diesem Wege lassen sich die Auswirkungen verschiedener Sensorfehlerquellen (z.B. Sensordrift) korrigieren. Bei der Korrektur bzw. bei der Aktualisierung des Alignments kann zwischen zero velocity updates (ZUPT) und coordinate updates (CUPT) unterschieden werden. ZUPT's finden nach dem Prinzip des Self-Alignments in Ruhelage statt, während Koordinaten-Aktualisierungen (CUPT's), beispielsweise mittels GNSS, auch in Bewegung möglich sind, sofern sich das INS einem bekannten Kontrollpunkt annähert (HOFMANN-WELLENHOF ET AL. 2003: 238).

2.2.6. GNSS / INS-Integration

Ziel der integrierten Navigation ist es unterschiedliche Sensoren für die Ermittlung einer Navigationslösung zu verwenden, um die Genauigkeit, Kontinuität und Integrität auf einen Bestwert zu steigern. Die Verwendung unterschiedlicher Sensoren schafft bestenfalls eine Redundanz für die Ermittlung von Messwerten, welche eine Prüfung der Ergebnisse auf Glaubwürdigkeit ermöglicht (DODEL U. HÄUPLER 2010: 347).

Die integrierte Navigation setzt neben der Fusion von verschiedenen Sensoren auch auf die Fusion unterschiedlicher Navigationssysteme zur Ermittlung einer Navigationslösung. Anhand der Integration verschiedener Navigationssysteme wie z.B. INS und GNSS sollen Vor- und Nachteile der jeweiligen Systeme ausgeglichen werden. Demnach lassen sich z.B. die Positionierungsergebnisse einer GNSS-Messung als Korrektur für eine Navigationslösung mittels Inertialnavigationssystem heranziehen (WENDEL 2011: 1). Die Ermittlung einer Navigationslösung anhand eines Inertialnavigationssystems beruht auf der Messung von Drehraten und Beschleunigungen, welche stets fehlerbehaftet sind (s. Kapitel 2.2.2.3.). Aufgrund der Integration dieser fehlerbehafteten Messwerte im Rahmen der Ermittlung einer Navigationslösung, wachsen die Navigationsfehler mit der Zeit an (WENDEL 2011: 28). Das Inertialnavigationssystem ist daher ein kurzzeitgenaues Navigationsverfahren, dessen Navigationslösung sich unter der Verwendung von GNSS-Navigationslösungen in einer bestimmten Updaterate stets korrigieren lässt. INS und GNSS ergänzen sich ausgezeichnet, da das INS gegen externe Einflüsse unempfindlich ist und dauerhaft eine Navigationslösung bestehend aus Position, Lage und Geschwindigkeit zur Verfügung stellt. GNSS-Messungen hingegen sind stark von äußeren Einflüssen betroffen (s. Kap. 2.1.2.) und liefern bei einer Verfügbarkeit von weniger als vier Satelliten keine Navigationslösung. Jedoch liefern GNSS-Messungen im Vergleich zu Inertialnavigationssystemen langzeitgenaue Positions- und Geschwindigkeitsinformationen. Die Fusion der Daten eines GNSS und INS erfolgt anhand von Kalman-Filter, meist error-state-space-Kalman-Filter, welche die GNSS-Daten (auch Stützdaten genannt) analysieren und die Fehler der INS-Navigationslösung schätzen, um sie anschließend zu korrigieren. Darüber hinaus lassen sich auch Fehler wie Biase, Skalenfaktorfehler und Misalignment schätzen, welche von der Inertialsensorik abhängig sind. Das Schätzen und Korrigieren dieser auftretenden Navigationsfehler wird als Online-Kalibrierung der IMU bezeichnet und steigert die Performance eines Inertialnavigationssystems (WENDEL 2011: 189f).

In Abhängigkeit von den verwendeten Stützinformationen kann zwischen verschiedenen Systemarchitekturen bzw. Integrationsvarianten unterschieden werden. Darunter das

Loosely Coupled System, welches GNSS-Positions- und Geschwindigkeitsmessungen als Stützinformationen verwendet und das Tightly Coupled System, welches Pseudoranges und Deltarange-Messungen direkt als Stützinformationen verwendet. Das erstgenannte Verfahren ist am weitesten verbreitet und weist im Vergleich zu anderen Verfahren eine einfache Realisierung auf. Der wesentliche Nachteil des Loosely Coupled Systems ist, dass keine Stützung der Inertialnavigation erfolgt, wenn weniger als vier Satelliten für die GNSS-Messung zur Verfügung stehen. Während des Ausfalls der GNSS-Stützung steigen die Navigationsfehler des Inertialnavigationssystems an. Kommt es aufgrund von empfängerinternen Kalman-Filtern dazu, dass Stützdaten an den Navigationsfilter weitergeleitet werden, obwohl weniger als vier GNSS-Satelliten empfangen werden, kann dies zur positiven Überschätzung der Güte des Inertialnavigationssystems führen. Dies ist darauf zurückzuführen, dass die als unabhängig verarbeiteten Stützinformationen in Wirklichkeit Zeitkorrelationen aufweisen.

Der Vorteil des Tightly Coupled System liegt darin, dass anhand der Pseudorange- und Deltarange-Messungen eine INS-Stützung erfolgen kann, auch wenn weniger als vier Satelliten für GNSS-Messungen zur Verfügung stehen. Somit lässt sich ein Anwachsen der Navigationsfehler verhindern oder zumindest verlangsamen. Ein größerer Integrationsaufwand stellt den Nachteil des Systems dar (WENDEL 2011: 190f).

2.3. SAPOS

Der Satellitenpositionierungsdienst SAPOS ist ein permanenter, multifunktionaler und differentieller GNSS-Dienst zur Ermittlung und Bereitstellung von Korrekturdaten für GNSS-Messungen. Die Bereitstellung von Korrekturdaten macht die Verwendung einer lokalen Referenzstation (Basis) in Form eines zweiten GNSS-Empfängers überflüssig und steigert somit die Wirtschaftlichkeit und Effizienz von GNSS-Messungen. Der für die eigentliche GNSS-Messung zum Einsatz kommende GNSS-Empfänger wird als Rover bezeichnet (RIECKEN U. KURTENBACH 2017: 293f).

SAPOS wird als Gemeinschaftsprojekt der Arbeitsgemeinschaft der Vermessungsverwaltungen der Länder der Bundesrepublik Deutschland (AdV) betrieben und bildet anhand eines bundesweiten Netzes, bestehend aus 270 GNSS-Referenzstationen, den amtlichen geodätischen Raumbezug in dem ETRS89/DREF91 in der Realisierung 2016. Weitere Referenzstationen in den Nachbarstaaten der Bundesrepublik Deutschland komplettieren das Netz aus GNSS-Referenzstationen, welches eine Bereitstellung von hochgenauen und einheitlichen Korrekturdatendiensten auf dem gesamten Bundesgebiet ermöglicht. Unter der Verwendung

von SAPOS-Diensten lassen sich die Genauigkeiten von GNSS-Positionierungen bis in den Millimeterbereich steigern (ZENTRALE STELLE SAPOS® o. J.: o. S.).

2.3.1. SAPOS-Dienste

Die SAPOS-Referenzstationen empfangen ständig Signale von GNSS-Satelliten der Satellitennavigationssysteme GPS, GLONASS, Galileo und Beidou zur Berechnung von Korrekturdaten für DGNSS-Messungen (s. Kap. 2.1.3.). Die Korrekturdaten werden dem Nutzenden in Form von drei SAPOS-Diensten mit unterschiedlichen Eigenschaften und Genauigkeiten in Echtzeit zur Verfügung gestellt:

SAPOS-EPS	Echtzeit Positionierungs-Service, 0,3 m bis 0,8 m Lage-Genauigkeit und 0,5 m bis 1,5 m Höhen-Genauigkeit (AdV 2022: 5).
SAPOS-HEPS	Hochpräziser Echtzeit Positionierungs-Service, 1 cm bis 2 cm Lage-Genauigkeit und 2 cm bis 3 cm Höhen-Genauigkeit (AdV 2022: 5).
SAPOS-GPPS	Geodätischer Postprocessing Positionierungs-Service, ≤ 1 cm Lage-Genauigkeit und 1 cm bis 2 cm Höhen-Genauigkeit (AdV 2022: 6).

Die SAPOS-Dienste bzw. die SAPOS-Korrekturdaten inklusive Metadaten über die Referenzstationen, werden dem Nutzer anhand standardisierter Datenformate zur Verfügung gestellt. Dabei werden die SAPOS-Dienste HEPS und EPS dem Nutzenden in Form von RTCM-Daten über eine mobile Internetverbindung via Ntrip (Networked Transport of RTCM via Internet Protocol) bereitgestellt (AdV 2022: 4).

RTCM-Daten beruhen auf internationalen Formatierungsstandards, welche die amerikanische Organisation Radio Technical Commission for Maritime Services (RTCM) festlegt und weiterentwickelt. Zusätzlich zu den Korrekturdaten der SAPOS-Echtzeitdienste HEPS und EPS werden über das RTCM-Datenformat Transformationsparameter, Satellitenkonstellationen, Ephemeridendaten und weitere Beobachtungsgrößen zur Verfügung gestellt (SAPOS® BADEN-WÜRTTEMBERG^A o. J.: o. S.).

Die Daten des SAPOS-GPPS Dienstes werden dem Nutzer im RINEX-Datenformat für Postprocessing bereitgestellt. Postprocessing bedeutet, dass die übermittelten Korrekturdaten nicht in Echtzeit ausgewertet werden, sondern im Anschluss an die GNSS-Messung. Das Receiver Independant Exchange Format (RINEX) ist ein ASCII Standardformat, welches

die Rohdaten der Referenzstationen enthält und als Download für die Auswertung mittels Postprocessing bereitgestellt wird (SAPOS[®] BADEN-WÜRTTEMBERG^A o. J.: o. S.).

Neben dem Verfahren der differentiellen GNSS-Positionierung, welches von den genannten SAPOS-Diensten angewandt wird, um die auftretenden GNSS-Fehler mittels Differenzbildung zwischen Rover und Referenzstation zu eliminieren, wird das Verfahren “Precise Point Positioning“ (PPP) entwickelt. Ziel ist es eine absolute und autonome GNSS-Positionierung anhand des Rovers zu realisieren (RIECKEN U. KURTENBACH 2017: 299).

2.3.2. Arbeitsweisen der Referenzstationen

Die Referenzstationen berechnen ständig ihre Position anhand permanent empfangener GNSS-Signale und vergleichen diese mit ihrer bekannten Position. Die entstehenden Differenzen werden dem Rover (GNSS-Empfänger im Felde) als Korrekturdaten für dessen GNSS-Positionierung übermittelt. Somit lassen sich systematisch und atmosphärisch auftretende Einflüsse eliminieren und die Positionierungsgenauigkeit erheblich steigern. Dies geschieht unter der Annahme, dass der Rover, welcher sich in der Nähe einer Referenzstation befindet, den gleichen systematischen und atmosphärischen Einflüssen unterliegt, wie die für die Ermittlung der Korrekturdaten verwendete Referenzstation. Die Genauigkeit der Korrekturdaten hängt von der Entfernung (Basislinie) des Rovers zu der jeweiligen Referenzstation ab, wodurch diese bei größer werdender Entfernung an Gültigkeit verliert. Um diesen Einfluss zu eliminieren werden die Referenzstationen miteinander vernetzt, weshalb der Rover Korrekturdaten mehrerer Referenzstationen empfangen kann. Die Vernetzung der Referenzstationen zur Korrekturdatenbestimmung erfolgt nach drei verschiedenen Modellansätzen: Virtuelle Referenzstation (VRS), Flächenkorrekturparameter (FKP) und Master-Auxiliary-Concept (MAC) (SAPOS[®] BADEN-WÜRTTEMBERG^B o. J.: o. S.).

Folglich werden die Modellansätze der virtuellen Referenzstationen und das Master-Auxiliary-Concept kurz erläutert. Für die Vernetzung der Referenzstationen sind alle Referenzstationen mit einer Vernetzungszentrale (Server) verbunden und senden ihre Korrekturdaten permanent in eine fortlaufend aktualisierte Datenbank. Im Rahmen der Korrekturdatenbestimmung mittels virtueller Referenzstation sendet der Rover seine ungefähre Position aus der Navigationslösung an die Vernetzungszentrale. Anschließend wird die virtuelle Referenzstation, welche die entfernungsunabhängigen Korrekturen enthält, an diese Position “verschoben“. Aufgrund der kurzen Basislinie zwischen Rover und VRS werden

entfernungsabhängige Fehlerquellen minimiert. Final löst der Rover die Phasenmehrdeutigkeiten und berechnet seine korrigierte Position (SAPOS® BADEN-WÜRTTEMBERG^B o. J.: o. S.).

Auch bei dem Master-Auxiliary-Concept sendet der Rover seine Näherungsposition an die Vernetzungszentrale, wo kontinuierlich alle Daten der Referenzstationen zusammenlaufen. Diese sendet dem Rover die korrigierten Rohdaten der Masterstation (nächstliegende Referenzstation) zu. Zusätzlich werden dem Rover die zwischen der Masterstation und den umliegenden Referenzstationen (Auxiliary-Stations) auftretenden Koordinatendifferenzen übermittelt. Außerdem werden die ionosphärischen und geometrischen Korrekturdifferenzen aller, gemeinsam mit der Masterstation sichtbaren, Satelliten übersandt. Die Software des Rovers legt fest, inwiefern die bereitgestellten Korrekturen für die korrigierte Standortbestimmung verwendet werden und auf welche Auxiliary-Stations dabei zurückgegriffen wird (SAPOS® BADEN-WÜRTTEMBERG^B o. J.:o. S.).

2.4. Tachymeter

Ein Tachymeter ist ein Messinstrument zur Messung von Horizontalrichtungen, Zenitwinkel und Schrägstrecken. Anhand dieser Messelemente, ist der Anschluss an ein übergeordnetes Koordinatensystem möglich. Im Rahmen des Polarverfahrens lässt sich die Standpunktkoordinate eines Tachymeters, durch die Messung der genannten Messelemente zu koordinierten Anschlusspunkten, berechnen. Aufgrund der Messungen von Horizontalrichtungen, Zenitwinkel und Schrägstrecken zu unbekannten Punkten lassen sich Polarkoordinaten, bestehend aus Richtungswinkel und Horizontalstrecken, berechnen. Über die berechneten Polarkoordinaten lassen sich lokale kartesische Koordinaten ermitteln, welche durch Transformation in das übergeordnete Koordinatensystem überführt werden können (BLANKENBACH 2017: 33). Wie die Richtungsmessung und die Streckenmessung im Detail funktioniert wird in den Kapiteln 2.4.1. und 2.4.2. beschrieben.

2.4.1. Richtungsmessung

In einem elektronischen Tachymeter werden anhand eines elektronischen Theodolits automatisiert vertikale und horizontale Teilkreisablesungen durchgeführt. Die Ablesung des vertikalen Teilkreises ergibt den Zenitwinkel und aus den Ablesungen am Horizontalteilkreis ergibt sich die Horizontalrichtung. Die Ablesungen an den Teilkreisen können anhand unterschiedlicher Verfahren erfolgen. Demnach wird zwischen relativen (inkrementale) und absoluten Verfahren unterschieden. Beim Inkrementalverfahren sind die Teilkreise mit

einem Hell-Dunkel-Strichmuster versehen. Mithilfe einer Lichtquelle und einer Photodiode können die Hell-Dunkel-Unterschiede während der Bewegung eines Teilkreises gezählt, und die relative Richtungsänderung bestimmt werden.

Absolute Verfahren funktionieren auf ähnliche Art und Weise, allerdings werden bei diesem Verfahren codierte Teilkreise für eine direkte Ablesung der Richtung verwendet. Elektronische Tachymeter verfügen im Standardfall über Code- und Inkrementalverfahren (MÖSER ET AL. 2012: 241).

2.4.2. Streckenmessung

Elektronische Tachymeter bestehen neben einem elektronischen Theodolit aus einem elektrooptischen Distanzmesser für die Messung von Schrägstrecken. Die elektrooptische Distanzmessung erfolgt entweder anhand des Impulslaufzeitverfahrens, des Phasenvergleichsverfahrens oder anhand einer Kombination beider Verfahren (BLANKENBACH 2017: 33).

Beide Verfahren der elektrooptischen Distanzmessung machen sich entsprechend der Lichtgeschwindigkeit im Vakuum (C_0) ausbreitende Lichtwellen zu Nutze, welche ausgesandt, reflektiert und wieder empfangen werden.

Bei dem Phasenvergleichsverfahren wird einer kontinuierlich strahlenden Lichtwelle ein periodisches Messsignal aufmoduliert. Die zu messende Strecke (D) ergibt sich aus der Anzahl der Perioden (r), multipliziert mit der Wellenlänge (λ) und der Berücksichtigung der Phasenverschiebung (R) als Phasenreststück der modulierten Wellenlänge (s. Formel 5 u. Abb. 11) (MÖSER ET. AL. 2012: 253f).

$$D = \frac{r\lambda + R\lambda}{2}$$

Formel 5: Streckenberechnung mittels Phasenvergleichsverfahren (MÖSER ET AL. 2012: 254)

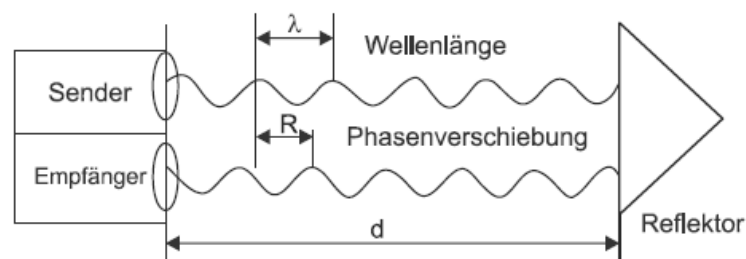


Abbildung 11: Prinzip des Phasenvergleichsverfahrens (MÖSER ET AL. 2012: 255)

Das Impulslaufzeitverfahren ermittelt die Strecke (D) anhand der Laufzeit eines ausgesandten Impulses vom Zeitpunkt der Aussendung bis zum Zeitpunkt des Empfangs. Der Impuls besteht aus einem Lichtimpuls (Wellenpaket), welcher sich entsprechend der Lichtgeschwindigkeit ausbreitet. Die zu messende Strecke (D) ergibt sich folglich aus der Laufzeit (Δt) des Signals, multipliziert mit der Lichtgeschwindigkeit (C_0) unter Berücksichtigung der Brechzahl der Atmosphäre (n) (s. Formel 6) (MÖSER ET AL. 2012: 256).

$$D = \frac{C_0}{2n} * \Delta t$$

Formel 6: Streckenberechnung mittels Impulslaufzeitverfahren (GRUBER U. JOECKEL 2018: 62)

3. Messprogramm

In diesem Kapitel soll die Leistungsfähigkeit des Integrierten Positionierungssystems Trimble R12i insbesondere für die Einmessung von Gebäuden zur Fortführung des Liegenschaftskatasters, anhand von praktisch durchgeführten Vermessungen, untersucht werden. Dabei gilt es ein Messprogramm zu entwickeln, welches die Untersuchung hinsichtlich der Planung, Durchführung, Auswertung und Bewertung definiert. Zusätzlich sind die verwendeten Messinstrumente zu benennen und die zu erwartenden Genauigkeiten abzuschätzen. Darüber hinaus sind die Anforderungen an die Ergebnisse zu definieren.

3.1. Definition und Planung der Messaufgabe

Die Leistungsfähigkeit des Trimble R12i hinsichtlich der Einmessung von Gebäuden zur Fortführung des Liegenschaftskatasters soll anhand eines Vergleiches der bisher angewandten Vermessungsverfahren mit dem Verfahren der direkten GNSS-Messung von Gebädepunkten mittels Neigungskompensation untersucht werden. Die Neigungskompensation erfolgt bei dem integrierten Positionierungssystem Trimble R12i mithilfe der Trimble TIP-Technologie, hinter der sich eine Inertialmesseinheit (IMU) verbirgt. Zusätzlich soll untersucht werden, inwiefern die Genauigkeit einer Positionslösung mit dem Trimble R12i von der Neigung abhängt, die es zu kompensieren gilt. Außerdem ist anhand von GNSS-Messungen unter der Verwendung verschiedener Satellitennavigationssysteme zu untersuchen, ob sich unabhängige GNSS-Messungen erzeugen lassen und inwiefern diese zur Steigerung der Effizienz von Liegenschaftsvermessungen bzw. Gebäudevermessungen beitragen können.

3.1.1. Genauigkeitsuntersuchung der TIP-Neigungskompensation

Anhand von GNSS-Schrägmessungen, welche mit dem Trimble R12i in unterschiedlichen Neigungen durchgeführt werden, ist zu untersuchen, inwiefern die Positionierungsgenauigkeit von dem Grad der Neigung abhängt. Außerdem ist zu untersuchen welchen Einfluss die Beobachtungsdauer und die somit auftretenden Drift-Effekte des Systems auf die Positionierungsergebnisse hat. Bei der Durchführung der GNSS-Schrägmessungen ist daher zwischen einem statischen und einem kinematischen Messablauf bzw. Messaufbau zu unterscheiden. Dies ist darauf zurückzuführen, dass die Sensoren eines Inertialnavigationssystems Bewegungssensoren sind und sich die Genauigkeiten der Messungen in Ruhelage mit der Zeit verschlechtern (Drift). Das INS ist ein kurzzeitgenaues Navigationssystem (WENDEL 2011: 189).

Die statischen GNSS-Schrägmessungen erfolgen mithilfe eines festen Aufbaus des Systems durch ein Stativ. Dabei wird der GNSS-Empfänger auf vermarkten Punkten (z.B. Nagel) in unterschiedlichen Neigungen und Himmelsrichtungen fixiert (s. Abb. 12). Es sind zehn Wiederholungsmessungen in den Neigungen 0° , $7\frac{1}{2}^\circ$, 15° , $22\frac{1}{2}^\circ$, 30° , 45° und 60° durchzuführen. Die 0° -Messungen erfolgen sowohl unter der Verwendung der IMU als auch ohne Verwendung der IMU. Zum Abschluss der statischen GNSS-Messungen sind erneut 0° -Messungen durchzuführen, um zu überprüfen, ob Lageabweichungen gegenüber der zu Beginn ermittelten Positionslösung auftreten. Treten Lageabweichungen gegenüber der anfänglich ermittelten Positionslösung auf, lässt sich das beispielsweise auf die veränderte Satellitenkonstellation während des Messablaufs sowie auf Aufhalte- bzw. Aufbaufehler zurückführen. Bezüglich der Vergleichbarkeit der durchzuführenden Beobachtungen sind diese auf mindestens drei lagemäßig verschiedenen Punkten, in möglichst idealer GNSS-Umgebung, durchzuführen. Das bedeutet, dass sich keine abschattenden Objekte wie z.B. Gebäude oder Bäume in der Nähe befinden, welche das Auftreten von Mehrwegeeffekten hervorrufen können.

Der kinematische Messablauf bzw. Messaufbau erfolgt ohne einen festen Aufbau des GNSS-Empfängers. Dieser wird stets in unterschiedliche Neigungen und Himmelsrichtungen ausgerichtet und nur für den Zeitpunkt einer Messung in Ruhe gehalten (s. Abb. 13). Anschließend gilt es den Empfänger lotrecht über den Beobachtungspunkt zu führen und in eine neue Messposition auszurichten. Es sind zunächst 100 solcher GNSS-Messungen durchzuführen und die Ergebnisse in Neigungsklassen einzuordnen und zu analysieren. Es sollen für jede Neigungsklasse von 0.1° bis $>50^\circ$ in 5° -Intervallen Messergebnisse vorliegen. Weisen manche Neigungsklassen eine sehr geringe Anzahl von Messwerten auf, werden weitere 100

Messungen durchgeführt, um eine möglichst homogene Verteilung der Messergebnisse, in den jeweiligen Neigungsklassen, zu erzielen. Die Beobachtungszeit ist zum einen so zu wählen, wie es bei dem statischen Messablauf der Fall ist und zum anderen ist diese möglichst minimal zu wählen, um den Zeitraum der jeweiligen Messung bzw. den Zeitraum der Ruhelage minimal zu halten. Die Durchführung dieser GNSS-Messungen soll in möglichst idealen GNSS-Umgebungen stattfinden.

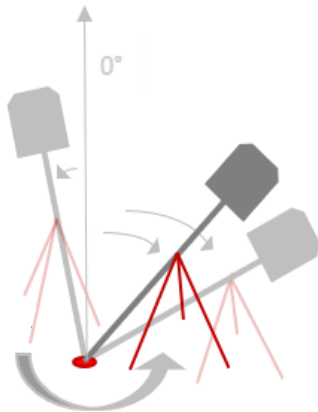


Abbildung 12: Statische GNSS-Schrägmessungen (Quelle: Eigene Darstellung)

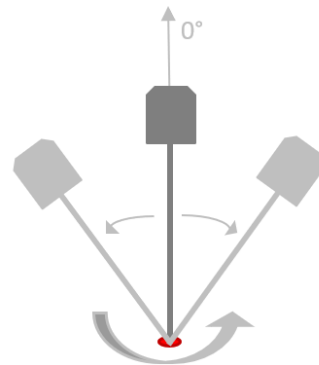


Abbildung 13: Kinematische GNSS-Schrägmessungen (Quelle: Eigene Darstellung)

3.1.2. Gebäudevermessung mittels TIP-neigungskompensierter GNSS-Messungen – Vermessungsverfahren im Vergleich

Die Leistungsfähigkeit des Trimble R12i, in Bezug auf die Einmessung von Gebäuden zur Fortführung des Liegenschaftskatasters, wird anhand eines Vergleiches verschiedener Vermessungsverfahren untersucht. Dabei ist das Verfahren der direkten Vermessung von Gebäudepunkten mittels TIP-neigungskompensierter GNSS-Messungen mit den bisher für die Gebäudevermessung eingesetzten satellitengestützten Vermessungsverfahren zu vergleichen.

- Verfahren 1: Kombination aus satellitengestützten Vermessungsverfahren und dem polaren Vermessungsverfahren
- Verfahren 2: Satellitengestütztes Vermessungsverfahren zur Erhebung von Gebäudepunkten über indirekte Hilfspunkte
- Verfahren 3: Direktmessung von Gebäudepunkten mittels TIP-neigungskompensierter GNSS-Messungen

Die Ergebnisse sind hinsichtlich der geltenden Anforderungen, welche anhand des LiegVermErlasses für Liegenschaftsvermessungen definiert werden (s. Kap. 3.2.), zu analysieren. Außerdem sind die Vorgaben des LiegVermErlasses in der Planung und in der Durchführung der Vermessungen zu berücksichtigen. Zusätzlich ist die Wirtschaftlichkeit des Verfahrens der direkten GNSS-Messung mittels TIP-Neigungskompensation, welche im Folgenden als GNSS-Schrägmessung bezeichnet wird, zu untersuchen. Die Punktbestimmung mittels direkter GNSS-Schrägmessung kann das Herausfluchten von Gebäudeseiten und das Messen von Hilfspunkten, zur Konstruktion von Gebäudepunkten, überflüssig machen. Außerdem kann auf die Kombination von satellitengestützten Vermessungsverfahren und dem Polarverfahren verzichtet werden. Somit ist zu erwarten, dass das Verfahren der direkten GNSS-Schrägmessung von Gebäudepunkten zu einer erheblichen Zeitersparnis und zu einer Steigerung der Wirtschaftlichkeit führt.

Um die Vergleichbarkeit der einzelnen Verfahren miteinander zu gewährleisten, soll die Veränderung der Satellitengeometrie während des Messablaufes möglichst gering gehalten werden, d.h. alle GNSS-Messungen sind in einem möglichst kurzen Zeitfenster durchzuführen. Aufgrund dessen werden die einzelnen Verfahren nicht zeitlich versetzt, sondern simultan durchgeführt. Außerdem sind mindestens drei vergleichbare Gebäudevermessungen unter der Anwendung der zu vergleichenden Vermessungsverfahren durchzuführen.

Der Messablauf lässt sich anhand der Prinzipskizze in Abbildung 14 erklären. Zuerst sind die zu verwendenden temporären Anschlusspunkte (Punktnr. 10001-10004) zu vermarken. Anschließend sind indirekte Hilfspunkte über das Herausfluchten von Gebäudeseiten zu vermarken (Punktnr. 2001-2004). Darauf folgend können die GNSS-Messungen durchgeführt werden. Diesbezüglich sind die Lagekoordinaten der vermarkten temporären Anschlusspunkte, der vermarkten Hilfspunkte, der Gebäudepunkte 3001-3003 und eines Kontrollpunktes mittels GNSS zu bestimmen. Die Gebäudepunkte 3001-3003 sind dabei mittels direkter GNSS-Schrägmessung zu erfassen.

Nachdem die GNSS-Messungen abgeschlossen sind, sind die Koordinaten der temporären Anschlusspunkte und der Hilfspunkte in GeoPard zu importieren. Anhand des Polarverfahrens sind die Gebäudepunkte 1001-1003 zu bestimmen. Die Gebäudepunkte 201-203 lassen sich anschließend ebenfalls mit der Software GeoPard über Schnittberechnungen bestimmen. Hierfür sind die Maße zwischen den Hilfspunkten und den Gebäudepunkten zu erfassen. Am Ende existieren für jeden Gebäudepunkt drei Lagekoordinaten, dessen Bestimmung auf die zu vergleichenden Vermessungsverfahren zurückzuführen sind.

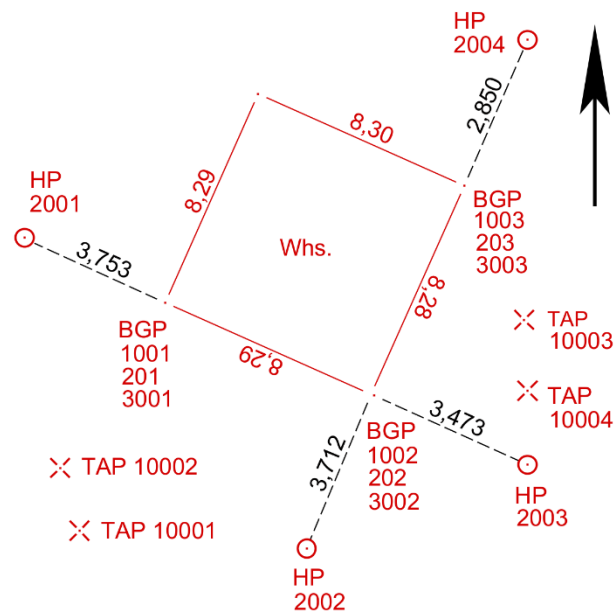


Abbildung 14: Prinzipskizze (Quelle: Eigene Darstellung)

3.1.3. Unabhängige GNSS-Messungen

Im Rahmen der Untersuchung des integrierten Positionierungssystems Trimble R12i, hinsichtlich der Leistungsfähigkeit für die Erfassung von Gebäuden zur Fortführung des Liegenschaftskatasters, soll ebenfalls festgestellt werden, inwiefern sich unabhängige GNSS-Messungen, aufgrund der Verwendung unterschiedlicher Satellitennavigationssysteme, erzeugen lassen. Dafür sind GNSS-Messungen in allen möglichen Kombinationen der Satellitennavigationssysteme durchzuführen und zu analysieren. Die GNSS-Messungen finden dabei in einer idealen GNSS-Umgebung statt. Abschließend ist zu bewerten, wie unabhängige GNSS-Messungen satellitengestützte Vermessungsverfahren positiv beeinflussen können und inwiefern sich dies auf die Effizienz und die Wirtschaftlichkeit von Liegenschaftsvermessungen auswirken kann.

3.2. Anforderungen an die Ergebnisse

In diesem Kapitel werden die Anforderungen an die Ergebnisse der Vermessungen definiert und somit festgelegt, welche Kriterien bei der Durchführung, Auswertung und Bewertung der Vermessungen einzuhalten sind. Demnach sind die in der Definition und Planung festgelegten Grundsätze für die jeweilige Messaufgabe einzuhalten. Es ist darauf zu achten, dass die Durchführungen und Auswertungen von den jeweiligen Daten innerhalb einer Untersuchung gleichermaßen erhoben und analysiert werden. Aufgrund der Tatsache, dass die Leistungsfähigkeit des Trimble R12i insbesondere für die Einmessung von Gebäuden zur

Fortführung des Liegenschaftskatasters zu untersuchen ist, sind die Vorgaben des LiegVermErlasses für den Vergleich der in Kapitel 3.1.2. genannten Vermessungsverfahren einzuhalten.

Nach Rücksprache mit den entsprechenden Mitarbeitern des Niedersächsischen Ministeriums für Inneres und Sport – Referat 44 – Vermessung, Geoinformation und Kampfmittelbeseitigung sowie des LGLN steht fest, dass das Verfahren der direkten GNSS-Messung mittels Neigungskompensation, im Rahmen des LiegVermErlasses als zulässig gilt.

3.2.1. Vorgaben LiegVermErlass – Satellitengestütztes Vermessungsverfahren

Für Liegenschaftsvermessungen, welche mittels satellitengestützter Vermessungsverfahren durchgeführt werden, sind SAPOS-Korrekturdatendienste zu verwenden. Objektpunkte wie z.B. Gebäudepunkte oder Hilfspunkte zur indirekten Bestimmung von Gebäudepunkten, sind anhand zweier Aufstellungen mit jeweils einer Einzelmessungen zu bestimmen. Die finale Koordinate ergibt sich aus dem Mittelwert der beiden Einzelmessungen. Dabei dürfen die Einzelmessungen die maximale Abweichung für (V_E) und (V_N) von 0,012 m nicht überschreiten. Anschluss- und Kontrollpunkte gilt es anhand zweier Aufstellungen mit jeweils drei Einzelmessungen zu bestimmen. Die finale Koordinate ergibt sich dabei aus dem Gesamtmittel der Mittelwerte beider Aufstellungen. Die Einzelmessungen der Aufstellungen dürfen dabei ebenfalls die maximale Abweichung von 0,012 m für (V_E) und (V_N) zu dem Mittelwert einer Aufstellung nicht überschreiten. Gleiches gilt für die Mittelwerte der beiden Aufstellungen zum Gesamtmittel. Zwischen den Einzelmessungen ist eine neue Initialisierung⁴ durchzuführen (NIEDERSÄCHSISCHES MINISTERIUM FÜR INNERES UND SPORT 2021: 35). Das bedeutet, dass die Fixed-Lösung der GNSS-Positionsbestimmung verworfen und neu gelöst wird. Ist eine Fixing-Lösung erreicht, sind die durch diverse Fehlereinflüsse (s. Kap. 2.1.2.) auftretenden Mehrdeutigkeiten gelöst und eine Positionsbestimmung im Zentimeterbereich möglich (AXIONET o. J.: o. S.). Der Beobachtende legt die Dauer einer Einzelmessung (Epoche) fest. Diese ist unter anderem von dem zu verwendenden Messinstrument abhängig. In der Regel liefern diese nach 10-30 Sekunden ein zuverlässiges Ergebnis einer Einzelmessung. Zwischen den einzelnen Aufstellungen ist eine zeitliche Differenz von

⁴ Im Rahmen der nachfolgenden Untersuchungen wird die On-The-Fly-Initialisierungsmethode verwendet. Demnach wird eine RTK-Messung beim Start automatisch initialisiert, wenn genügend Satelliten vorhanden sind und Basiskorrekturen empfangen werden. Auswirkungen von Mehrwegeausbreitungen lassen sich durch das Bewegen des GNSS-Empfängers bei der On-The-Fly-Initialisierung reduzieren (TRIMBLE® 2021: 477).

mindestens 15 Minuten einzuhalten. Die auf die zeitliche Differenz zurückzuführende veränderte Satellitengeometrie soll Multipath-Effekte aufdeckbar machen (NIEDERSÄCHSISCHES MINISTERIUM FÜR INNERES UND SPORT 2021: 36).

Anhand der obligatorischen Messung eines Kontrollpunktes wird die einzuhaltende Nachbarschaftsgenauigkeit von 0,020 m überprüft und gleichzeitig der Anschluss an das amtliche Landesbezugssystem realisiert. Als Kontrollpunkt kommen Lagefestpunkte des AFIS sowie Aufnahme- und Sicherungspunkte infrage, welche in der Nähe der Vermessungsstelle liegen und somit das Messgebiet repräsentieren. Bei der Messung eines Kontrollpunktes kann durch eine Änderung der Antennenhöhe von 50 cm auf die 15-minütige Zeitdifferenz zwischen den Aufstellungen verzichtet werden (NIEDERSÄCHSISCHES MINISTERIUM FÜR INNERES UND SPORT 2021: 36).

Während einer GNSS-Messung gilt es auf eine gute Verteilung der Satelliten zu achten. Diese wird anhand des PDOP als Indikator für die Satellitengeometrie betrachtet. Dabei darf der Wert von drei nicht überschritten werden. Außerdem sind nur Satelliten, die einen Elevationswinkel von zehn Grad nicht unterschreiten, für die Positionslösung zu verwenden (NIEDERSÄCHSISCHES MINISTERIUM FÜR INNERES UND SPORT 2015, 24).

3.2.2. Vorgaben LiegVermErlass – Polares Vermessungsverfahren

Wie bei dem satellitengestützten Vermessungsverfahren gilt es polare Vermessungsverfahren auf das amtliche Landesbezugssystem zu beziehen. Dies erfolgt mithilfe von Aufnahme- und Sicherungspunkten, welche im Landesbezugssystem bekannt sind. Es gibt unterschiedliche Methoden den Anschluss an das Landesbezugssystem, über die genannten Punkte sowie über weitere, besondere Anschlusspunkte, herzustellen. In diesem Abschnitt soll nur auf die innerhalb dieser Untersuchung anzuwendenden Methode eingegangen werden. Demnach ist der Anschluss an das amtliche Landesbezugssystem über jeweils zwei Punkte aus zwei Punktgruppen zu realisieren. Die für den Anschluss verwendeten Punkte sind auf ihrer Lageidentität zu überprüfen und dürfen maximal 0,014 m von der Sollkoordinate abweichen. Dies wird rechnerisch in der Berechnung des Aufnahmestandpunktes überprüft. Als Anschlusspunkte kommen z.B. zuvor mittels GNSS bestimmte Punkte infrage, die dauerhaft oder temporär vermarktet werden (NIEDERSÄCHSISCHES MINISTERIUM FÜR INNERES UND SPORT 2021: 38ff).

Grundsätzlich genügt es Objektpunkte wie Gebäudepunkte von einem Aufnahmestandpunkt durch Richtungs- und Streckenmessung zu bestimmen, allerdings steigert die doppelte Bestimmung der Punkte, ausgehend von einem weiteren Aufnahmestandpunkt, die

Zuverlässigkeit des Ergebnisses. Die finale Koordinate ergibt sich aus dem Mittelwert der zwei zu bestimmenden Koordinaten des Gebäudepunktes. Dabei ist die maximal zulässige Abweichung von mehrfach bestimmten Objektpunkten von 0,040 m einzuhalten (NIEDERSÄCHSISCHES MINISTERIUM FÜR INNERES UND SPORT 2015: 27). Darüber hinaus gilt es zu beachten, dass die zu bestimmenden Objektpunkte nicht über das 1,5-Fache der Strecke, zwischen den Anschlusspunkten von dem Aufnahmestandpunkt, entfernt sein darf. Bevor die Vermessung, ausgehend von einem Aufnahmestandpunkt beendet wird, ist abschließend erneut ein Anschlusspunkt zu messen, um eine eventuelle Lageveränderung des Aufnahmestandpunktes während der Vermessung festzustellen (NIEDERSÄCHSISCHES MINISTERIUM FÜR INNERES UND SPORT 2021: 43).

3.4. Hard- und Software

Im Rahmen der durzuführenden Untersuchungen kommen verschiedene Messinstrumente und Auswertesoftware zum Einsatz, welche nachfolgend beschrieben werden. Die ALLTERRA GmbH stellt das integrierte Positionierungssystem Trimble R12i inklusive eines Feldrechners mit der Software Trimble Access und einen entsprechenden Lotstab zur Verfügung. Seitens des LGLN wird ein Leica TS16 A Tachymeter inklusive Feldrechner mit der Software GeoPard zur Verfügung gestellt. Auf die für weitere Auswertungen verwendete Software Microsoft Excel sowie die hauptsächlich für die graphische Aufbereitung verwendeten Softwares VermGraf und PyCharm (Entwicklungsumgebung für die Programmiersprache Python) wird nicht weiter eingegangen.

3.4.1. Trimble R12i

Das integrierte Positionierungssystem Trimble R12i ist ein GNSS-Empfänger, welcher aufgrund der Trimble Inertial Platform (TIP) über eine Neigungskompensation verfügt. Das bedeutet, dass der Lotstab des Systems nicht exakt lotrecht über einen zu erfassenden Punkt stehen muss, sondern der Punkt an der Lotstabspitze durch das IMU-basierte TIP-System, auch bei einer auftretenden Schiefstellung, erfasst werden kann. Dabei wird die auftretende Neigung des Lotstabes bzw. des GNSS-Empfängers anhand des TIP-Systems ermittelt und kompensiert. Das TIP-System realisiert eine kalibrierungsfreie und gegen magnetische Störungen unempfindliche IMU-basierte Neigungskompensation. Außerdem verfügt der Trimble R12i über ein automatisches Integritätsmonitoring, welches Störungen in der inertialen Messeinheit in Echtzeit erkennt und den Benutzenden alarmiert. Die Neigungskompensation steigert die Effizienz und Produktivität für Vermessungsaufgaben, da auf das

lotrechte Aufstellen des Systems verzichtet werden kann. Außerdem ermöglicht die TIP-Neigungskompensation den Zugang zu schwer erreichbaren Punkten. Dies können z.B. versperrte Punkte wie Gebäude- und Grundstücksecken sein, die nicht lotrecht zu bestimmen sind (TRIMBLE GEOSPATIAL o. J.: o. S.).

In den folgenden Untersuchungen werden GNSS-Messungen anhand des Trimble R12i durchgeführt. Die wesentlichen Spezifikationen des Systems sind der Tabelle 3 zu entnehmen.

Echtzeit-Kinematik-Messungen, Netzwerk-RTK		
Trimble® R12i	Lage	8 mm + 0,5 ppm RMS
	Höhe	15 mm + 0,5 ppm RMS
Leica GS18 T	Lage	8 mm + 0,5 ppm
	Höhe	15 mm + 0,5 ppm
Echtzeit-Kinematik-Messungen, neigungskompensiert		
Trimble® R12i	Lage Lotstabspitze	RTK + 5 mm + 0,4 mm/° Neigung (bis 30°) RMS
Leica GS18 T	Lage Lotstabspitze	RTK + 8 mm + 0,4 mm/° Neigung (bis 30°)

Tabelle 3: Genauigkeitsangaben Trimble R12i u. Leica GS18 T (TRIMBLE INC. 2020: 2; LEICA GEOSYSTEMS AG 2022: 2)

An dieser Stelle sollte ebenfalls auf die verwendeten Sensoren sowie auf das Funktionsprinzip der IMU-basierten Trimble Inertial Platform eingegangen werden. Eine diesbezüglich an die Firma Trimble gerichtete Anfrage hat ergeben, dass es kein offizielles White Paper zu der verwendeten IMU innerhalb des TIP-Systems gibt. Aufgrund dessen soll die mögliche Funktionsweise der TIP-Neigungskompensation anhand eines vergleichbaren Systems erläutert werden. Bei dem vergleichbaren System handelt es sich um die Leica GS18 T GNSS-Smartantenne von Leica Geosystems. Die GNSS-Antenne ermöglicht, basierend auf die Sensorfusion von IMU und GNSS, ebenfalls eine Neigungskompensation. Diese ist, wie auch die Neigungskompensation des Trimble R12i, unempfindlich gegen magnetische Störeinflüsse und ohne Kalibrierung einsetzbar (LUO ET AL. 2018: 1). Die angegebenen Genauigkeiten für die Leica GS18 T GNSS-Smartantenne sind vergleichbar mit den Spezifikationen des Trimble R12i (s. Tabelle 3).

Parallel zu dem Trimble R12i nutzt die Leica GS18 T Smartantenne ein IMU-basiertes Inertialnavigationssystem sowie GNSS-Messungen, um hochgenaue Lageinformationen einschließlich der Neigung (θ), der Neigungsrichtung (λ) und des Sensorkurses (γ) zu bestimmen (s. Abb. 15). Dabei kommen MEMS-Sensoren zum Einsatz.

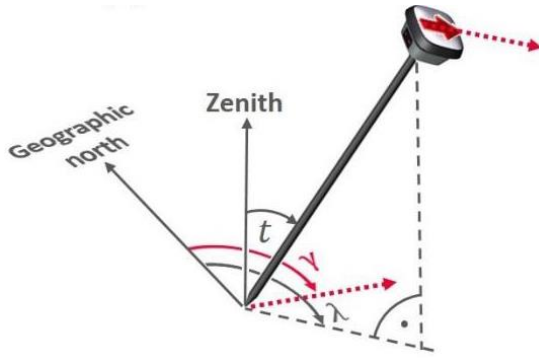


Abbildung 15: Lageinformationen der Leica GS18 T (LUO ET AL. 2018: 7)

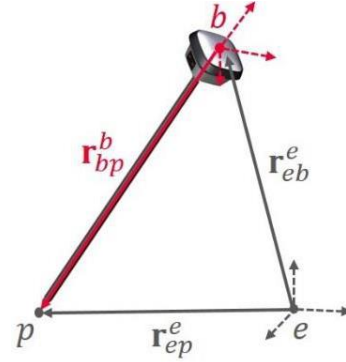


Abbildung 16: Prinzip der Neigungskompensation (LUO ET AL. 2018: 7)

Die GNSS- und IMU-Messungen erfolgen im Phasenzentrum des GNSS-Empfängers, welcher auf einen Lotstab montiert ist. Für die Positionsbestimmung eines Punktes mittels Neigungskompensation, ist die in dem Phasenzentrum des GNSS-Empfängers ermittelte Position, unter Berücksichtigung der Lotstablänge und der Neigungsrichtung, auf den zu bestimmenden Punkt an der Lotstabspitze zu reduzieren. Die IMU-Messungen erfolgen anhand von Drehratensensoren und Beschleunigungsmesser. Demnach lässt sich die Neigung (t) des GNSS-Empfängers zur Lotrichtung, mittels Beschleunigungsmesser und die Ausrichtung (λ) des GNSS-Empfängers in Bezug auf den geografischen Norden, mittels Drehratensensoren ermitteln. Frühere GNSS-Empfänger mit Neigungskompensation verwenden einen elektromagnetischen Kompass bzw. ein Magnetometer, welches die Ausrichtung des GNSS-Empfängers in Bezug auf den magnetischen Norden ermittelt. Im Gegensatz zu Beschleunigungsmesser und Drehratensensoren werden Magnetometermessungen von magnetischen Störungen beeinträchtigt. Diese Beeinträchtigungen führen zu einer lokalen magnetischen Deklination, welche als Winkel zwischen Geografisch-Nord und Magnetisch-Nord definiert ist, von bis zu drei Grad. Den magnetischen Störungen ist mit Kalibrierungen vor Ort entgegenzuwirken (LUO ET AL. 2018: 1f).

Die Abbildung 16 beschreibt das Prinzip der Neigungskompensation der Leica GS18 T Smartantenne. Demnach liefert die GNSS-RTK-Lösung die Positionslösung eines Referenzpunktes (z.B. das Phasenzentrum) in dem körperfesten Koordinatensystem, welches als b-Frame bezeichnet wird. Die ermittelte Position wird anhand des Vektors (r_{eb}^e) im Bezug zu dem erdfesten und erdzentrierten e-Frame (ECEF) beschrieben. Der Vektor von dem Phasenzentrum zur Lotstabspitze (r_{bp}^b) ist aufgrund der Lotstablänge und dem Antennen-Phasenzentrum-Offset (PCO) bekannt. Daher lässt sich der gesuchte Positionsvektor (r_{ep}^e) wie folgt berechnen:

$$r_{ep}^e = r_{eb}^e + r_{bp}^e = r_{eb}^e + R_b^e * r_{bp}^b$$

Formel 7: Berechnung des Positionsvektors (LOU ET AL. 2018: 6)

(R_b^e) beschreibt dabei die Rotationsmatrix vom b-Frame zum e-Frame und enthält die in Abbildung 15 abgebildeten Lageinformationen des Lotstabes bzw. des GNSS-Empfängers, welche sich aus der Neigung (t), der Neigungsrichtung (λ) und dem Sensorkurs (γ) ergeben. Die Neigung (t) beschreibt den Winkel zwischen dem lokalen Zenit und dem Lotstab. Die Neigungsrichtung (λ) beschreibt den Winkel zwischen der orthogonalen Projektion des Lotstabes in der horizontalen Ebene zu den geografischen Norden. Der Sensorkurs (γ) gibt die Himmelsrichtung an, in die der Sensor zeigt. Die Himmelsrichtung wird ebenfalls in Bezug auf Geografisch-Nord angegeben. Im Gegensatz zur Neigungsrichtung ist die Richtung des Sensorkurses auch bei einer orthogonalen Projektion in eine horizontale Ebene eindeutig definiert. Die Neigungsrichtung hingegen wird bei einer orthogonalen Projektion zu einem einzigen Punkt (LUO ET AL. 2018: 6).

Unter der Annahme, dass die Lotstablänge und das Antennen-Phasenzentrum-Offset exakt bekannt sind und einem starren Körper entsprechen, hängt der Fehler der neigungskompensierten Position (P) der Lotstabspitze hauptsächlich von dem GNSS-Positionsfehler und dem INS-Lagefehler ab.

Die Vorteile der fortschrittlichen GNSS-Signalverfolgung bei geringen Elevationswinkeln ermöglichen die Anwendung der Neigungskompensation bei großen Neigungswinkeln von mehr als 30° . Demnach lassen sich Satelliten in einer geringen Höhe verfolgen und empfangen. Dies trägt positiv zu der Unterdrückung von Mehrwegeeffekten bei schwierigen GNSS-Umgebungen wie z.B. in Straßenschluchten und unter Baumkronen bei. Aufgrund dessen lässt sich auch bei größeren Neigungswinkeln eine 3D-Positionierungsgenauigkeit von zwei Zentimeter erreichen (LUO ET AL. 2018: 1ff).

3.4.2. Trimble Access

Trimble Access ist eine umfassende Software zur Durchführung von Vermessungsarbeiten. Die Feldanwendung ermöglicht demnach die Verwendung aller konventioneller Trimble Geospatial Totalstationen oder GNSS-Empfänger zur Durchführung von topografischen Vermessungen, Absteckungen, 3D-Scans. Verschiedene Daten, beispielsweise Daten aus terrestrischen Vermessungen, Scan-Daten und GNSS-Daten lassen sich anhand des Integrated Surveying-System innerhalb eines Projektes kombinieren (TRIMBLE® 2021: 6).

Die Durchführungen der Trimble R12i GNSS-Messungen erfolgen im Folgenden unter Verwendung der Trimble Access Software in der Version 22.00.

3.4.3. Leica TS16 A

Die Leica TS16 A ist eine hochpräzise und motorisierte Totalstation. Sie ermöglicht die Winkelmessung, die Distanzmessung mit und ohne Prisma sowie eine automatische Zielerfassung und -verfolgung (ATRplus). Zusätzlich verfügt die Totalstation über eine Zieleinweishilfe (EGL) (LEICA GEOSYSTEMS AG 2020: 1f).

Im Rahmen der folgenden Untersuchungen werden Koordinaten von Gebäudepunkten unter der Verwendung der Leica TS16 A erhoben. Die wesentlichen Spezifikationen für die Winkel- bzw. Richtungsmessung sowie der Distanzmessung sind der Tabelle 4 zu entnehmen.

Winkelmessung, Genauigkeit Hz und V	
Absolut, Kontinuierlich, Diametral	1" (0,3 mgon), 2" (0,6 mgon), 3" (1 mgon), 5" (1,5 mgon)
Distanzmessung, Genauigkeit / Messzeit	
Einzel (Prisma)	1 mm + 1,5ppm / typisch 2,4 s
Einzel (Prisma, schnell)	2 mm + 1,5ppm / typisch 1,5 s
Einzel (beliebige Oberfläche)	2 mm + 2ppm / typisch 2 s

Tabelle 4: Genauigkeitsangaben Leica TS16 A (LEICA GEOSYSTEMS 2020: 2)

3.4.4. GeoPard

GeoPard ist ein in der Vermessungs- und Katasterverwaltung eingesetztes geodätisches Programm zum Aufnehmen, Rechnen und Darstellen. Es bildet die Vorverarbeitungs- und Erhebungskomponente des AFIS-ALKIS-ATKIS-Projektes im Innen- und Außendienst. Demnach ermöglicht die Software die Durchführung von Vermessungen im Außendienst sowie die Unterlagenvorbereitung, die Auswertung und die Fortführung des Liegenschaftskatasters (LANDESAMT FÜR GEOINFORMATION UND LANDESVERMESSUNG NIEDERSACHSEN 2022: 1).

Mithilfe der Software GeoPard werden nachfolgend Liegenschaftsvermessungen anhand des Polarverfahrens durchgeführt. Zusätzlich lassen sich diverse Berechnungen und Auswertungen in GeoPard durchführen (s. Kap. 3.6.3.). Die aktuelle GeoPard Version V8.51 unterstützt die GNSS-Schrägmessung nicht, weshalb für die Durchführung der GNSS-Messungen die Software Trimble Access zum Einsatz kommt.

3.5. Genauigkeitsabschätzung

Bevor mit den Messungen begonnen werden kann, ist eine Abschätzung der erreichbaren Genauigkeiten durchzuführen. Dabei liegt der Fokus auf die zu erreichenden Genauigkeiten des Trimble R12i bei GNSS-Schrägmessungen mittels TIP-Neigungskompensation. Die Tabelle 3 fasst die Genauigkeitsparameter des Systems zusammen. Demnach ergibt sich die Genauigkeit einer TIP-neigungskompensierten GNSS-Messung aus der horizontalen Genauigkeit der GNSS-Positionierung (RTK), einer konstanten Fehlerkomponente von 5 mm und einer neigungsabhängigen Fehlerkomponente von + 0,4 mm/°Neigung (bis 30°) RMS (s. Formel 8). Die Genauigkeit der GNSS-Positionierung in der Lage bzw. in der Horizontalen wird mit 8 mm + 1 ppm RMS angegeben, wobei sich die ppm-Werte auf die nächstgelegene reale Referenzstation beziehen und daher je nach Einsatzort variieren können. Die konstante Fehlerkomponente von 5 mm ist auf Restabweichungen zwischen den Vertikalachsen des GNSS-Empfängers und der IMU zurückzuführen, welche mittels Werkskalibrierung erfasst werden. Voraussetzung für die Erreichbarkeit der angegebenen Genauigkeiten ist, dass der GNSS-Empfänger auf einem kalibrierten und mängelfreien, zwei Meter Standardstab, bestehend aus Kohlefaser, montiert ist. Eine Funktion, die die Qualität des berechneten Neigungsazimutes beschreibt, definiert die neigungsabhängige Fehlerkomponente (TRIMBLE INC. 2020: 2ff).

$$TIP_{Lage} = RTK + 5mm + 0,4mm/^\circ Neigung \text{ (bis } 30^\circ) \text{ RMS}$$

Formel 8: Berechnung der TIP-Lagegenauigkeit des Trimble R12i (TRIMBLE INC. 2020: 2)

Anhand der Formel 8 lassen sich unter der Annahme, dass sich die nächstgelegene Referenzstation 10 km entfernt befindet, folgende Genauigkeiten für TIP-neigungskompensierte GNSS-Messungen, in den jeweiligen Neigungen berechnen (s. Tabelle 5):

Neigung	Genauigkeit [mm]	Δ_{relativ} [mm]
0°	18	
7 ½°	21	3
15°	24	6
22 ½°	27	9
30°	30	12
45°	36	18
60°	42	24

Tabelle 5: TIP-Lagegenauigkeit in Abhängigkeit von der Neigung (Quelle: Eigene Darstellung)

Demnach lässt sich bei einer GNSS-Messung mit TIP-Neigungskompensation und einer Neigung von 0° eine Genauigkeit von 18 mm erreichen. Die geringere Genauigkeit um 5 mm zu einer GNSS-Messung ohne TIP-Neigungskompensation lässt sich dabei auf die konstante Fehlerkomponente zur Berücksichtigung der Restabweichungen zwischen den Vertikalachsen des GNSS-Empfängers und der IMU zurückführen. Für die Neigungen 15° und 30° sind Genauigkeiten von 24 mm bzw. 30 mm zu erreichen. In der Untersuchung treten auch Neigungswinkel $>30^\circ$ auf, weshalb die zu erreichenden Genauigkeiten für die Neigungen 45° und 60° ebenfalls abgeschätzt werden. Die Tabelle 5 zeigt außerdem die relative Änderung der abgeschätzten Genauigkeit je Neigung zur lotrechten GNSS-Messung, welche sich mit den Ergebnissen der folgenden Untersuchungen vergleichen lässt.

Unter der Annahme, dass eine Gebäudevermessung mittels GNSS-Schrägmessung unter einem Neigungswinkel von 15° zur Gebäudeecke stattfindet und sich der Messort 10 km von der nächsten realen Referenzstation entfernt liegt, lässt sich die Gebäudeecke mit einer Genauigkeit von 24 mm bestimmen. Wird diese Gebäudeecke ebenfalls mit dem Polarverfahren und anhand indirekter GNSS-Messungen, ohne TIP-Neigungskompensation bestimmt, ist davon auszugehen, dass die Genauigkeit der GNSS-Schrägmessung den Bereich der auftretenden Abweichungen, zwischen den auf dreifacher Weise bestimmten Koordinaten der Gebäudeecke, definiert. Dies beruht auf der Annahme, dass sich anhand der indirekten GNSS-Messung ohne Neigungskompensation und dem Polarverfahren höhere Genauigkeiten erreichen lassen.

3.6. Durchführung und Auswertung

Die Durchführung der Vermessungen erfolgt entsprechend der Definition und Planung der jeweiligen Messaufgabe und unter Berücksichtigung der Anforderungen an die Ergebnisse. Die Dauer einer GNSS-Einzelmessung wird auf 20 Epochen bzw. auf 20 Messungen in 20 Sekunden festgelegt, es sei denn, es wird auf eine andere Festlegung hingewiesen.

Im Anschluss an die Durchführung der Vermessungen sind die erhobenen Daten auszuwerten, zu analysieren und zu visualisieren. Für die Auswertung und Analyse der Daten werden die Ergebnisse der GNSS-Schrägmessung in Form von Koordinatenlisten als .txt- oder .csv in GeoPard, Excel und PyCharm importiert. Die Messprotokolle sind der Anlage 28 zu entnehmen. Koordinatendifferenzen werden im Rahmen der Auswertung in der Regel als Absolutwerte berechnet, um ein Herausmitteln der Abweichungen, aufgrund von unterschiedlichen Vorzeichen, zu vermeiden.

Bei den aus den Vermessungen resultierenden Koordinaten handelt es sich um UTM-Koordinaten in der Zone 32 bezogen auf das ETRS989-DREF91(R16).

3.6.1. Genauigkeitsuntersuchung der TIP-Neigungskompensation – Statische GNSS-Schrägmessungen

Für die Untersuchung der Genauigkeit der TIP-Neigungskompensation in Abhängigkeit vom Grad der Neigung, sind gemäß dem erstellten Messkonzept statische GNSS-Schrägmessungen durchzuführen. Dabei werden jeweils zehn GNSS-Schrägmessungen in den Neigungen 0° , $7\frac{1}{2}^\circ$, 15° , $22\frac{1}{2}^\circ$, 30° , 45° und 60° auf einem vermarkten Punkt durchgeführt. Zusätzlich sind zehn lotrechte GNSS Messungen ohne TIP-Neigungskompensation zu tätigen. Abschließend ist durch erneute 0° -TIP-neigungskompensierter GNSS-Messungen zu überprüfen, ob es während des Messablaufes zu Lageveränderungen kommt, welche z.B. auf die Veränderung der Satellitengeometrie zurückzuführen sind. Die Durchführung der statischen Messungen erfolgt auf vier Punkten (Punkt 1 - Punkt 4) in idealer GNSS-Umgebung. Mithilfe eines Statives wird der GNSS-Empfänger in die entsprechende Neigung ausgerichtet und fixiert. Die Himmelsrichtung des Aufbaus wird zwischen den jeweiligen Neigungen variiert. Die erhobenen Daten, welche folglich ausgewertet werden, sind den Mesprotokollen in der Anlage 28 zu entnehmen.

Die Abhängigkeit der Genauigkeit der TIP-Neigungskompensation vom Grad der Neigung ist eine relative Größe. Aufgrund der in der Genauigkeitsabschätzung (s. Kap. 3.5.) berechneten Genauigkeiten für GNSS-Schrägmessungen mit dem Trimble R12i, ist anzunehmen, dass die Genauigkeit der Positionslösung bei größer werdender Neigung abnimmt. Demnach müssten die Abweichungen bei einer größer werdenden Neigung, im Vergleich zu einer Positionslösung bei 0° , anwachsen. Diese Annahme lässt sich anhand der Ergebnisse in der Tabelle 6 bestätigen. Die Tabelle 6 fasst die mittleren Lageabweichungen (Δ_{L0}) der GNSS-Schrägmessungen in den jeweiligen Neigungen im Bezug zu einer Referenz zusammen. Die gemittelten Lageabweichungen ergeben sich aus den Auswertungen der jeweiligen GNSS-Schrägmessungen auf den Punkten 1-4 (s. Anlage 1). Für jede GNSS-Schrägmessung, auf einem der vier Punkte, lässt sich die Lageabweichung zu der Referenz ermitteln, welche sich aus dem Mittelwert der 0° -GNSS-Schrägmessungen ergibt. Dabei ergibt sich die Lageabweichung aus dem Pythagoras von dem jeweiligen (Δ_E) und (Δ_N) zu der Referenz. Durch Mittelbildung lässt sich die mittlere Lageabweichung (Δ_{L0}) der jeweiligen zehn Messungen pro Neigung und Punkt bestimmen. Die jeweiligen Standardabweichungen der Lageabweichungen lassen sich mit der Formel 9 berechnen.

$$s_x = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

Formel 9: Berechnung der Standardabweichung (MÖSER ET AL. 2012: 41)

Neigung	$\Delta_{E\emptyset}$ [m]	$\Delta_{N\emptyset}$ [m]	$S_{\Delta E\emptyset}$ [m]	$S_{\Delta N\emptyset}$ [m]	$\Delta_{L\emptyset}$ [m]	$S_{\Delta L\emptyset}$ [m]
0°	0,002	0,003	0,001	0,002	0,003	0,002
7 ½°	0,006	0,014	0,002	0,003	0,015	0,003
15°	0,006	0,021	0,002	0,003	0,022	0,003
22 ½°	0,021	0,040	0,002	0,004	0,046	0,003
30°	0,018	0,047	0,002	0,003	0,054	0,003
45°	0,054	0,018	0,003	0,004	0,058	0,003
60°	0,051	0,046	0,002	0,003	0,074	0,003

Tabelle 6: Mittlere Lageabweichungen bezogen auf die 0°-Referenz (Quelle: Eigene Darstellung)

Der Tabelle 6 ist zu entnehmen, dass die Abweichungen einer GNSS-Schrägmessung bei größer werdender Neigung steigen. Demnach beträgt die mittlere Lageabweichung bei einer Neigung von 15° 0,022 m und bei 30° 0,054 m. Bei einer Neigung von 60° wächst die mittlere Lageabweichung auf 0,074° m an. Die Abbildungen 17 und 18 visualisieren das aus der Tabelle 6 abzuleitende Verhalten. Dabei handelt es sich um die Messergebnisse auf den Punkten 1 und 2.

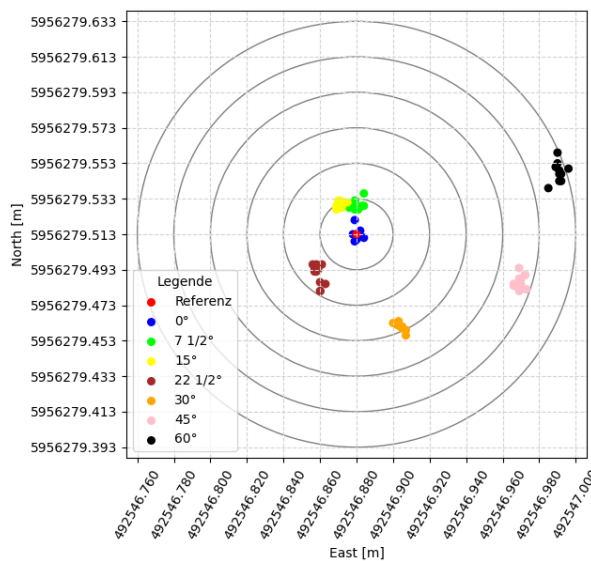


Abbildung 17: Statische GNSS-Schrägmessungen - Punkt 1 (Quelle: Eigene Darstellung)

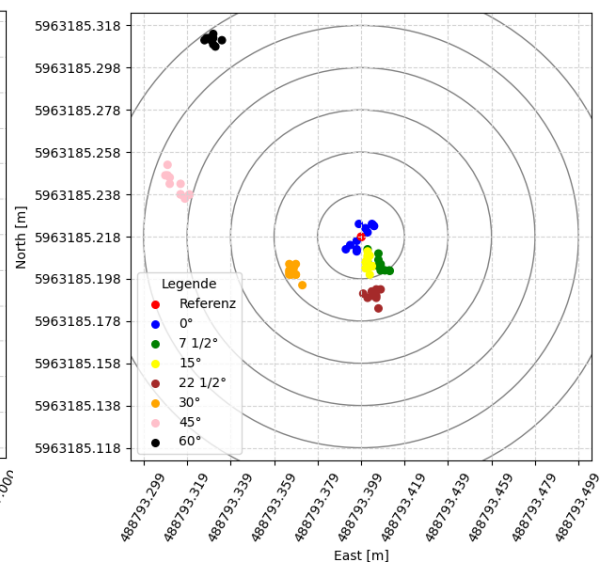


Abbildung 18: Statische GNSS-Schrägmessungen - Punkt 2 (Quelle: Eigene Darstellung)

Die visualisierten Ergebnisse der GNSS-Schrägmessungen auf den Punkten 3 und 4 bestätigen die Annahme, dass die Abweichungen der Positionslösung zur Referenz bei steigender Neigung größer werden, nicht (s. Abb. 19 und 20). Die auftretenden Abweichungen scheinen unabhängig von dem Grad der Neigung zu sein. In der Abbildung 19 und in der zugehörigen Auswertetabelle (s. Anlage 1) ist zu erkennen, dass die größten Abweichungen zur Referenz bei einer Neigung von $22\frac{1}{2}^\circ$ mit 0,079 m und bei 30° mit 0,099 m auftreten. Die Abbildung 20 sowie die dazugehörige Auswertetabelle (s. Anlage 1) bestätigen das Abweichen von der Annahme. Die GNSS-Schrägmessungen auf dem Punkt 4 weisen eine nahezu identische Lageabweichung für die ermittelten Positionslösungen der Neigungen 30° , 45° und 60° . Bei den Messungen auf dem Punkt 4 handelt es sich um Testmessungen, welche die Ergebnisse aus den Messungen auf Punkt 3 stützen. Aus diesem Grund fließen die Ergebnisse aus den Messungen auf Punkt 4 mit in die Auswertung ein, obwohl keine Messdaten in den Neigungen $7\frac{1}{2}^\circ$ und $22\frac{1}{2}^\circ$ vorliegen.

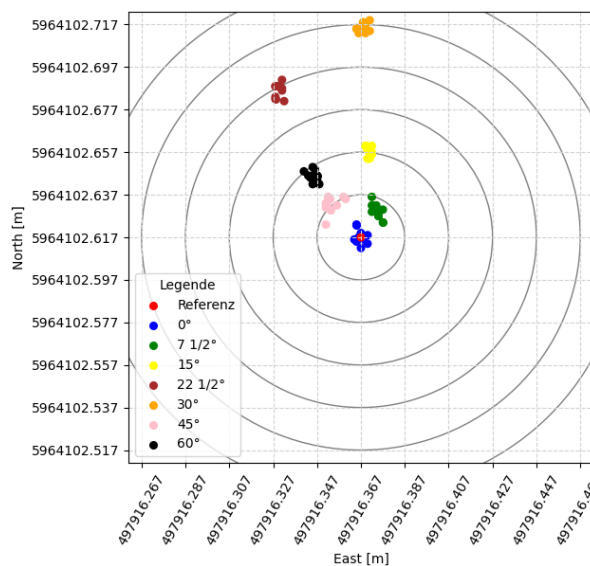


Abbildung 19: Statische GNSS-Schrägmessungen - Punkt 3 (Quelle: Eigene Darstellung)

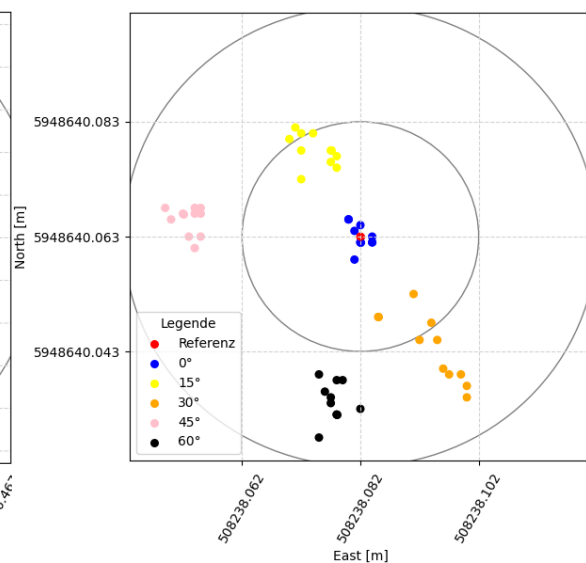


Abbildung 20: Statische GNSS-Schrägmessungen - Punkt 4 (Quelle: Eigene Darstellung)

Die in den Abbildungen 19 und 20 zu erkennenden Unregelmäßigkeiten bzw. Zufälligkeiten der auftretenden Abweichungen, in Abhängigkeit vom Grad der Neigung, führen dazu, dass die in den jeweiligen Auswertungen auftretenden Minima und Maxima der Lageabweichungen erheblich von der mittleren Lageabweichung in Tabelle 6 abweichen (s. Tabelle 7). Die einzelnen Auswertungen der Messergebnisse auf den Punkten 1-4 sind der Anlage 2 zu entnehmen.

Neigung	Δ_L Min. [m]	Δ_L Max. [m]
0°	0,000	0,009
7 ½°	0,007	0,023
15°	0,008	0,043
22 ½°	0,025	0,082
30°	0,013	0,102
45°	0,017	0,098
60°	0,025	0,122

Tabelle 7: Minimale und maximale Lageabweichungen bezogen auf die 0°-Referenz (Quelle: Eigene Darstellung)

In den Abbildungen 17-20 ist außerdem zu erkennen, dass die einzelnen Messergebnisse in den jeweiligen Neigungen dicht beieinander liegen, was eine hohe Präzision bedeutet, jedoch nicht zwingend auf eine hohe Genauigkeit hindeutet (MÖSER ET AL. 2012: 57). Die hohe Präzision ist ebenfalls der Tabelle 8 zu entnehmen, welche die mittlere Lageabweichung bezogen auf den jeweiligen Mittelwert einer Neigung darstellt. Die geringen Standardabweichungen sprechen ebenfalls für eine hohe Präzision. Der Anlage 3 sind die jeweiligen Einzelauswertungen auf den Punkten 1-4 zu entnehmen.

Neigung	Punkt 1		Punkt 2		Punkt 3		Punkt 4	
	Δ_L [m]	S_{Δ_L} [m]	Δ_L [m]	S_{Δ_L} [m]	Δ_L [m]	S_{Δ_L} [m]	Δ_L [m]	S_{Δ_L} [m]
0°	0,002	0,002	0,003	0,002	0,006	0,002	0,002	0,001
7 ½°	0,003	0,002	0,003	0,002	0,003	0,002		
15°	0,002	0,001	0,002	0,001	0,003	0,002	0,004	0,001
22 ½°	0,004	0,003	0,003	0,001	0,003	0,002		
30°	0,002	0,002	0,003	0,001	0,003	0,002	0,006	0,003
45°	0,004	0,002	0,004	0,002	0,005	0,002	0,003	0,001
60°	0,004	0,004	0,003	0,001	0,002	0,002	0,003	0,002

Tabelle 8: Mittlere Lageabweichungen zum Mittelwert je Neigungsklasse (Quelle: Eigene Darstellung)

Die Tabelle 9 zeigt die Lageabweichung zwischen den Mittelwerten aus den zehn 0°-Messungen mit TIP-Neigungskompensation und den zehn 0°-Messungen ohne TIP-Neigungskompensation. Entsprechend der Genauigkeitsangaben in der Tabelle 3 beträgt die konstante Fehlerkomponente einer neigungskompensierten GNSS-Messung + 5 mm, welche sich anhand der ausgewerteten Messungen in Tabelle 9 bestätigt.

Neigung	Punkt 1		Punkt 2		Punkt 3		Punkt 4	
	Δ_L [m]	$S_{\Delta L}$ [m]	Δ_L [m]	$S_{\Delta L}$ [m]	Δ_L [m]	$S_{\Delta L}$ [m]	Δ_L [m]	$S_{\Delta L}$ [m]
0° ohne TIP	0,006	0,002	0,005	0,002	0,005	0,002	0,004	0,001

Tabelle 9: Vergleich von 0°-GNSS-Messungen mit und ohne IMU (Quelle: Eigene Darstellung)

Aufgrund der Tatsache, dass die Höhe für die Einmessung von Gebäuden zur Fortführung des Liegenschaftskatasters eine vernachlässigbare Rolle spielt, wird hier nicht weiter darauf eingegangen. Den Anlagen 4 und 5 ist der auftretende mittlere Höhenunterschied, entsprechend der jeweiligen Neigung, zu entnehmen.

3.6.2. Genauigkeitsuntersuchung der TIP-Neigungskompensation – Kinematische GNSS-Schrägmessungen

Zusätzlich zu den statischen GNSS-Schrägmessungen sind kinematischen GNSS-Schrägmessungen durchzuführen. Im Vergleich zu den statischen GNSS-Schrägmessungen wird der GNSS-Empfänger bei dem kinematischen Messablauf nicht fixiert, sondern für die Beobachtungszeit in einer zufälligen Neigung und Himmelsrichtung gehalten. Zwischen den Beobachtungen bzw. Messungen ist der GNSS-Empfänger lotrecht über den Beobachtungspunkt zu bewegen und anschließend in eine neue Neigung und Himmelsrichtung auszurichten. Der Messaufbau bzw. der Beobachtungspunkt wird dabei so gewählt, dass eine Lageveränderung aufgrund von Verrutschen des GNSS-Empfängers, bei den jeweiligen Bewegungen und Ausrichtungen, auszuschließen ist. Insgesamt werden 200 GNSS-Schrägmessungen auf zwei verschiedenen Punkten durchgeführt, welche sich aufgrund der unterschiedlichen Neigungen in Fünf-Grad-Intervallen von $0,1^\circ$ bis $>50^\circ$ einteilen lassen (s. Tabelle 10). Die Tabelle 10 zeigt die mittleren Lageabweichungen der GNSS-Schrägmessungen aus den jeweiligen Neigungsklassen bezogen auf eine Referenz. Die Referenz ergibt sich aus dem Mittelwert aller GNSS-Schrägmessungen mit einer Neigung von $< 0,1^\circ$. Diese Messungen werden als lotrechte GNSS-Messungen angenommen, wobei es sich in diesem um Fall zehn Messungen handelt. Anhand der Tabelle 10 ist die relative Änderung der Lageabweichung und somit die relative Änderung der Genauigkeit der TIP-Neigungskompensation in Abhängigkeit von dem Grad der Neigung erkennbar.

Neigung	$\Delta_{E\emptyset}$ [m]	$\Delta_{N\emptyset}$ [m]	$S_{\Delta E\emptyset}$ [m]	$S_{\Delta N\emptyset}$ [m]	$\Delta_{L\emptyset}$ [m]	$S_{L\emptyset}$ [m]
0,1°-5°	0,007	0,008	0,005	0,005	0,010	0,005
5°-10°	0,006	0,005	0,005	0,004	0,008	0,005
10°-15°	0,006	0,005	0,005	0,004	0,008	0,005
15°-20°	0,008	0,007	0,005	0,006	0,010	0,006
20°-25°	0,008	0,008	0,006	0,005	0,011	0,006
25°-30°	0,009	0,008	0,006	0,006	0,012	0,007
30°-35°	0,012	0,007	0,007	0,005	0,014	0,006
35°-40°	0,010	0,006	0,008	0,005	0,011	0,008
40°-45°	0,010	0,008	0,007	0,011	0,013	0,010
45°-50°	0,009	0,011	0,009	0,008	0,014	0,008
>50°	0,013	0,006	0,009	0,005	0,014	0,008

Tabelle 10: Mittlere Lageabweichungen bezogen auf die 0°-Referenz (Quelle: Eigene Darstellung)

Es ist ersichtlich, dass die mittlere Lageabweichung der GNSS-Schrägmessungen in den jeweiligen Neigungsklassen, bei größer werdender Neigung, um kleine Millimeterbeträge variiert. Dieses Verhalten bestätigt die Abbildung 21, welche die relativen Abweichungen der Messergebnisse in der East- und North-Richtung, bezogen auf die Referenz, darstellt.

Insgesamt variiert die mittlere Lageabweichung je Neigungsklasse zwischen 0,008 m und 0,014 m. Dabei ist die Tendenz zu erkennen, dass die mittlere Lageabweichung in den Neigungsklassen mit einer größeren Neigung größer ist als in den Neigungsklassen mit einer kleineren Neigung. Die Auswertung der Höhendifferenzen ist der Anlage 6 zu entnehmen.

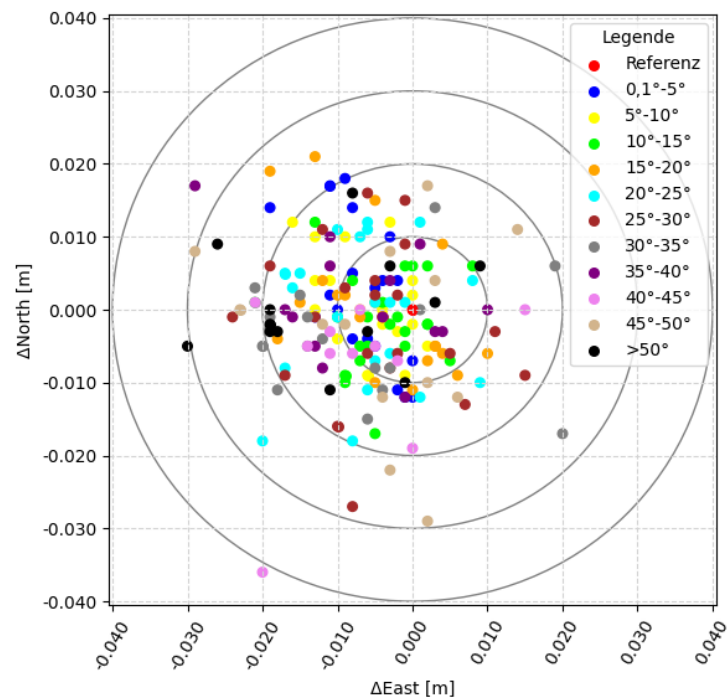


Abbildung 21: Kinematische GNSS-Schrägmessungen (Quelle: Eigene Darstellung)

Zusätzlich zu der Abbildung 21, welche als Gesamtübersicht der auftretenden, relativen Lageabweichungen dient, zeigen die Abbildungen in der Anlage 7 die relativen Lageabweichungen für jede Neigungsklasse einzeln.

Der Tabelle 11 sind die minimalen und maximalen Lageabweichungen je Neigungsklasse zu entnehmen. Die minimalen Lageabweichungen variieren zwischen 0,001 m und 0,007 m, während die maximalen Lageabweichungen zwischen 0,020 m und 0,041 m variieren.

Neigung	$\Delta_{L \text{ Min. [m]}}$	$\Delta_{L \text{ Max. [m]}}$
0,1°- 5°	0,004	0,023
5°- 10°	0,002	0,020
10°- 15°	0,002	0,021
15°- 20°	0,004	0,027
20°- 25°	0,001	0,027
25°- 30°	0,003	0,028
30°- 35°	0,001	0,026
35°- 40°	0,004	0,033
40°- 45°	0,007	0,041
45°- 50°	0,005	0,030
>50°	0,003	0,030

Tabelle 11: Minimale und maximale Lageabweichungen bezogen auf die 0°-Referenz (Quelle: Eigene Darstellung)

Neben den mittleren Lageabweichungen zu der <0.1°-Referenz lassen sich die mittleren Lagedifferenzen der Einzelmessungen zum Gesamtmittel einer jeweiligen Neigungsklasse berechnen. Diese werden in der Tabelle 12 dargestellt und variieren zwischen 0,006 m und 0,012 m.

Neigung	$\Delta_{E\emptyset \text{ [m]}}$	$\Delta_{N\emptyset \text{ [m]}}$	$S_{\Delta E\emptyset \text{ [m]}}$	$S_{\Delta N\emptyset \text{ [m]}}$	$\Delta_{L\emptyset \text{ [m]}}$	$S_{L\emptyset \text{ [m]}}$
0,1°- 5°	0,003	0,006	0,002	0,003	0,006	0,003
5°- 10°	0,004	0,004	0,002	0,003	0,006	0,002
10°- 15°	0,005	0,004	0,004	0,003	0,006	0,004
15°- 20°	0,005	0,006	0,003	0,004	0,008	0,004
20°- 25°	0,006	0,007	0,005	0,004	0,009	0,005
25°- 30°	0,006	0,008	0,004	0,006	0,010	0,005
30°- 35°	0,008	0,006	0,007	0,005	0,010	0,007
35°- 40°	0,008	0,006	0,006	0,004	0,010	0,006
40°- 45°	0,007	0,007	0,006	0,007	0,010	0,009
45°- 50°	0,006	0,010	0,006	0,008	0,012	0,007
>50°	0,009	0,006	0,006	0,005	0,011	0,005

Tabelle 12: Mittlere Lageabweichungen zum Mittelwert je Neigungsklasse (Quelle: Eigene Darstellung)

Es ist ebenfalls zu den in der Tabelle 10 dargestellten Lagedifferenzen der Trend abzulesen, dass die Lagedifferenzen bei einer größeren Neigung anwachsen.

Die hier beschriebene Durchführung und Auswertung wird ebenfalls für GNSS-Schrägmessungen mit einer Beobachtungszeit von zwei Epochen durchgeführt. Es ist zu untersuchen, ob eine kürzere Beobachtungszeit im Vergleich zu den statischen GNSS-Schrägmessungen und der kinematischen GNSS-Schrägmessungen mit einer Beobachtungszeit von 20 Epochen zu einer Verbesserung oder Verschlechterung der Positionslösung, in Abhängigkeit von dem Grad der Neigung, führt. Die Ergebnisse dieser Auswertungen sind den Anlagen 8-12 zu entnehmen. Die mittleren Lageabweichungen je Neigungsklasse bezogen auf die $<0,1^\circ$ -Referenzmessungen variieren zwischen 0,006 m und 0,019 m. Es ist ebenfalls die Tendenz zu erkennen, dass die mittleren Lageabweichungen bei einer größer werdenden Neigung zunehmen. Im Vergleich zu den GNSS-Messungen mit einer Beobachtungszeit von 20 Epochen treten etwas größere, mittlere Lageabweichungen auf. In der Neigungsklasse $>50^\circ$ beträgt die mittlere Lageabweichung bei einer Beobachtungszeit von zwei Epochen demnach 0,019 m und bei einer Beobachtungszeit von 20 Epochen 0,014 m.

3.6.3. Gebäudevermessung mittels TIP-neigungskompensierter GNSS-Messungen – Vermessungsverfahren im Vergleich

Im Rahmen der Untersuchung der Leistungsfähigkeit des Trimble R12i in Bezug auf die Einmessung von Gebäuden zur Fortführung des Liegenschaftskatasters sind die in dem Kapitel 3.1.2. genannten Vermessungsverfahren zu vergleichen. Die Durchführung und die Auswertung dieser Untersuchung erfolgen anhand von vier Gebäudevermessungen (s. Anlage 13), welche den in der Planung definierten Grundsätzen (s. Kap. 3.1.2.) sowie den Anforderungen an die Ergebnisse (s. Kapitel 3.2.) entsprechen. Es gilt dabei die Vorgaben des LiegVermErlasses⁵ einzuhalten.

Zuerst werden temporäre Anschlusspunkte (Punktnr. 10001-10004), sowie über die Gebäudeseiten herausgefluchtete Hilfspunkte (Punktnr. 2001-2004) und direkte Gebäudepunkte (Punktnr. 3001-3004) mittels GNSS-Messungen bestimmt. Die direkte Erfassung der Gebäudepunkte erfolgt über GNSS-Schrägmessungen mittels TIP-Neigungskompensation. Die zu bestimmenden Punkte sind mit jeweils drei Einzelmessungen in zwei Aufstellungen zu

⁵ Die Messung eines Kontrollpunktes ist laut LiegVermErlass für satellitengestützte Vermessungsverfahren vorgeschrieben, dient dem Vergleich der Vermessungsverfahren anhand von Gebäudevermessungen jedoch nicht direkt. Trotzdem werden die Kontrollpunktmessungen durchgeführt und in der Anlage 14 ausgewertet. Die zulässigen Fehlergrenzen werden dabei eingehalten.

bestimmen. Dies gilt auch für die direkten Gebäudepunkte und Hilfspunkte. Laut Lieg-VermErlaß ist die Erfassung mit nur einer Einzelmessung pro Aufstellung für Objektpunkte zulässig. Jedoch ist zu untersuchen, ob die Mehrfachmessungen zu einer Steigerung der Zuverlässigkeit bzw. der Genauigkeit der Positionslösungen beitragen. Folglich ergibt sich die finale Koordinate einer Positionslösung aus dem Gesamtmittel der Mittelwerte beider Aufstellungen. Die beiden Aufstellungen pro Punkt erfolgen mit einer zeitlichen Differenz von 15 Minuten. Die ermittelten Koordinaten sind den Messprotokollen in der Anlage 28, sowie den Auswertetabellen in Anlage 20 zu entnehmen.

Für nördlich gelegene Gebäudepunkte, welche in Süd-Ost- und in Süd-West-Richtung durch das Gebäude abgeschattet werden, lassen sich zum Teil sehr eingeschränkt GNSS-Positionslösungen via direkter GNSS-Schrägmessung ermitteln. Dies gilt auch für Gebäudepunkte unter größerer Dachüberstände an der Nordseite von Gebäuden. Zurückzuführen ist dies zum einen auf die Abschattung durch das Gebäude, zum anderen auf die Konstellation der Satelliten, welche in der Regel in der nördlichen Himmelsrichtung weniger Satelliten aufweist.

Im Anschluss an die GNSS-Messungen lassen sich die ermittelten Koordinaten aus der Software Trimble ACCESS exportieren und in die Software GeoPard importieren. Auf den temporären Anschlusspunkten werden Reflektorstäbe lotrecht ausgerichtet. Über das Polarverfahren lassen sich somit die Koordinaten der Gebäudepunkte tachymetrisch bestimmen. Anhand der Messung von Vertikalwinkeln, Horizontalrichtungen und Schrägstrecken zu den temporären Anschlusspunkten lässt sich die Stationierung des Leica TS16 A durchführen. Mittels der Messung dieser Messelemente zu den Gebäudepunkten, lassen sich Koordinaten für den jeweiligen Punkt (Punktnr. 1001-1004), in dem übergeordneten Koordinatensystem berechnen (s. Anlage 15).

In der Software GeoPard lassen sich außerdem die Koordinaten der Gebäudepunkte über Kleinpunkt- und Schnittberechnungen, ausgehend von den indirekt über GNSS-Messungen bestimmten Hilfspunkten, berechnen (s. Anlage 16). Diesbezüglich sind zuvor die Strecken zwischen den herausgefluchteten Hilfspunkten (Punktnr. 2001-2004) und den indirekt zu bestimmenden bzw. zu berechnenden Gebäudeecken (Punktnr. 201-203) zu messen.

Die Gebäudevermessung 1 weicht mit vier Gebäudepunkten von den Gebäudevermessungen 2-4 um einen zusätzlichen Gebäudepunkt ab, weshalb in den Protokollen und Auswertungen ein zusätzlicher Gebäudepunkt (1004, 204, 3004) auftritt. Zurückzuführen ist dies auf die bauliche Ausprägung des Gebäudes. Die Erhebung der Daten sowie die Auswertung dieser ist mit den übrigen Gebäudevermessungen identisch.

Im Anschluss an den durchzuführenden der Gebäudevermessungen liegen 13 Gebäudepunkte vor, welche jeweils anhand des Polarverfahrens, der indirekten GNSS- Messung und der direkten GNSS-Schrägmessung koordiniert sind. Die Verfahren sind auf Grundlage der ermittelten Koordinaten zu vergleichen. Dies lässt sich z.B. anhand der auftretenden Koordinatendifferenzen bzw. Lageabweichungen für jeden einzelnen Punkt durchführen, welche auf die unterschiedlichen Vermessungsverfahren zurückzuführen sind (s. Anlage 17). Die Tabelle 13 fasst die gemittelten Lageabweichungen ($\Delta_{L\emptyset}$) zusammen. Demnach weichen die ermittelten Koordinaten eines Gebäudepunktes zwischen dem satellitengestützten Polarverfahren (Verfahren 1) und der indirekten GNSS-Messung (Verfahren 2) um 0,008 m voneinander ab. Die gemittelte Lageabweichung eines Gebäudepunktes, welcher anhand der direkten GNSS-Schrägmessung (Verfahren 3) erfasst wird, beträgt gegenüber dem satellitengestützten Polarverfahren 0,019 m und gegenüber der indirekten GNSS-Messung 0,018 m.

	Verfahren 2		Verfahren 3	
	$\Delta_{L\emptyset}$ [m]	$S_{\Delta L\emptyset}$ [m]	$\Delta_{L\emptyset}$ [m]	$S_{\Delta L\emptyset}$ [m]
Verfahren 1	0,008	0,004	0,019	0,008
Verfahren 2			0,018	0,009

Tabelle 13: Vergleich der Messverfahren (Quelle: Eigene Darstellung)

Angenommen die wahre Koordinate des jeweiligen Gebäudepunktes ergibt sich aus dem Mittelwert der drei, anhand unterschiedlicher Verfahren, bestimmten Koordinaten, dann zeigt die Abbildung 22 die relativen Lageabweichungen der ermittelten Koordinaten, bezogen auf den jeweiligen Mittelwert der drei ermittelten Koordinaten eines Punktes, als Referenz an. Es ist ebenfalls erkennbar, dass die mittels direkter GNSS-Schrägmessung bestimmten Koordinaten größere Lageabweichungen gegenüber den anhand Verfahren 1 und Verfahren 2 ermittelten Koordinaten aufweisen. Demnach beträgt die mittlere, relative Lageabweichung der mittels direkter GNSS-Schrägmessung bestimmten Gebäudepunkte 0,012 m, während die anhand der Verfahren 1 und 2 ermittelten Gebäudepunkte 0,007 m von der jeweiligen Referenz abweichen (s. Anlage 18).

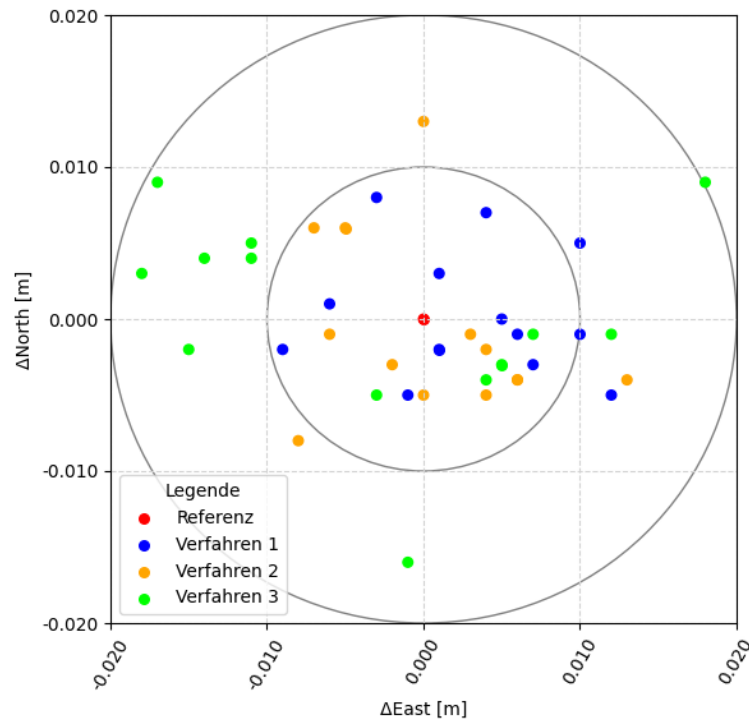


Abbildung 22: Relative Lageabweichung der Gebäudepunkte von dem jeweiligen Mittelwert (Quelle: Eigene Darstellung)

Zusätzlich zu den Koordinatendifferenzen lassen sich die Strecken zwischen den jeweiligen Gebäudepunkten berechnen (s. Anlage 19). Im schlimmsten Fall wirken die Abweichungen der Positionslösungen in entgegengesetzten Richtungen, was zu einer Verlängerung oder Verkürzung der tatsächlichen Strecke zwischen den Punkten führt. Im Vergleich weichen Strecken zwischen den mit Verfahren 1 und 2 erhobenen Gebäudepunkten um durchschnittlich 0,006 m ab. Die maximale Abweichung beträgt 0,019 m. Zwischen den anhand der Verfahren 1 und 3 erhobenen Gebäudepunkten weichen die Strecken im Durchschnitt um 0,021 m ab. Die maximale Abweichung beträgt 0,035 m. 0,022 m beträgt die mittlere Abweichung der Strecken zwischen den mit Verfahren 2 und 3 erhobenen Gebäudepunkten. Dabei tritt eine maximale Abweichung von 0,044 m auf.

Es ist außerdem zu untersuchen, ob die maximal zulässigen Abweichungen (V_E) und (V_N) im Rahmen der GNSS-Schrägmessungen, zur direkten Bestimmung der Gebäudepunkte, eingehalten werden⁶. Demnach dürfen die maximalen Abweichungen dreier Einzelmessungen und dem daraus resultierenden Gesamtmittel einer Aufstellung 0,012 m im East- und North-Wert nicht überschreiten. Dies wird in 22 der 26 Aufstellungen erreicht (s. Anlage

⁶ Den Messprotokollen ist zu entnehmen, dass die maximal zulässigen Abweichungen (V_E) und (V_N) im Rahmen der in Verfahren 1 und 2 durchgeführten GNSS-Messungen, eingehalten werden (s. Anlage 28).

20). Dabei ist zu erwähnen, dass sich der Mittelwert der zweiten Aufstellung des Gebäudepunktes 3001 im Zuge der Gebäudevermessung 1 aus fünf Einzelmessungen ergibt. Zurückzuführen ist dies auf die anfangs beschriebene Problematik der südlichen Abschattung durch das Gebäude. Nicht jede der fünf Einzelmessungen erreicht die 20 Epochen, weshalb mehrfache Messungen in die Mittelbildung der Aufstellung einfließen.

Die maximal zulässigen Abweichungen (V_E) und (V_N) von 0,012 m gilt es außerdem bei der Bildung des Gesamtmittels aus den Mittelwerten zweier zugehöriger Aufstellungen, für die Ermittlung der finalen Positionslösung eines Punkts, einzuhalten. Dies erreichen fünf von 13 Gesamtmitteln (s. Anlage 20).

Aufgrund der häufigen Überschreitung der maximal zulässigen Abweichungen (V_E) und (V_N) und anhand der Erkenntnisse aus den zuvor durchgeführten Untersuchungen (s. Kap. 3.6.1.-3.6.2.) ist die Auswertung unter der Annahme, dass eine Einzelmessung pro Aufstellung zu einem besseren Ergebnis führt, zu wiederholen. Demnach wird für die Auswertung der V_E - und V_N -Abweichungen die erste erhobene Einzelmessung pro Aufstellung betrachtet. Bei der Erhebung der ersten Einzelmessung, je Aufstellung, befindet sich der GNSS-Empfänger nur kurzzeitig in einer annähernden Ruhelage.

Neun von dreizehn Positionslösungen halten die maximal zulässige Abweichung von 0,012 m für (V_E) und (V_N) ein (s. Anlage 21). Allerdings verschlechtert sich die mittlere Lageabweichung der mittels GNSS-Schrägmessung bestimmten Gebäudepunkte im Vergleich zu den anhand der Verfahren 1 und 2 erhobenen Gebäudepunkte um jeweils ein Millimeter (s. Anlage 22).

Das Maximum an Aufstellungen, die die zulässige Abweichung für (V_E) und (V_N) einhalten, lässt sich erzielen, indem die Auswertung unter der Verwendung der jeweiligen Einzelmessungen durchgeführt wird, welche die geringsten Abweichungen zueinander aufweisen. Auf diese Weise halten zwölf von dreizehn Positionslösungen die zulässigen Abweichungen für (V_E) und (V_N) ein (s. Anlage 23). Außerdem führt diese Auswertemethode zu einer Verbesserung der mittleren Lageabweichung der mittels GNSS-Schrägmessung erfassten Gebäudepunkte, im Vergleich zu den anhand der Verfahren 1 und 2 ermittelten Gebäudepunkte, um zwei bzw. einen Millimeter (s. Anlage 24). Die durch das Verfahren 3 ermittelten Gebäudepunkte weisen somit eine mittlere Lageabweichung zu den mittels Verfahren 1 und 2 ermittelten Gebäudepunkten von jeweils 0,017 m auf.

3.6.4. Wirtschaftlichkeitsbetrachtung des Trimble R12i bei Gebäudevermessungen

Die Leistungsfähigkeit und die damit verbundene Wirtschaftlichkeit des Trimble R12i lässt sich anhand der Zeitersparnis untersuchen, welche unter der Anwendung der TIP-Neigungskompensation bei Gebäudevermessungen gegenüber den in Kapitel 3.1.2. und 3.6.3. beschriebenen Messverfahren, auftritt. Diesbezüglich wird ein Gebäude, entsprechend der in Kapitel 3.1.2. abgebildeten Prinzipskizze, mit den Verfahren 1-3 vermessen. Die Vermessungen erfolgen in dieser Untersuchung nicht simultan, sondern nacheinander. Aufgrund dessen lässt sich die für die jeweilige Durchführung benötigte Zeit erfassen und in der nachfolgenden Wirtschaftlichkeitsbetrachtung als ausschlaggebende Größe betrachten (s. Anlage 25). Demnach lässt sich die Gebäudevermessung anhand der direkten GNSS-Schrägmessung im Vergleich zu dem satellitengestützten, polaren Messverfahren um 36,3 %, und im Vergleich zur indirekten GNSS-Messung um 27,4 %, schneller durchführen.

Theoretisch lassen sich dementsprechend mehr Gebäudevermessungen durchführen. Angenommen es erfolgen an einem Arbeitstag bisher durchschnittlich drei Gebäudevermessungen, dann erfolgen in einem Jahr mit 253 Arbeitstagen (Arbeitstage 2022) 759 Gebäudevermessungen. Setzen sich diese Vermessungen aus Gebäudevermessungen zusammen, wobei der Herstellungswert der Gebäude in 3/4 der Fälle $\leq 50.000 \text{ €}$ ⁷ ist und in 1/4 der Fälle $\leq 300.000 \text{ €}$, dann ergibt sich entsprechend der zu erhebenden Gebühren, welche sich nach der Kostenordnung für das amtliche Vermessungswesen (KOVerm) richten, eine Gesamteinnahme von 386.346,18 €. Angenommen diese lässt sich anhand der direkten Gebäudevermessung mittels GNSS-Schrägmessung um 36,3 % bzw. 27,4 % steigern, entspricht dieses ein Plus von 140.127,98 € bzw. 105.912,14 €. Das integrierte Positionierungssystem Trimble R12i weist gegenüber dem Trimble R12 GNSS-Empfänger, welcher nicht über die TIP-Neigungskompensation verfügt, Mehrkosten von ca. 3.000 € - 4.000 € auf (lt. ALLTERRA GmbH).

Es ist zu erwähnen, dass sich die Wirtschaftlichkeitsbetrachtung auf nur eine Gebäudevermessung, unter idealen Voraussetzungen bezieht. Nicht jede Gebäudevermessung eignet sich für das Verfahren der direkten GNSS-Schrägmessung. Dies ist beispielsweise von den örtlichen Gegebenheiten sowie der Bauweise des zu vermessenden Gebäudes abhängig. Bei mehreren zu vermessenden Gebäuden innerhalb eines Auftrages, sowie bei Gebäuden mit vielen Ecken kann das Polarverfahren wesentlich zeitsparender und wirtschaftlicher sein. Außerdem ist die Anzahl der durchzuführenden Gebäudevermessungen von einer variierenden Auftragslage abhängig.

⁷ Auf Grundstücken mit bereits im Liegenschaftskataster nachgewiesenen Gebäuden.

3.6.5. Unabhängige GNSS-Messungen

In diesem Abschnitt wird untersucht, inwiefern sich unabhängige GNSS-Messungen, anhand der Verwendung verschiedener Satellitennavigationssysteme mit dem Trimble R12i erzeugen lassen. Dafür sind GNSS-Messungen in allen möglichen Kombinationen durchzuführen. Auf die Verwendung des Quasi-Zenit-Satellite System (QZSS) ist dabei zu verzichten, da dies nicht von SAPOS genutzt wird (AdV 2022: 3). Der Trimble R12i GNSS-Empfänger ist jedoch in der Lage dieses zu empfangen.

Im Rahmen der Durchführung dieser GNSS-Messungen werden für jede GNSS-Kombination jeweils drei Einzelmessungen in zwei Aufstellungen erhoben. Dies erfolgt drei Mal auf jeweils drei verschiedenen Punkten, welche sich in einer möglichst idealen GNSS-Umgebung befinden. Die erhobenen Daten sind den entsprechenden Messprotokollen in der Anlage 26 zu entnehmen. Neben der manuellen Auswahl der zu verwendenden Satellitennavigationssysteme ist es möglich zwischen den unabhängigen Satellitengruppen A und B zu wählen. Die empfangbaren Satelliten werden dabei in zwei Gruppen aufgeteilt, allerdings so, dass die in Gruppe A verwendeten Satelliten nicht in der Gruppe B für die Ermittlung einer Positionslösung verwendet werden. In den Gruppen A und B treten Satelliten aller Satellitennavigationssysteme auf, es wird demnach nicht explizit zwischen den Satellitennavigationssystemen unterschieden.

Die Tabelle 14 stellt die Ergebnisse der ausgewerteten GNSS-Messungen dar. Dabei lassen sich die mittleren Lageabweichungen, der mittels verschiedener GNSS ermittelten Koordinaten, in Bezug auf die unter der Verwendung aller GNSS (GPS, GLONASS, Galileo und Beidou) ermittelten Koordinaten, berechnen. Demnach weisen die mittels der automatisch generierten Satellitengruppen (Gruppe A und Gruppe B) erhobenen Koordinaten, die geringsten Lageabweichungen mit durchschnittlich 0,005 m zur Referenz auf. Dies gilt ebenfalls für die erhobenen Koordinaten unter der Verwendung von Galileo und Beidou. Insgesamt erreichen die anderen Kombinationen der Satellitennavigationssysteme, sowie die alleinige Verwendung dieser, ähnliche Lageabweichungen von 0,007 m bis 0,010 m.

Es ist nicht möglich eine GNSS-Positionslösung unter der alleinigen Verwendung von GLONASS zu ermitteln. Die für eine Positionslösung verwendete Anzahl an Satelliten ist in der Tabelle 14 als Spanne zwischen der maximal und minimal verwendeten Anzahl an Satelliten, für jede Einzelmessung der jeweiligen GNSS-Kombination definiert. Es ist zu erkennen, dass die alleinige Verwendung von Galileo zu einer Positionslösung mit nur sieben bis acht Satelliten führt. In einem Fall lässt sich die Messung der zweiten Aufstellung nur mit Galileo-Satelliten aufgrund von zu wenig empfangener Satelliten nicht durchführen. Die

wenigen, verfügbaren Satelliten führen zu hohen PDOP-Werten von bis zu 3,9. Den Messprotokollen ist zu entnehmen, dass vor allem der VDOP ansteigt, wenn nur wenige Satelliten empfangen werden. Der Einfluss auf die Lagegenauigkeit, welcher von dem HDOP abhängt, ist daher meist gering. Dies ist z.B. anhand der V_E - und V_N - Abweichungen zwischen den jeweiligen Einzelmessungen und dem Mittelwert der Aufstellung zu erkennen, welche durchweg für alle GNSS-Messungen in einem einstelligen Millimeterbereich liegen (s. Anlage 28). Die Mittelwerte zweier zusammengehöriger Aufstellungen weichen in nur zwei Fällen um mehr als 0,012 m voneinander ab (s. Anlage 26).

Bei der mit einem PDOP von 5.4 ermittelten Positionslösung handelt es sich um einen Ausreißer. Dem entsprechenden Messprotokoll ist zu entnehmen, dass auch hier vor allem der VDOP mit einem Wert von 5,3 gegenüber dem HDOP mit einem Wert von 1,2 betroffen ist. Dennoch weichen die Lagekomponenten sowie die Höhenkomponente dieser Navigationslösung um nur einen niedrigen, einstelligen Millimeterbetrag gegenüber den anderen Einzelmessungen dieser Aufstellung ab, obwohl diese einen PDOP von 1,7 bzw. 1,6 aufweisen. Die Tabelle 14 zeigt außerdem, dass die von Trimble angegebene Mindestanzahl an Satelliten, für eine Positionslösung in der jeweiligen GNSS-Kombination, in jedem Fall um mehrere Satelliten übertroffen wird (s. Anlage 27).

System/e	$\Delta_{L\emptyset}$ [m]	$S_{\Delta_{L\emptyset}}$ [m]	$\Delta_{H\emptyset}$ [m]	$S_{\Delta_{H\emptyset}}$ [m]	Satelliten	PDOP
Alle GNSS					28-38	0,5-1,0
GPS	0,007	0,001	0,008	0,012	8-10	1,7-2,6
GPS, Galileo	0,008	0,003	0,003	0,003	16-19	0,8-1,7
GPS, GLONASS	0,008	0,006	0,004	0,003	12-17	1,3-1,7
GPS, Beidou	0,008	0,005	0,008	0,006	16-21	1,1-1,8
Galileo	0,007	0,002	0,011	0,004	7-8	1,9-3,9
Galileo, GLONASS	0,007	0,003	0,004	0,004	10-15	1,5-5.4
Galileo, Beidou	0,005	0,003	0,009	0,007	15-21	1,1-1,5
GLONASS	-	-	-	-	-	-
GLONASS-Beidou	0,007	0,006	0,012	0,008	12-18	1,2-1,5
Beidou	0,010	0,006	0,006	0,005	7-12	1,6-2,6
GRUPPE-A	0,005	0,003	0,006	0,005	12-19	1,2-2,1
GRUPPE-B	0,005	0,002	0,008	0,002	15-18	1,3-1,8

Tabelle 14: Auswertung unabhängiger GNSS-Messungen (Quelle: eigene Darstellung)

4. Zusammenfassung und Bewertung der Ergebnisse

Folglich gilt es die Ergebnisse der Untersuchungen und somit die Leistungsfähigkeit des Trimble R12i zu bewerten und zusammenzufassen. Aufgrund der Untersuchung der

Leistungsfähigkeit des integrierten Positionierungssystems insbesondere für die Einmessung von Gebäuden zur Fortführung des Liegenschaftskatasters, sind der Bewertung die für Liegenschaftsvermessungen geltenden Anforderungen zugrunde zu legen.

Die Untersuchung, inwiefern die Genauigkeit TIP-neigungskompensierter GNSS-Messungen von dem Grad der Neigung abhängig ist, lässt sich anhand der in Kapitel 3.6.1 und 3.6.2 durchgeführten statischen sowie kinematische GNSS-Schrägmessungen bewerten. Die Ergebnisse der statischen GNSS-Schrägmessungen zeigen, dass die mittleren Lageabweichungen eines mehrfach erhobenen Punktes bei einer größer werdenden Neigung des GNSS-Positionierungssystems konstant ansteigen. Die einzelnen Auswertungen zeigen allerdings auch, dass unregelmäßige, von dem Grad der Neigung unabhängige, Lageabweichungen auftreten können. Die mittleren Lageabweichungen steigen von 0,003 m bei einer Neigung von 0° bis auf 0,074 m bei einer Neigung von 60° an. Damit werden die in der Genauigkeitsabschätzung ermittelten Werte überschritten. Ab einer Neigung von $22\frac{1}{2}^\circ$ überschreiten die mittleren Lageabweichungen den Wert von vier Zentimetern, welcher die größte zulässige Abweichung von Mehrfachbestimmungen eines Punktes, im Rahmen von Liegenschaftsvermessungen, definiert. Eine Mehrfachbestimmung überschreitet die zulässige Lageabweichung von vier Zentimetern mit einem Wert von 0,043 m bereits in einer Neigung von 15° (maximale Lageabweichung). Die ermittelten Standardabweichungen der Mehrfachmessungen betragen je Neigung 0,002 m bis 0,003 m. Das bedeutet, dass die Positionslösungen je Neigung, geringe Abweichungen aufweisen. Dies bestätigen auch die Visualisierungen der Messergebnisse (s. Abb. 17-20). Es ist zu erkennen, dass sich die Positionslösungen nicht zufällig um den mehrfach zu bestimmenden Punkt verteilen, sondern systematisch. Diese Systematik lässt sich auf die Ausrichtung des GNSS-Positionierungssystems, in eine beliebige Himmelsrichtung, zurückführen. In welche Richtung das System zum Zeitpunkt der Erfassung ausgerichtet ist, lässt sich der Software Trimble ACCESS und den Messprotokollen nicht entnehmen.

Die mittleren Lageabweichungen der kinematischen GNSS-Schrägmessungen variieren in mehreren Neigungsklassen, von $0,1^\circ$ bis $>50^\circ$, zwischen 0,008 m und 0,014 m. Es ist eine leichte Tendenz zu erkennen, dass die Lageabweichungen bei einer größeren Neigung anwachsen. Die für Liegenschaftsvermessungen zulässige Abweichung von vier Zentimetern, für mehrfach bestimmte Punkte, wird bezogen auf die mittlere Lageabweichung pro Neigungsklasse nicht überschritten. Nur eine der 200 Mehrfachmessungen überschreitet die zulässige Abweichung um 0,001 m. Gegenüber den statischen GNSS-Schrägmessungen sind die berechneten Standardabweichungen in den jeweiligen Neigungsklassen größer und

variieren zwischen 0,005 m und 0,010 m. Dies lässt sich auf die auftretende Systematik in Abhängigkeit von der Ausrichtung des GNSS-Positionierungssystems zurückführen. Während die Ausrichtung des Systems bei den statischen GNSS-Schrägmessungen für die jeweilige Neigung konstant ist, verändert sich diese bei den kinematischen GNSS-Schrägmessungen beliebig und führt zu größeren Abweichungen zwischen den Positionslösungen einer Neigungsklasse. Es ist daher ebenfalls anzunehmen, dass die zufällig wirkende Verteilung der Positionslösungen um die 0°-Referenz von der beschriebenen Systematik abhängt.

Die kinematischen GNSS-Schrägmessungen erfolgen zum einen mit einer Beobachtungszeit von 20 Epochen und zum anderen mit einer Beobachtungszeit von zwei Epochen. Die Ergebnisse der zwei Epochen-Messungen führen gegenüber der 20 Epochen-Messungen zu größeren Lageabweichungen von bis zu 0,005 m. Außerdem führen längere Beobachtungszeiten grundsätzlich zu genaueren GNSS-Positionierungen, weshalb die Ergebnisse der 20 Epochen-Messungen den der zwei Epochen-Messungen vorzuziehen sind.

Die auftretenden Lageabweichungen im Zuge der statischen und kinematischen GNSS-Schrägmessungen lassen sich auf Sensorfehler, wie beispielsweise die Sensordrift, zurückführen. Die kinematischen GNSS-Schrägmessungen weisen gegenüber den statischen GNSS-Schrägmessungen um ein Vielfaches geringere Lageabweichungen auf. Bei den kinematischen GNSS-Schrägmessungen beträgt die Beobachtungszeit sowie die Ruhelage des integrierten Positionierungssystems nur 20 Sekunden, während sich das System für die Durchführung der statischen GNSS-Messungen mehrere Minuten in Ruhe befindet.

Daher lässt sich annehmen, dass die längere Ruhelage des Systems zu einer Akkumulation der durch Sensorfehler hervorgerufenen, fehlerhaften Positionslösungen führt und die großen Lageabweichungen zur Folge hat. Die hohe Präzision der jeweiligen Positionslösungen in einer Neigung widerspricht dieser Annahme, da die Positionslösungen mit zunehmender Zeit größere Lageabweichungen zur Referenz aufweisen müssten, was jedoch nicht der Fall ist. Anhand der Ergebnisse ist dennoch deutlich ersichtlich, dass die kinematischen GNSS-Schrägmessungen zu genaueren Positionslösungen führen. Das bedeutet, dass die Bewegung des integrierten Positionierungssystems einen positiven Einfluss auf die Genauigkeit der Positionslösungen hat. Außerdem trägt die Bewegung des Systems zwischen den Einzelmessungen zur Vermeidung von Mehrwegeausbreitungen im Rahmen der On-The-Fly-Initialisierung für die GNSS-Positionslösungen bei.

Die Genauigkeitsuntersuchung der TIP-Neigungskompensation in Abhängigkeit von dem Grad der Neigung zeigt, dass die Genauigkeit der GNSS-Schrägmessung nicht nur von dem

Grad der Neigung, sondern auch von der Ruhelage bzw. von der Bewegung des Systems, abhängt. Die Ergebnisse der kinematischen GNSS-Schrägmessungen zeigen, dass sich mittels GNSS-Schrägmessungen, Positionslösungen erzeugen lassen, die den Genauigkeitsansprüchen an Liegenschaftsvermessungen, wie z.B. der Gebäudevermessung, entsprechen.

Im Rahmen des Vergleiches verschiedener Vermessungsverfahren für Gebäudevermessungen wird das Verfahren der direkten GNSS-Schrägmessung, mittels TIP-Neigungskompensation (Verfahren 3), mit dem satellitengestützten Polarverfahren (Verfahren 1) und dem Verfahren der indirekten GNSS-Messung (Verfahren 2) verglichen (s. Kap. 3.6.3.). Unter der Verwendung der am besten zueinander passenden Positionslösungen zweier Aufstellungen, welche mittels GNSS-Schrägmessungen an den jeweiligen Gebäudepunkten erhoben werden, lassen sich folgende Abweichungen gegenüber den Verfahren 1 und 2 feststellen: Die mittlere Lageabweichung der mittels direkter GNSS-Schrägmessung erhobener Gebäudepunkte beträgt gegenüber den Gebäudepunkten, welche anhand des satellitengestützten Polarverfahrens, sowie anhand indirekter GNSS-Messungen bestimmt werden, jeweils 0,017 m. Demnach werden die im Rahmen der Genauigkeitsabschätzung maximal auftretenden Abweichungen zwischen den Verfahren nicht überschritten. Außerdem wird die zulässige Abweichung von 0,040 m für Mehrfachbestimmungen eines Punktes, welche aufgrund der drei Messverfahren erfolgen, nicht im Mittel und auch in keiner Einzelmessung, überschritten. Die maximal zulässigen Abweichungen (V_E) und (V_N) von 0,012 m zwischen den Einzelmessungen und dem Gesamtmittel zweier Aufstellungen, werden bei zwölf von dreizehn Punkten eingehalten. Das Verfahren der direkten GNSS-Schrägmessung gilt demnach als echte Alternative zu den bisherigen Verfahren für die Gebäudeeinemessung.

Die Auswertung der Punktbestimmungen mittels dreifacher Einzelmessungen pro Aufstellungen führen zu Lageabweichungen gleicher Größenordnung, allerdings überschreiten die Gesamtmittel der Aufstellungen die zulässigen Abweichungen (V_E) und (V_N) von 0,012 m bei sieben von dreizehn Punkten. Zurückzuführen ist dies auf die Systemgenauigkeit, welche von INS- und GNSS-Navigationsfehler abhängt. Die GNSS-Positionierung wird beispielsweise von der Abschattung durch Gebäude beeinflusst. Darüber hinaus führen kleine Anhaltungenauigkeiten, unterschiedliche Ausrichtungen des Systems je Aufstellung sowie eine minimale Exzentrizität von Lotstabspitze zur Gebäudeecke zu Lageabweichungen zwischen den Aufstellungen.

Das Verfahren der direkten GNSS-Schrägmessung weist ein enormes Potential auf, die Wirtschaftlichkeit von Gebäudevermessungen zu steigern. Dies zeigen die Ergebnisse der in

Kapitel 3.6.4. durchgeführten Wirtschaftlichkeitsbetrachtung. Demnach führt das genannte Verfahren gegenüber den Verfahren 1 und 2 zu einer Zeitersparnis von bis zu 36,3 % bzw. 27,4 %. Bezogen auf die indirekte GNSS-Messung und auf die direkte GNSS-Schrägmessung von Gebäudepunkten, lassen sich die Jahreseinnahmen im Optimalfall um 27,4 % bzw. um 105.912,14 € steigern. Das für die direkte GNSS-Schrägmessung benötigte integrierte Positionierungssystem Trimble R12i, weist gegenüber einem GNSS-Positionierungssystem ohne IMU (z.B. Trimble R12) Mehrkosten von ca. 3.000 € - 4.000 € auf. Daraus ist ersichtlich, dass eine Mehrinvestition in das integrierte Positionierungssystem lohnend ist.

Eine weitere Möglichkeit Gebäudevermessungen wirtschaftlicher und effizienter mit dem Trimble R12i durchzuführen, besteht darin, unabhängige GNSS-Messungen zu erzeugen (s. Kapitel 3.6.5.). Die Positionsbestimmung mittels unabhängiger GNSS-Messungen macht eine zeitliche Differenz, beispielsweise von 15 Minuten, wie es für Liegenschaftsvermessungen vorgesehen ist, zwischen zweier Aufstellungen überflüssig. Eine veränderte Satellitenkonstellation wird nicht durch die zeitliche Differenz, sondern durch die Verwendung unterschiedlicher Satellitennavigationssysteme bzw. unterschiedlicher Satelliten für die jeweiligen Aufstellungen einer GNSS-Positionslösung, generiert.

5. Fazit und Ausblick

Das integrierte Positionierungssystem Trimble R12i weist eine sehr hohe Leistungsfähigkeit, insbesondere für die Einmessung von Gebäuden zur Fortführung des Liegenschaftskatasters auf. Vor allem die Trimble Inertial Plattform trägt zu der hohen Leistungsfähigkeit des integrierten Positionierungssystems bei. Demnach lassen sich Gebäudevermessungen mittels TIP-neigungskompensierter GNSS-Messungen durchführen. Aufgrund der TIP-Neigungskompensation lassen sich die Wirtschaftlichkeit und Effizienz von Gebäudevermessungen erheblich steigern und trotzdem die für Liegenschaftsvermessungen geltenden Anforderungen einhalten. Dies bestätigen die im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Untersuchungen.

Aufgrund des hohen Potentials die Wirtschaftlichkeit und die Effizienz von Gebäudevermessungen zu steigern, ist das integrierte Positionierungssystem den Systemen ohne GNSS-INS-Integration, für die Durchführung von Gebäudevermessungen vorzuziehen. Die TIP-Neigungskompensation wird bisher jedoch nicht von der im LGLN verwendeten Software GeoPard unterstützt, weshalb eine Weiterentwicklung dieser Software, oder ein Wechsel zu einer dahingehend funktionalen Software anzustreben ist.

Die Untersuchung, inwiefern die Genauigkeit einer TIP-neigungskompensierter Positionslösung von dem Grad der Neigung abhängt, stellt eine Untersuchung der relativen Genauigkeit bzw. der inneren Genauigkeit des Systems dar. Für die Ermittlung der absoluten bzw. der äußeren Genauigkeit sind die Messungen auf koordinierte Referenzpunkte durchzuführen. Die koordinierten Referenzpunkte gilt es dabei in einer übergeordneten Genauigkeit zu bestimmen, beispielsweise anhand einer Netzmessung.

Eine weitere Ergänzung zu den durchgeführten Untersuchungen könnte die Verwendung eines höhenverstellbaren Lotstabes darstellen. Anhand der Verwendung eines solchen Lotstabes lässt sich untersuchen, inwiefern der Einfluss der Abschattung von Gebäuden minimiert und die Leistungsfähigkeit des integrierten Positionierungssystems weiter gesteigert werden kann.

Literaturverzeichnis

- ARBEITSGEMEINSCHAFT DER VERMESSUNGSVERWALTUNGEN DER LÄNDER DE BUNDESREPUBLIK DEUTSCHLAND (AdV) (2022): Produktdefinition SAPOS®, URL: [https://www.adv-online.de/AdV-Produkte/Integrierter-geodaetischer Raumbezug/SAPOS/binarywriterservlet?imgUid=a65106d8-5da5-8181-1f32-f58f2b1721ec&uBasVariant=11111111-1111-1111-1111-111111111111](https://www.adv-online.de/AdV-Produkte/Integrierter-geodaetischer-Raumbezug/SAPOS/binarywriterservlet?imgUid=a65106d8-5da5-8181-1f32-f58f2b1721ec&uBasVariant=11111111-1111-1111-1111-111111111111) [30.12.2022].
- Axionet (o. J.): GNSS Fehlereinflüsse, URL: <https://axio-net.eu/technische-informationen/fehlereinfluesse/gnss-fehlereinfluesse> [01.01.2023].
- BAUER, M. (2018): Vermessung und Ortung mit Satelliten. Globale Navigationssysteme (GNSS) und andere satellitengestützte Navigationssysteme, 7. Auflage, (Wichmann) Berlin, Offenbach.
- BLANKENBACH, J. (2017): Bauaufnahme, Gebäudeerfassung und BIM, in: Willfried Schwarz (Hrsg.), Ingenieurgeodäsie. Handbuch der Geodäsie, (Springer-Verlag), Berlin, S. 23–55.
- DODEL, H. und D. HÄUPLER (2010): Satellitennavigation, 2. Auflage, (Springer-Verlag) Berlin, Heidelberg.
- GRUBER, F. J. und JOECKEL, R. (2018): Formelsammlung für das Vermessungswesen, 19. Auflage (Springer Vieweg) Wiesbaden.
- HOFMANN-WELLENHOF, B. / LICHTENEGGER, H. und WASLE, E., (2008): GNSS – Global Navigation Satellite Systems. GPS, GLONASS, Galileo and more, (Springer-Verlag) Wien.
- HOFMANN-WELLENHOF, B. / LEGAT, K. und WIESER, M. (2003): Navigation. Principles of positioning and guidance, (Springer-Verlag) Wien, New York.
- JEKEL, C. (2001): Inertial Navigation Systems with Geodetic Applications, (Walter de Gruyter GmbH & Co. KG.) Berlin, New York.
- KAHMEN, H. (2006): Angewandte Geodäsie. Vermessungskunde, 20. Auflage, (Walter de Gruyter & Co.) Berlin, New York.
- LANDESAMT FÜR GEOINFORMATION UND LANDESVERMESSUNG NIEDERSACHSEN (LGLN) (2022): GeoPard. Benutzerhandbuch, Hannover.

- Lawrence, A. (1998): Modern Inertial Technology. Navigation, Guidance, and control, 2. Auflage (Springer-Verlag) New York.
- LEICA GEOSYSTEMS AG (2020): Leica TS16. Datenblatt, URL: https://frox-it.de/wp-content/uploads/Leica_Viva_TS16_DSfrox.pdf [28.12.2022].
- LEICA GEOSYSTEMS AG (2022): Leica GS18 T. Datenblatt, URL: https://leica-geosystems.com/-/media/files/leicageosystems/products/datasheets/leica_gs18_t_ds.ashx?la=de-de&hash=EE656291A265897F03C1F2E467955BB8 [28.12.2022].
- LUO, X. / SCHAUFLE, S. / CARRERA, M. / CELEBI, I. (2018): High-Precision RTK Positioning with Calibration-Free Tilt Compensation (Beitrag, 6 – 11 May 2018), Istanbul: FIG Congress.
- MÖSER, M. / HOFFMEISTER, H. / MÜLLER, G. / STAIGER, R. / SCHLEMMER, H. UND WANNINGER, L. (2012): Grundlagen [Micheal Möser (Hrsg.), Gerhard Müller (Hrsg.) und Harald Schlemmer (Hrsg.): Handbuch Ingenieursgeodäsie], 4. Auflage, (Wichmann) Berlin, Offenbach.
- NIEDERSÄCHSISCHES MINISTERIUM FÜR INNERES UND SPORT (2015): Erhebung von Geobasisdaten durch Liegenschaftsvermessungen (LiegVermErlass), in: Nachrichten der Niedersächsischen Vermessungs- und Katasterverwaltung (NaVKV), Jg. 65, Nr. 1+2, S. 3–53.
- NIEDERSÄCHSISCHES MINISTERIUM FÜR INNERES UND SPORT (2021): Anmerkungen zum Runderlass Erhebungen von Geobasisdaten durch Liegenschaftsvermessungen (LiegVermErlass) des MI vom 10.11.2020, Hannover.
- RIECKEN, J. und KURTENBACH, E. (2017): Der Satellitenpositionierungsdienst der deutschen Landesvermessung – SAPOS[®], in: zfv, Jg. 142, Nr. 5, S. 293–300.
- SAPOS[®] BADEN-WÜRTTEMBERG^A (o.J.): Datenformate, URL: <https://www.sapos-bw.de/datenformate.php> [09.10.2022].
- SAPOS[®] BADEN-WÜRTTEMBERG^B (o.J.): Messverfahren, URL: <https://www.sapos-bw.de/messverfahren.php> [10.12.2022].

Titterton D.H. und Weston J. (2004): Strapdown Inertial Navigation Technology, 2.Auflage, Großbritannien.

TRIMBLE GEOSPATIAL (o. J.): Trimble R12i – eine neue Sicht auf Produktivität, URL: <https://de.geospatial.trimble.com/products-and-solutions/trimble-r12i> [28.12.2022].

TRIMBLE INC. (2020): Trimble R12i GNSS-System. Datenblatt, URL: https://trl.trimble.com/docushare/dsweb/Get/Document-951407/022516-511B-DEU_Trimble%20R12i%20GNSS%20Receiver_DS_A4_1020_LRsec.pdf [28.12.2022].

TRIMBLE® (2021): Allgemeine Vermessung Benutzerhandbuch der Trimble Access™ Software, URL: https://help.trimblegeospatial.com/TrimbleAccess-PDFs/2021.10/de/TA_General_Survey.pdf [28.12.2022].

WENDEL, J. (2011): Integrierte Navigationssysteme. Sensordatenfusion, GPS und Inertiale Navigation, 2. Auflage, (Oldenbourg Wissenschaftsverlag GmbH) München.

ZENTRALE STELLE SAPOS® (o. J.): SAPOS®. Satellitenpositionierungsdienst der Deutschen Landesvermessung, URL: <https://sapos.de/> [01.01.2023].

Anlagen

Anlage 1: Mittlere Lageabweichungen der statischen GNSS-Schrägmessungen in Bezug auf den Mittelwert der 0°-Referenzmessungen – Punkt 1-4	70
Anlage 2: Minimale und maximale Lageabweichungen der kinematischen GNSS-Schrägmessungen in Bezug auf den Mittelwert der 0°-Referenzmessungen – Punkt 1-4 ..	71
Anlage 3: Mittlere Lageabweichungen der statischen GNSS-Schrägmessungen in Bezug auf den Mittelwert der Messungen, in der jeweiligen Neigung – Punkt 1-4.....	71
Anlage 4: Mittlere Höhenunterschiede der statischen GNSS-Schrägmessungen – Punkt 1-4	72
Anlage 5: Mittlere Höhenunterschiede der statischen GNSS-Schrägmessungen – Gesamtmittel Punkt 1-4.....	74
Anlage 6: Mittlere Höhenunterschiede der kinematischen GNSS-Schrägmessungen – 20 Epochen	74
Anlage 7: Abbildungen der Lageabweichungen je Neigungsklasse – 20 Epochen	75
Anlage 8: Mittlere Lageabweichungen der kinematischen GNSS-Schrägmessungen – 2 Epochen	77
Anlage 9: Minimale und maximale Lageabweichungen der kinematischen GNSS-Schrägmessungen in Bezug auf den Mittelwert der 0°-Referenzmessungen – 2 Epochen ..	78
Anlage 10: Mittlere Höhenunterschiede der kinematischen GNSS-Schrägmessungen – ... 2 Epochen	78
Anlage 11: Gesamtabbildung der Lageabweichungen – 2 Epochen	79
Anlage 12: Abbildungen der Lageabweichungen je Neigungsklasse – 2 Epochen	79
Anlage 13: Skizzen zu den Gebäudevermessungen 1-4.....	82
Anlage 14: Kontrollpunktmessungen	84
Anlage 15: Auszüge aus GeoPard – Koordinatenbestimmung anhand des Polarverfahrens	84
Anlage 16: Auszüge aus GeoPard – Koordinatenbestimmung mittels Kleinpunkt- und Schnittberechnungen	87
Anlage 17: Vermessungsverfahren im Vergleich – Koordinatendifferenzen	91

Anlage 18: Vermessungsverfahren im Vergleich – Koordinatendifferenzen bezogen auf den Mittelwert	93
Anlage 19: Auszüge aus GeoPard – Streckenvergleich	95
Anlage 20: V_E - und V_N -Auswertung – Drei Einzelmessungen pro Aufstellung.....	96
Anlage 21: V_E - und V_N -Auswertung 2.0 – Die erste Einzelmessung pro Aufstellung	99
Anlage 22: Vermessungsverfahren im Vergleich – Koordinatendifferenzen 2.0	101
Anlage 23: V_E - und V_N -Auswertung 3.0 – Einzelmessungen mit minimaler Abweichung	103
Anlage 24: Vermessungsverfahren im Vergleich – Koordinatendifferenzen 3.0	104
Anlage 25: Wirtschaftlichkeitsbetrachtung	107
Anlage 26: Auswertung der unabhängigen GNSS-Messungen.....	108
Anlage 27: Erforderliche Satelliten	111
Anlage 28: CD mit Messprotokollen und Auswertungen	112

Anlage 1: Mittlere Lageabweichungen der statischen GNSS-Schrägmessungen in Bezug auf den Mittelwert der 0°-Referenzmessungen – Punkt 1-4

Punkt 1:

Neigung	$\Delta_{E\emptyset}$ [m]	$\Delta_{N\emptyset}$ [m]	$S_{\Delta E\emptyset}$ [m]	$S_{\Delta N\emptyset}$ [m]	$\Delta_{L\emptyset}$ [m]	$S_{\Delta L\emptyset}$ [m]
0°	0,001	0,002	0,001	0,002	0,003	0,002
7 ½°	0,002	0,016	0,001	0,003	0,016	0,003
15°	0,009	0,017	0,002	0,002	0,019	0,001
22 ½°	0,021	0,022	0,002	0,005	0,030	0,003
30°	0,024	0,052	0,002	0,002	0,057	0,003
45°	0,089	0,027	0,002	0,004	0,093	0,002
60°	0,111	0,035	0,003	0,006	0,116	0,003

Punkt 2:

Neigung	$\Delta_{E\emptyset}$ [m]	$\Delta_{N\emptyset}$ [m]	$S_{\Delta E\emptyset}$ [m]	$S_{\Delta N\emptyset}$ [m]	$\Delta_{L\emptyset}$ [m]	$S_{\Delta L\emptyset}$ [m]
0°	0,004	0,005	0,002	0,002	0,006	0,002
7 ½°	0,008	0,013	0,003	0,003	0,015	0,004
15°	0,003	0,012	0,001	0,003	0,012	0,003
22 ½°	0,006	0,028	0,002	0,003	0,028	0,003
30°	0,031	0,017	0,002	0,003	0,035	0,001
45°	0,085	0,025	0,004	0,005	0,089	0,005
60°	0,069	0,093	0,002	0,002	0,116	0,002

Punkt 3:

Neigung	$\Delta_{E\emptyset}$ [m]	$\Delta_{N\emptyset}$ [m]	$S_{\Delta E\emptyset}$ [m]	$S_{\Delta N\emptyset}$ [m]	$\Delta_{L\emptyset}$ [m]	$S_{\Delta L\emptyset}$ [m]
0°	0,002	0,002	0,001	0,002	0,003	0,002
7 ½°	0,007	0,013	0,002	0,003	0,015	0,002
15°	0,004	0,040	0,001	0,002	0,040	0,002
22 ½°	0,037	0,069	0,002	0,003	0,079	0,003
30°	0,002	0,099	0,001	0,002	0,099	0,002
45°	0,013	0,016	0,003	0,004	0,020	0,002
60°	0,022	0,029	0,002	0,003	0,036	0,003

Punkt 4:

Neigung	$\Delta_{E\emptyset}$ [m]	$\Delta_{N\emptyset}$ [m]	$S_{\Delta E\emptyset}$ [m]	$S_{\Delta N\emptyset}$ [m]	$\Delta_{L\emptyset}$ [m]	$S_{\Delta L\emptyset}$
0°	0,001	0,002	0,001	0,001	0,002	0,001
7 ½°						
15°	0,008	0,015	0,003	0,003	0,017	0,003
22 ½°						
30°	0,013	0,020	0,005	0,006	0,024	0,007
45°	0,029	0,003	0,002	0,002	0,029	0,002
60°	0,004	0,028	0,002	0,003	0,028	0,003

Anlage 2: Minimale und maximale Lageabweichungen der kinematischen GNSS-Schrägmessungen in Bezug auf den Mittelwert der 0°-Referenzmessungen – Punkt 1-4

Punkt 1:

Neigung	$\Delta_{L \text{ Min. [m]}}$	$\Delta_{L \text{ Max. [m]}}$
0°	0,000	0,008
7 ½°	0,014	0,023
15°	0,017	0,021
22 ½°	0,025	0,038
30°	0,054	0,063
45°	0,090	0,098
60°	0,108	0,122

Punkt 2:

Neigung	$\Delta_{L \text{ Min. [m]}}$	$\Delta_{L \text{ Max. [m]}}$
0°	0,003	0,009
7 ½°	0,007	0,021
15°	0,008	0,018
22 ½°	0,026	0,035
30°	0,033	0,038
45°	0,081	0,095
60°	0,112	0,118

Punkt 3:

Neigung	$\Delta_{L \text{ Min. [m]}}$	$\Delta_{L \text{ Max. [m]}}$
0°	0,001	0,006
7 ½°	0,012	0,020
15°	0,037	0,043
22 ½°	0,073	0,082
30°	0,096	0,102
45°	0,017	0,024
60°	0,031	0,040

Punkt 4:

Neigung	$\Delta_{L \text{ Min. [m]}}$	$\Delta_{L \text{ Max. [m]}}$
0°	0,001	0,004
7 ½°		
15°	0,013	0,022
22 ½°		
30°	0,013	0,033
45°	0,027	0,033
60°	0,025	0,036

Anlage 3: Mittlere Lageabweichungen der statischen GNSS-Schrägmessungen in Bezug auf den Mittelwert der Messungen, in der jeweiligen Neigung – Punkt 1-4

Punkt 1:

Neigung	$\Delta_{E\emptyset[m]}$	$\Delta_{N\emptyset[m]}$	$S_{\Delta E\emptyset[m]}$	$S_{\Delta N\emptyset[m]}$	$\Delta_{L\emptyset[m]}$	$S_{\Delta L\emptyset[m]}$
0°	0,001	0,002	0,001	0,002	0,002	0,002
7 ½°	0,002	0,002	0,001	0,002	0,003	0,002
15°	0,002	0,002	0,001	0,001	0,002	0,001
22 ½°	0,002	0,004	0,001	0,003	0,004	0,003
30°	0,002	0,002	0,001	0,002	0,002	0,002
45°	0,001	0,003	0,001	0,002	0,004	0,002
60°	0,002	0,004	0,002	0,004	0,004	0,004

Punkt 2:

Neigung	$\Delta_{E\emptyset}$ [m]	$\Delta_{N\emptyset}$ [m]	$S_{\Delta E\emptyset}$ [m]	$S_{\Delta N\emptyset}$ [m]	$\Delta_{L\emptyset}$ [m]	$S_{\Delta L\emptyset}$ [m]
0°	0,003	0,005	0,002	0,002	0,006	0,002
7 ½°	0,002	0,003	0,002	0,002	0,003	0,002
15°	0,001	0,003	0,001	0,002	0,003	0,002
22 ½°	0,002	0,002	0,001	0,002	0,003	0,002
30°	0,002	0,002	0,001	0,002	0,003	0,002
45°	0,004	0,004	0,001	0,003	0,005	0,002
60°	0,002	0,001	0,002	0,001	0,002	0,002

Punkt 3:

Neigung	$\Delta_{E\emptyset}$ [m]	$\Delta_{N\emptyset}$ [m]	$S_{\Delta E\emptyset}$ [m]	$S_{\Delta N\emptyset}$ [m]	$\Delta_{L\emptyset}$ [m]	$S_{\Delta L\emptyset}$ [m]
0°	0,002	0,002	0,001	0,002	0,003	0,002
7 ½°	0,002	0,002	0,001	0,002	0,003	0,002
15°	0,001	0,002	0,001	0,001	0,002	0,001
22 ½°	0,001	0,003	0,001	0,002	0,003	0,001
30°	0,002	0,002	0,001	0,001	0,003	0,001
45°	0,003	0,003	0,002	0,002	0,004	0,002
60°	0,001	0,002	0,001	0,002	0,003	0,001

Punkt 4:

Neigung	$\Delta_{E\emptyset}$ [m]	$\Delta_{N\emptyset}$ [m]	$S_{\Delta E\emptyset}$ [m]	$S_{\Delta N\emptyset}$ [m]	$\Delta_{L\emptyset}$ [m]	$S_{\Delta L\emptyset}$ [m]
0°	0,001	0,002	0,001	0,001	0,002	0,001
7 ½°						
15°	0,003	0,002	0,001	0,001	0,004	0,001
22 ½°						
30°	0,004	0,005	0,003	0,003	0,006	0,003
45°	0,002	0,002	0,001	0,001	0,003	0,001
60°	0,001	0,003	0,001	0,002	0,003	0,002

Anlage 4: Mittlere Höhenunterschiede der statischen GNSS-Schrägmessungen – Punkt 1-4

Punkt 1:

Neigung	zu \emptyset 0°-Referenzmessungen		zu \emptyset je Neigung	
	$\Delta_{H\emptyset}$ [m]	$S_{\Delta H\emptyset}$ [m]	$S_{\Delta H\emptyset}$ [m]	$S_{\Delta H\emptyset}$ [m]
0°	0,005	0,005	0,005	0,005
7 ½°	0,003	0,002	0,003	0,002
15°	0,006	0,006	0,005	0,002
22 ½°	0,002	0,002	0,003	0,002
30°	0,018	0,003	0,003	0,002
45°	0,012	0,007	0,008	0,004
60°	0,019	0,004	0,003	0,003

Punkt 2:

Neigung	zu Ø 0°-Referenzmessungen		zu Ø je Neigung	
	$\Delta_{H\emptyset}$ [m]	$S_{\Delta H\emptyset}$ [m]	$S_{\Delta H\emptyset}$ [m]	$S_{\Delta H\emptyset}$ [m]
0°	0,004	0,003	0,004	0,003
7 ½°	0,009	0,004	0,004	0,002
15°	0,003	0,003	0,004	0,003
22 ½°	0,010	0,005	0,004	0,003
30°	0,007	0,003	0,002	0,002
45°	0,014	0,005	0,004	0,003
60°	0,023	0,003	0,003	0,002

Punkt 3:

Neigung	zu Ø 0°-Referenzmessungen		zu Ø je Neigungsklasse	
	$\Delta_{H\emptyset}$ [m]	$S_{\Delta H\emptyset}$ [m]	$S_{\Delta H\emptyset}$ [m]	$S_{\Delta H\emptyset}$ [m]
0°	0,004	0,002	0,004	0,002
7 ½°	0,013	0,004	0,003	0,002
15°	0,013	0,004	0,003	0,002
22 ½°	0,020	0,008	0,007	0,004
30°	0,034	0,002	0,002	0,002
45°	0,012	0,003	0,003	0,002
60°	0,005	0,003	0,003	0,003

Punkt 4:

Neigung	zu Ø 0°-Referenzmessungen		zu Ø je Neigungsklasse	
	$\Delta_{H\emptyset}$ [m]	$S_{\Delta H\emptyset}$ [m]	$S_{\Delta H\emptyset}$ [m]	$S_{\Delta H\emptyset}$ [m]
0°	0,003	0,002	0,003	0,002
7 ½°				
15°	0,005	0,004	0,003	0,003
22 ½°				
30°	0,023	0,005	0,003	0,003
45°	0,016	0,006	0,005	0,002
60°	0,015	0,004	0,003	0,002

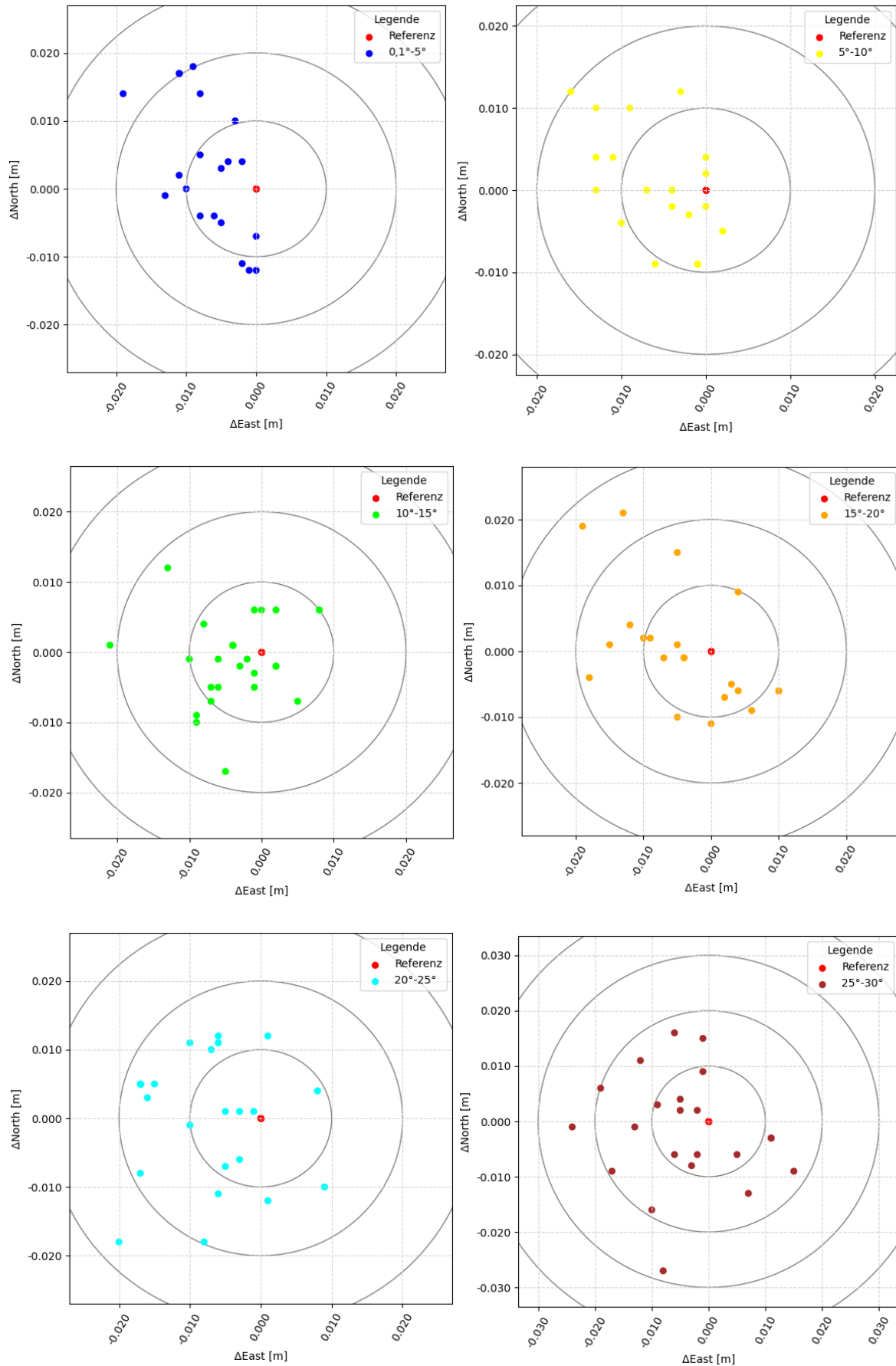
Anlage 5: Mittlere Höhenunterschiede der statischen GNSS-Schrägmessungen – Gesamt-
mittel Punkt 1-4

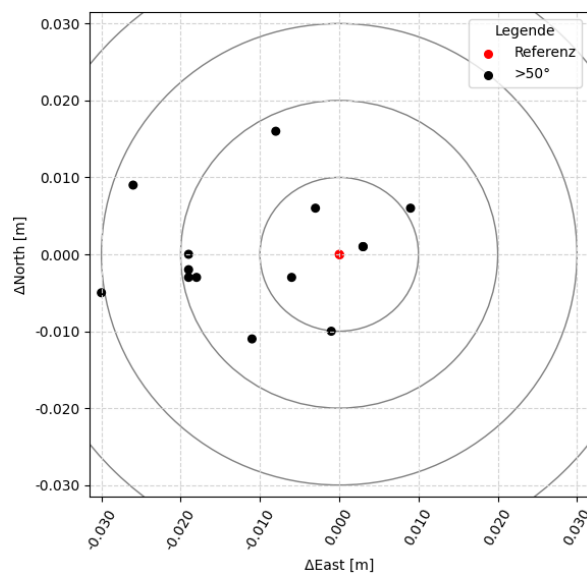
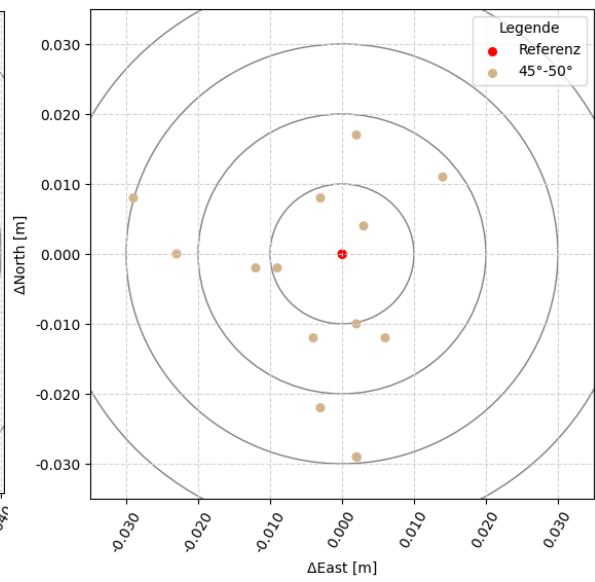
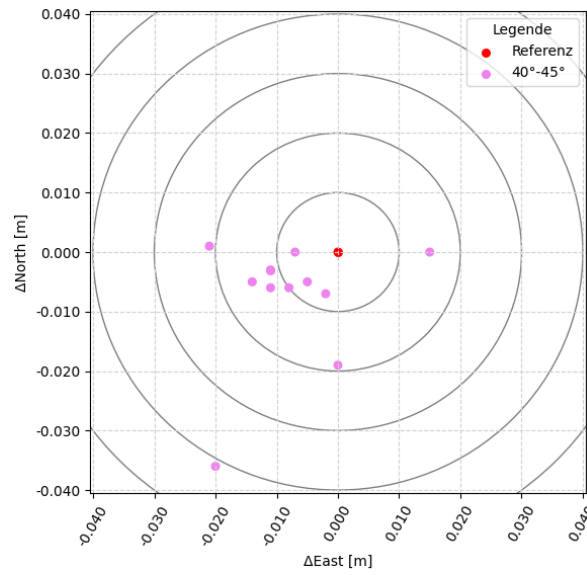
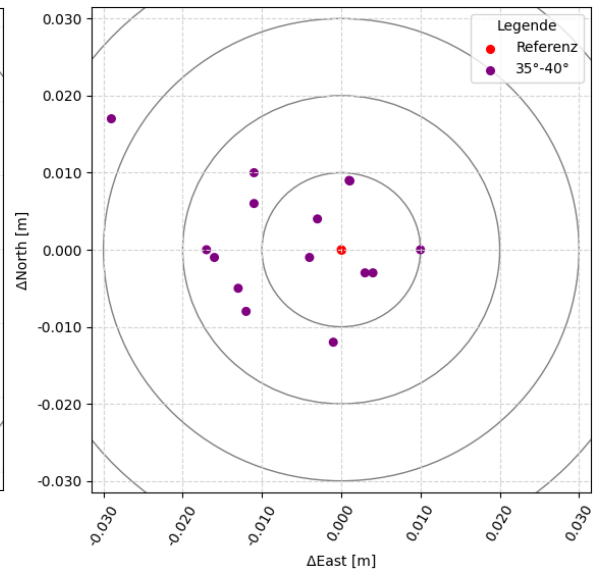
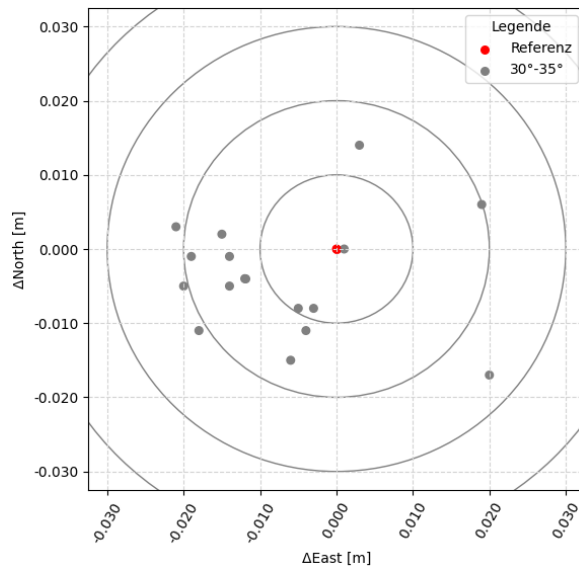
Neigung	zu Ø 0°-Referenzmessungen		zu Ø je Neigungsklasse	
	$\Delta_{H\emptyset}$ [m]	$S_{\Delta H\emptyset}$ [m]	$S_{\Delta H\emptyset}$ [m]	$S_{\Delta H\emptyset}$ [m]
0°	0,004	0,003	0,004	0,003
7 ½°	0,008	0,003	0,003	0,002
15°	0,007	0,004	0,004	0,003
22 ½°	0,011	0,005	0,004	0,003
30°	0,020	0,003	0,002	0,002
45°	0,014	0,005	0,005	0,003
60°	0,015	0,003	0,003	0,002

Anlage 6: Mittlere Höhenunterschiede der kinematischen GNSS-Schrägmessungen –
20 Epochen

Neigung	zu Ø 0°-Referenzmessungen		zu Ø je Neigungsklasse	
	$\Delta_{H\emptyset}$ [m]	$S_{\Delta H\emptyset}$ [m]	$\Delta_{H\emptyset}$ [m]	$S_{\Delta H\emptyset}$ [m]
0,1° - 5°	0,007	0,006	0,007	0,005
5° - 10°	0,006	0,005	0,006	0,005
10° - 15°	0,006	0,004	0,004	0,003
15° - 20°	0,007	0,005	0,005	0,005
20° - 25°	0,006	0,005	0,006	0,004
25° - 30°	0,008	0,005	0,007	0,004
30° - 35°	0,006	0,006	0,007	0,004
35° - 40°	0,007	0,006	0,004	0,004
40° - 45°	0,006	0,006	0,006	0,004
45° - 50°	0,009	0,009	0,007	0,006
>50°	0,016	0,009	0,007	0,004

Anlage 7: Abbildungen der Lageabweichungen je Neigungsklasse – 20 Epochen





Anlage 8: Mittlere Lageabweichungen der kinematischen GNSS-Schrägmessungen –
2 Epochen

In Bezug auf die 0°-Referenzmessungen:

Neigung	$\Delta_{E\emptyset}$ [m]	$\Delta_{N\emptyset}$ [m]	$S_{\Delta E\emptyset}$ [m]	$S_{\Delta N\emptyset}$ [m]	$\Delta_{L\emptyset}$ [m]	$S_{L\emptyset}$ [m]
0,1°-5°	0,004	0,004	0,005	0,002	0,006	0,004
5°-10°	0,008	0,007	0,005	0,005	0,010	0,006
10°-15°	0,006	0,005	0,005	0,004	0,008	0,005
15°-20°	0,006	0,009	0,004	0,007	0,011	0,007
20°-25°	0,008	0,008	0,006	0,006	0,011	0,007
25°-30°	0,011	0,008	0,007	0,006	0,014	0,007
30°-35°	0,008	0,009	0,007	0,006	0,012	0,007
35°-40°	0,009	0,009	0,007	0,005	0,012	0,007
40°-45°	0,014	0,010	0,006	0,007	0,017	0,006
45°-50°	0,009	0,009	0,007	0,005	0,013	0,007
>50°	0,014	0,013	0,006	0,011	0,019	0,010

In Bezug auf den Mittelwert je Neigungsklasse:

Neigung	$\Delta_{E\emptyset}$ [m]	$\Delta_{N\emptyset}$ [m]	$S_{\Delta E\emptyset}$ [m]	$S_{\Delta N\emptyset}$ [m]	$\Delta_{L\emptyset}$ [m]	$S_{L\emptyset}$ [m]
0,1°-5°	0,003	0,004	0,002	0,002	0,005	0,002
5°-10°	0,005	0,006	0,004	0,006	0,008	0,006
10°-15°	0,005	0,005	0,004	0,003	0,007	0,005
15°-20°	0,005	0,009	0,004	0,006	0,010	0,006
20°-25°	0,006	0,008	0,005	0,005	0,010	0,006
25°-30°	0,010	0,007	0,006	0,006	0,012	0,007
30°-35°	0,007	0,007	0,006	0,006	0,010	0,007
35°-40°	0,008	0,007	0,004	0,005	0,011	0,005
40°-45°	0,008	0,008	0,005	0,007	0,012	0,006
45°-50°	0,009	0,007	0,004	0,004	0,011	0,004
>50°	0,011	0,011	0,006	0,007	0,016	0,006

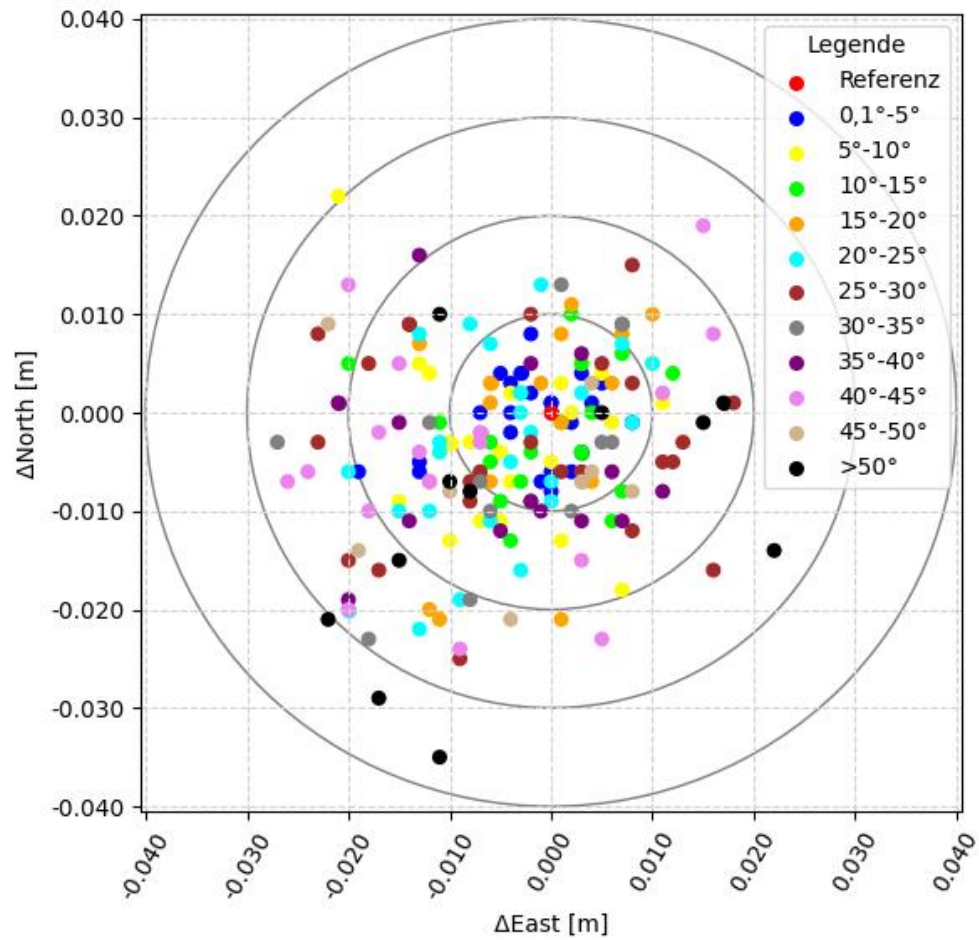
Anlage 9: Minimale und maximale Lageabweichungen der kinematischen GNSS-Schrägmessungen in Bezug auf den Mittelwert der 0°-Referenzmessungen – 2 Epochen

Neigung	$\Delta_{L \text{ Min. [m]}}$	$\Delta_{L \text{ Max. [m]}}$
0,1°-5°	0,001	0,019
5°-10°	0,002	0,030
10°-15°	0,001	0,020
15°-20°	0,001	0,023
20°-25°	0,002	0,028
25°-30°	0,003	0,026
30°-35°	0,006	0,029
35°-40°	0,006	0,026
40°-45°	0,006	0,029
45°-50°	0,006	0,024
>50°	0,005	0,036

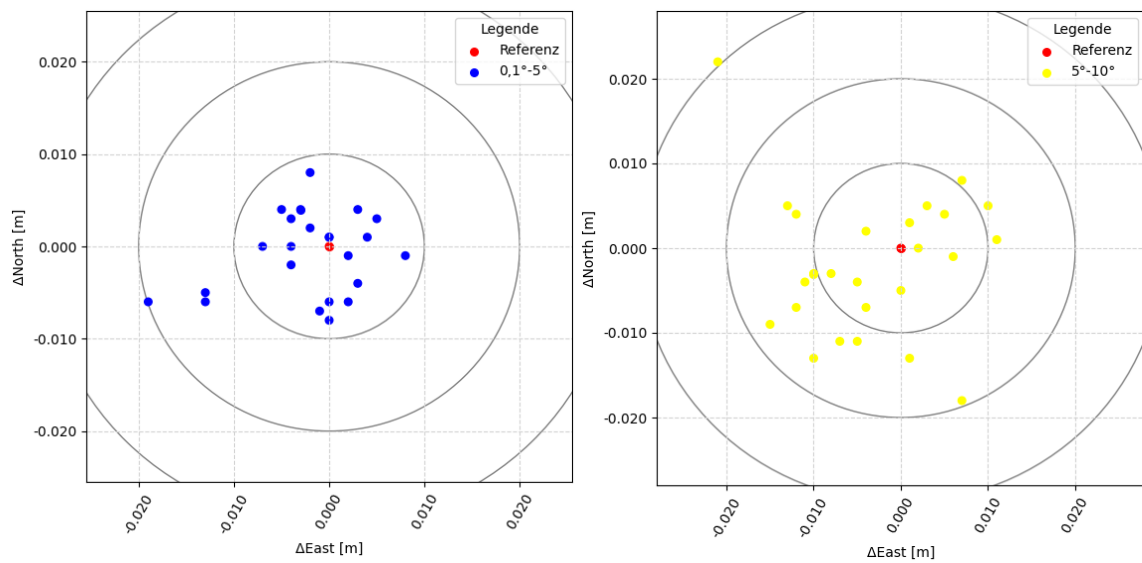
Anlage 10: Mittlere Höhenunterschiede der kinematischen GNSS-Schrägmessungen – 2 Epochen

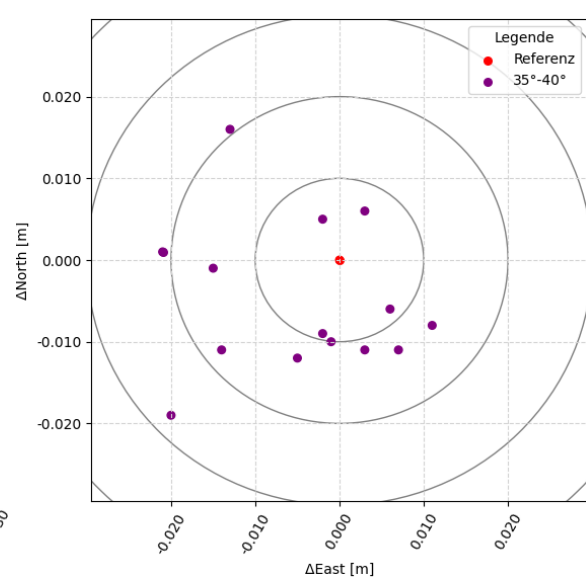
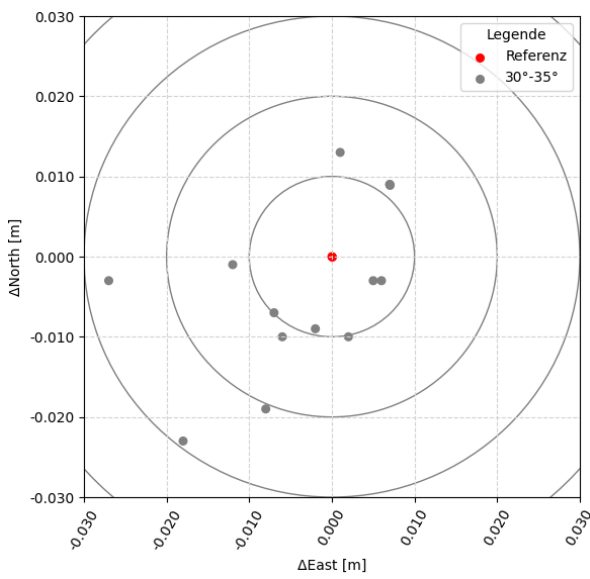
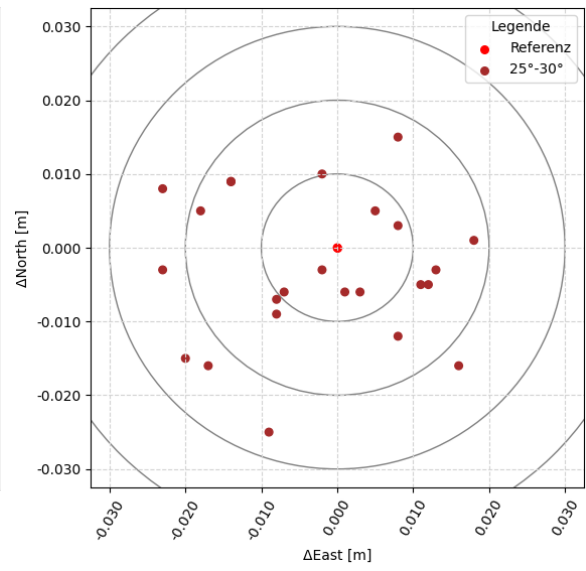
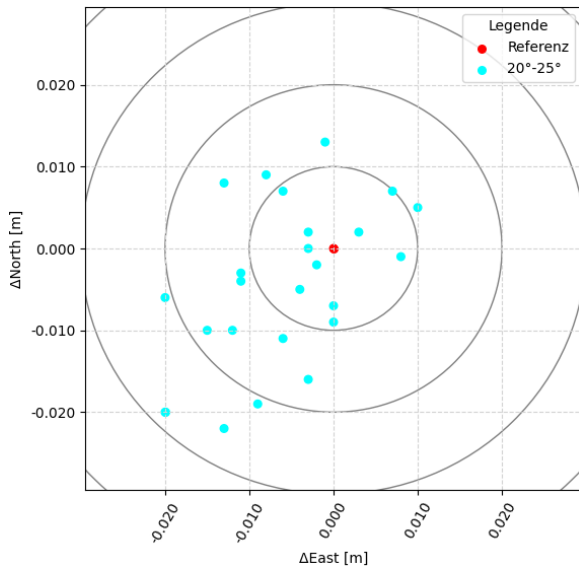
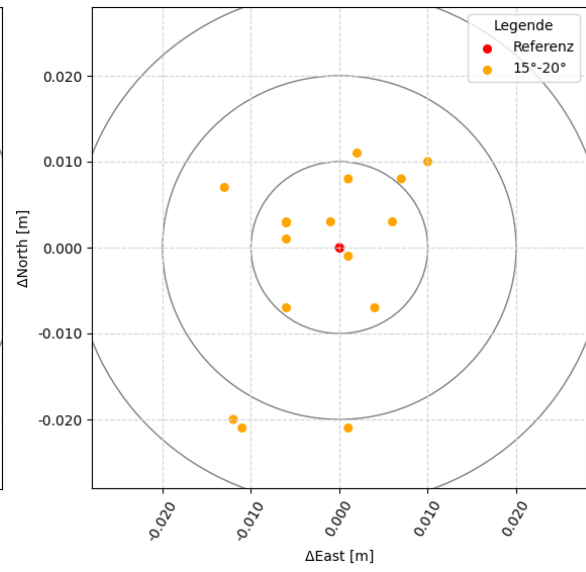
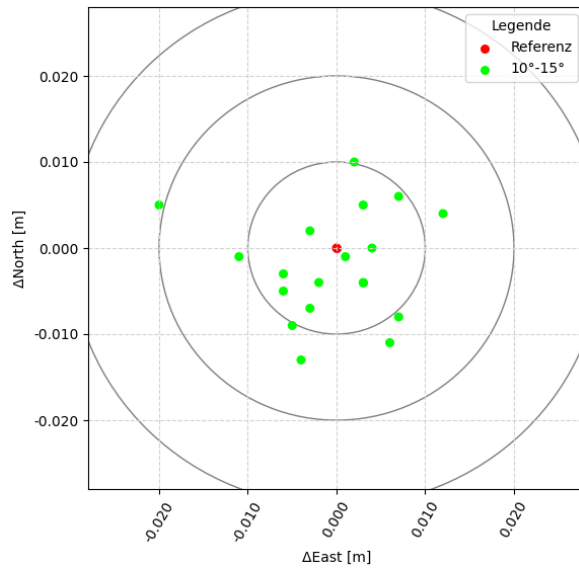
Neigung	zu \emptyset 0°-Messungen		zu \emptyset je Neigungsklasse	
	$\Delta_{H\emptyset}$ [m]	$S_{\Delta H\emptyset}$ [m]	$\Delta_{H\emptyset}$ [m]	$S_{\Delta H\emptyset}$ [m]
0,1°-5°	0,007	0,007	0,007	0,004
5°-10°	0,008	0,004	0,006	0,004
10°-15°	0,009	0,006	0,007	0,005
15°-20°	0,007	0,005	0,005	0,004
20°-25°	0,011	0,007	0,007	0,004
25°-30°	0,010	0,007	0,006	0,004
30°-35°	0,011	0,008	0,005	0,004
35°-40°	0,014	0,009	0,008	0,005
40°-45°	0,012	0,008	0,006	0,003
45°-50°	0,016	0,007	0,005	0,004
>50°	0,018	0,010	0,007	0,005

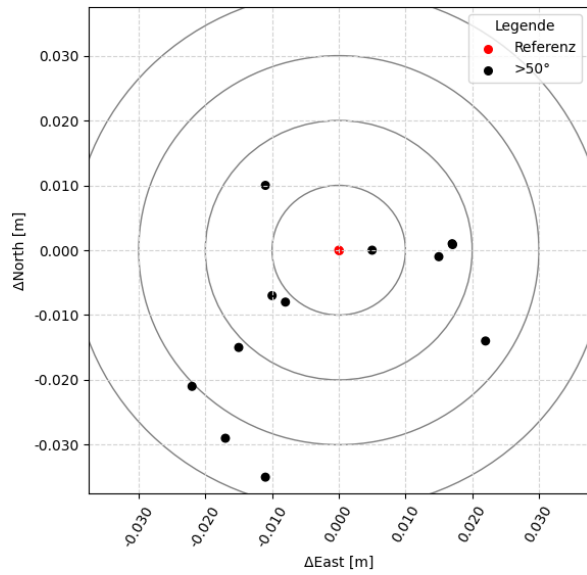
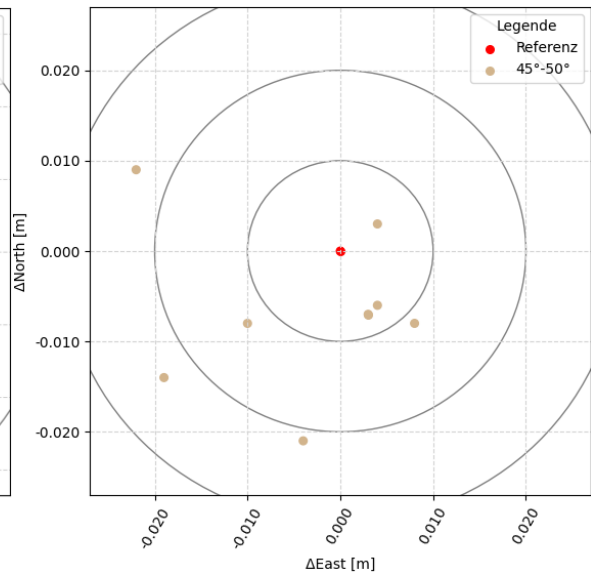
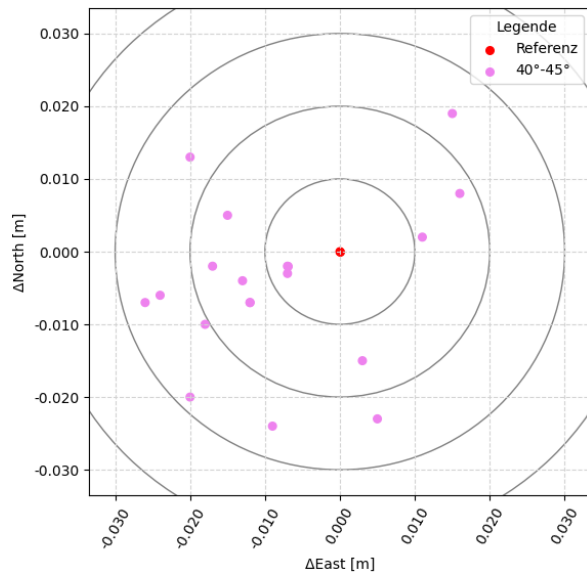
Anlage 11: Gesamtabbildung der Lageabweichungen – 2 Epochen



Anlage 12: Abbildungen der Lageabweichungen je Neigungsklasse – 2 Epochen

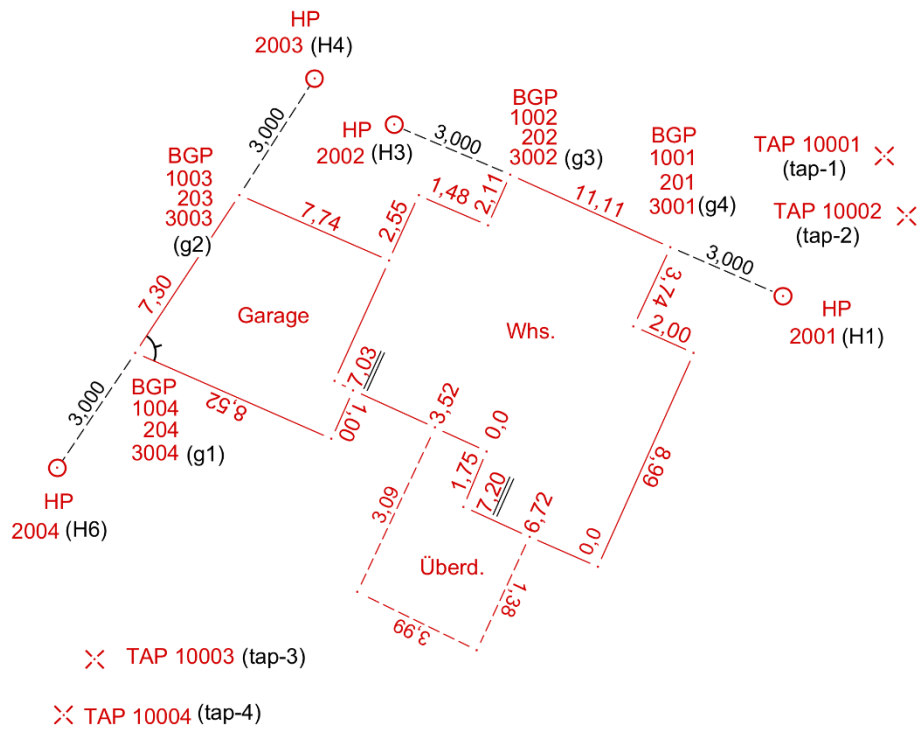




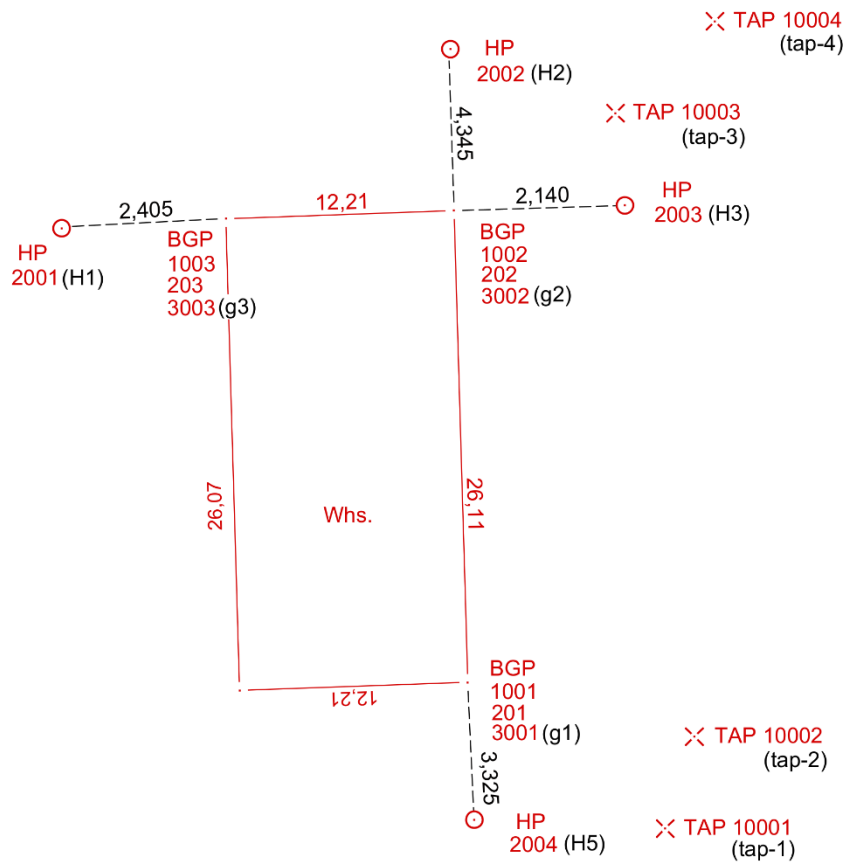


Anlage 13: Skizzen zu den Gebäudevermessungen 1-4

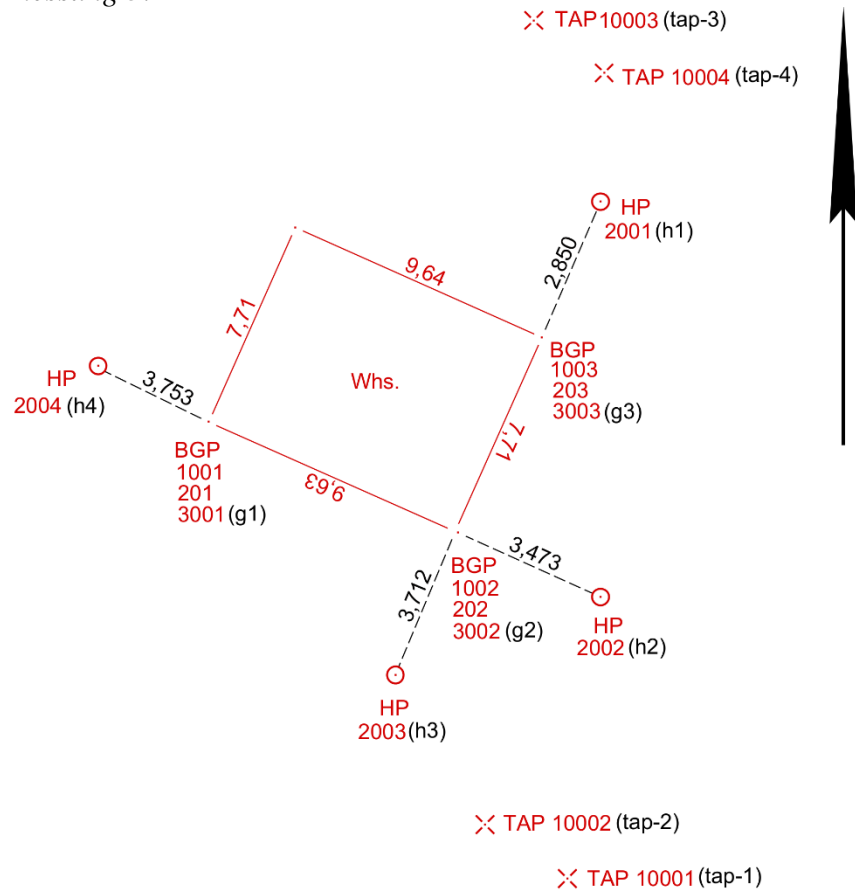
Gebäudevermessung 1:



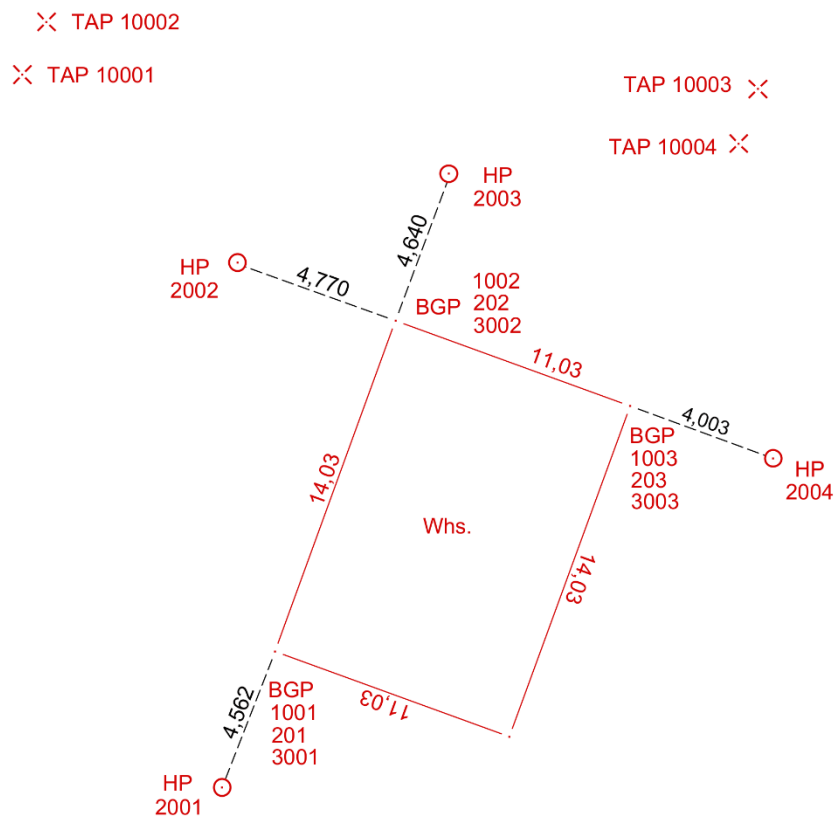
Gebäudevermessung 2:



Gebäudevermessung 3:



Gebäudevermessung 4:



Anlage 14: Kontrollpunktmessungen

	E _{soll} [m]	N _{soll} [m]	E _{ist} [m]	N _{ist} [m]	Δ _L [m]	Punktnr.*
GV. 1	32477607,861	5964231,321	32477607,858	5964231,307	0,015	74-764; kp74-764
GV. 2	32492986,929	5963517,482	32492986,933	5963517,483	0,004	23-1568; 10004
GV. 3	32509365,086	5949338,567	32509365,081	5949338,570	0,006	99-415; 10003
GV. 4	32478576,212	5967158,792	32478576,211	5967158,786	0,007	87-866; 10001

* Teilweise werden vermarkte Aufnahme- und Sicherungspunkte als temporäre Anschlusspunkte bestimmt, weshalb diese, im Rahmen dieser Untersuchung, als Kontrollpunktmessung herangezogen werden können.

Anlage 15: Auszüge aus GeoPard – Koordinatenbestimmung anhand des Polarverfahrens

Gebäudevermessung I:

Anschlusspunkte

OA	NV-	Nr	Sollwert		Istwert		K	Abweichungen	
			East	North	East	North		(S, I)	
		90002							
TAP		10001	477 697.778	5964 248.007	697.779	248.009			0.002
TAP		10002	477 697.740	5964 246.407	697.738	246.405			0.003
TAP		10003	477 660.425	5964 247.090	660.424	247.093			0.003
TAP		10004	477 659.614	5964 248.333	659.616	248.330			0.003
TAP		10002	477 697.740	5964 246.407	697.739	246.406	K		0.001
		90003							
TAP		10001	477 697.778	5964 248.007	697.779	248.009			0.003
TAP		10002	477 697.740	5964 246.407	697.738	246.405			0.003
TAP		10003	477 660.425	5964 247.090	660.424	247.093			0.003
TAP		10004	477 659.614	5964 248.333	659.616	248.330			0.004
TAP		10002	477 697.740	5964 246.407	697.737	246.404	K		0.005

Objektpunkte

OA	NV-	Nr	Soll-/Mittelwert		Istwert		K B M E	Abweichungen	
			East	North	East	North		(G, K)	(S, I)
BGP		1001	477 687.181	5964 253.127					
					687.183	253.126	M		0.004
					687.179	253.128	M		
BGP		1002	477 678.042	5964 259.436					
					678.041	259.436	M		0.002
					678.043	259.435	M		
BGP		1003	477 667.791	5964 260.819					
					667.791	260.819	M		0.001
					667.790	260.818	M		
BGP		1004	477 663.319	5964 255.040					
					663.320	255.042	M		0.005
					663.318	255.038	M		

Gebäudevermessung 2:

Anschlusspunkte

OA	NV-	Nr	Sollwert		Istwert		K	Abweichungen	
			East	North	East	North		(S,I)	
		90002							
TAP		10001	492	998.407	5963	429.058	998.409	429.052	0.007
TAP		10002	492	997.780	5963	432.115	997.777	432.121	0.006
TAP		10003	492	980.501	5963	513.047	980.499	513.044	0.004
TAP		10004	492	986.933	5963	517.483	986.935	517.487	0.004
TAP		10001	492	998.407	5963	429.058	998.411	429.052	K 0.007
		90003							
TAP		10001	492	998.407	5963	429.058	998.410	429.052	0.007
TAP		10002	492	997.780	5963	432.115	997.778	432.120	0.005
TAP		10003	492	980.501	5963	513.047	980.499	513.045	0.003
TAP		10004	492	986.933	5963	517.483	986.935	517.486	0.004
TAP		10001	492	998.407	5963	429.058	998.408	429.051	K 0.007

Objektpunkte

OA	NV-	Nr	Soll-/Mittelwert		Istwert		K	Abweichungen	
			East	North	East	North		(G,K)	(S,I)
							B		
							M		
							E		
BGP		1001	492	977.574	5963	481.963			0.003
					977.575	481.963	M		
					977.572	481.964	M		
BGP		1002	492	973.771	5963	507.751			0.002
					973.770	507.751	M		
					973.772	507.752	M		
BGP		1003	492	961.709	5963	505.979			0.002
					961.708	505.979	M		
					961.710	505.979	M		

Gebäudevermessung 3:

Anschlusspunkte

OA	NV-	Nr	Sollwert		Istwert		K	Abweichungen	
			East	North	East	North		(S,I)	
		90001							
TAP		10001	509	207.062	5949	122.063	207.068	122.067	0.007
TAP		10002	509	207.408	5949	130.160	207.404	130.158	0.005
TAP		10003	509	365.081	5949	338.570	365.087	338.567	0.006
TAP		10004	509	366.079	5949	327.210	366.071	327.211	0.008
TAP		10003	509	365.081	5949	338.570	365.086	338.568	K 0.005
		90002							
TAP		10001	509	207.062	5949	122.063	207.072	122.065	0.011
TAP		10002	509	207.408	5949	130.160	207.398	130.159	0.010
TAP		10003	509	365.081	5949	338.570	365.087	338.568	0.006
TAP		10004	509	366.079	5949	327.210	366.072	327.211	0.007
TAP		10003	509	365.081	5949	338.570	365.088	338.567	K 0.008

Objektpunkte

OA	NV-	Nr	Soll-/Mittelwert		Istwert		K	Abweichungen	
			East	North	East	North		(G,K)	(S,I)
							B		
							M		
							E		
BGP		1001	509	249.397	5949	214.386			0.002
					249.396	214.386	M		
					249.398	214.385	M		
BGP		1002	509	257.069	5949	208.546			0.003
					257.067	208.545	M		
					257.070	208.546	M		
BGP		1003	509	261.739	5949	214.675			0.003
					261.737	214.675	M		
					261.740	214.675	M		

Gebäudevermessung 4:

Anschlusspunkte

OA	NV-	Nr	Sollwert		Istwert		K	Abweichungen	
			East	North	East	North		(S,I)	
		90000							
TAP		10001	478 576.211	5967 158.786	576.207	158.781			0.006
TAP		10002	478 583.387	5967 160.486	583.394	160.490			0.008
TAP		10003	478 712.548	5967 118.746	712.547	118.746			0.001
TAP		10004	478 707.894	5967 115.814	707.892	115.815			0.003
TAP		10003	478 712.548	5967 118.746	712.547	118.744	K		0.002
		90001							
TAP		10001	478 576.211	5967 158.786	576.207	158.780			0.007
TAP		10002	478 583.387	5967 160.486	583.395	160.491			0.009
TAP		10003	478 712.548	5967 118.746	712.547	118.746			0.001
TAP		10004	478 707.894	5967 115.814	707.892	115.815			0.003
TAP		10003	478 712.548	5967 118.746	712.547	118.746	K		0.001

Objektpunkte

OA	NV-	Nr	Soll-/Mittelwert		Istwert		K B M E	Abweichungen	
			East	North	East	North		(G,K)	(S,I)
BGP		1001	478 637.947	5967 113.861					0.000
					637.947	113.861	M		
					637.947	113.860	M		
BGP		1002	478 642.207	5967 127.222					0.001
					642.207	127.223	M		
					642.207	127.222	M		
BGP		1003	478 652.704	5967 123.864					0.003
					652.704	123.866	M		
					652.705	123.863	M		

Anlage 16: Auszüge aus GeoPard – Koordinatenbestimmung mittels Kleinpunkt- und Schnittberechnungen

Kleinpunktberechnung 201 – Gebäudevermessung 1:

Zielsystem ETRS89_UTM32

Punkt	Ordinate	Abszisse	
2001	0.000	0.000	Anfangspunkt
2002	0.000	(17.091)	Endpunkt
201	0.000	3.000	

Strecke gerechnet 17.091

Punkt	East	North	BA	RDH
201	32477687.173	5964253.131	N	58.089

Kleinpunktberechnung 202 – Gebäudevermessung 1:

Zielsystem ETRS89_UTM32

Punkt	Ordinate	Abszisse	
2002	0.000	0.000	Anfangspunkt
2001	0.000	(17.091)	Endpunkt
202	0.000	3.000	

Strecke gerechnet 17.091

Punkt	East	North	BA	RDH
202	32477678.048	5964259.425	N	58.089

Kleinpunktberechnung 203 – Gebäudevermessung 1:

Zielsystem ETRS89_UTM32

Punkt	Ordinate	Abszisse	
2003	0.000	0.000	Anfangspunkt
2004	0.000	(13.308)	Endpunkt
203	0.000	3.000	

Strecke gerechnet 13.308

Punkt	East	North	BA	RDH
203	32477667.795	5964260.817	N	57.935

Kleinpunktberechnung 204 – Gebäudevermessung 1:

Zielsystem ETRS89_UTM32

Punkt	Ordinate	Abszisse	
2004	0.000	0.000	Anfangspunkt
2003	0.000	(13.308)	Endpunkt
204	0.000	3.000	

Strecke gerechnet 13.308

Punkt	East	North	BA	RDH
204	32477663.318	5964255.046	N	57.935

Kleinpunktberechnung 201 – Gebäudevermessung 2:

Zielsystem ETRS89_UTM32

Punkt	Ordinate	Abszisse	
2004	0.000	0.000	Anfangspunkt
2002	0.000	(33.740)	Endpunkt
201	0.000	3.325	

Strecke gerechnet 33.740

Punkt	East	North	BA	RDH
201	32492977.580	5963481.973	N	41.788

Geradenschnitt 202 – Gebäudevermessung 2:

System: ETRS89_UTM32

Schnitt: Gerade mit Gerade

Punktbezeichnung	East	North
2001	32492959.332	5963505.617
2003	32492975.886	5963508.068

Punktbezeichnung	East	North
2002	32492973.139	5963512.049
2004	32492978.066	5963478.685

Schnittpunktbez.	East	North	BA	RDH
202	32492973.773	5963507.755	B	41.752

Kleinpunktberechnung 203 – Gebäudevermessung 2:

Zielsystem ETRS89_UTM32

Punkt	Ordinate	Abszisse	
2001	0.000	0.000	Anfangspunkt
2003	0.000	(16.741)	Endpunkt
203	0.000	2.405	

Strecke gerechnet 16.741

Punkt	East	North	BA	RDH
203	32492961.710	5963505.969	N	41.716

Kleinpunktberechnung 201 – Gebäudevermessung 3:

Zielsystem ETRS89_UTM32

Punkt	Ordinate	Abszisse	
2004	0.000	0.000	Anfangspunkt
2002	0.000	(16.875)	Endpunkt
201	0.000	3.753	

Strecke gerechnet 16.875

Punkt	East	North	BA	RDH
201	32509249.403	5949214.378	N	65.082

Geradenschnitt 202 – Gebäudevermessung 3:

System: ETRS89_UTM32

Schnitt: Gerade mit Gerade

Punktbezeichnung	East	North
2001	32509263.472	5949216.942
2003	32509254.829	5949205.598

Punktbezeichnung	East	North
2002	32509259.845	5949206.439
2004	32509246.417	5949216.648

Schnittpunktbez.	East	North	BA	RDH
202	32509257.075	5949208.545	B	65.014

Kleinpunktberechnung 203 – Gebäudevermessung 3:

Zielsystem ETRS89_UTM32

Punkt	Ordinate	Abszisse	
2001	0.000	0.000	Anfangspunkt
2003	0.000	(14.267)	Endpunkt
203	0.000	2.850	

Strecke gerechnet 14.267

Punkt	East	North	BA	RDH
203	32509261.745	5949214.676	N	64.946

Kleinpunktberechnung 201 – Gebäudevermessung 4:

Zielsystem ETRS89_UTM32

Punkt	Ordinate	Abszisse	
2001	0.000	0.000	Anfangspunkt
2003	0.000	(23.227)	Endpunkt
201	0.000	4.562	

Strecke gerechnet 23.227

Punkt	East	North	BA	RDH
201	32478637.947	5967113.863	N	40.737

Geradenschnitt 202 – Gebäudevermessung 4:

System: ETRS89_UTM32

Schnitt: Gerade mit Gerade

Punktbezeichnung	East	North
2002	32478637.669	5967128.686
2004	32478656.519	5967122.653

Punktbezeichnung	East	North
2003	32478643.607	5967131.642
2001	32478636.564	5967109.518

Schnittpunktbez.	East	North	BA	RDH
202	32478642.204	5967127.235	B	40.797

Kleinpunktberechnung 203 – Gebäudevermessung 4:

Zielsystem ETRS89_UTM32

Punkt	Ordinate	Abszisse	
2004	0.000	0.000	Anfangspunkt
2002	0.000	(19.800)	Endpunkt
203	0.000	4.003	

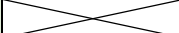
Strecke gerechnet 19.800

Punkt	East	North	BA	RDH
203	32478652.708	5967123.873	N	40.856

Anlage 17: Vermessungsverfahren im Vergleich – Koordinatendifferenzen

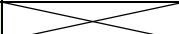
Gebäudevermessung 1:

	Δ_E [m]	Δ_N [m]	Δ_L [m]	Δ_E [m]	Δ_N [m]	Δ_L [m]
Punkt	201			3001		
1001	0,008	0,004	0,009	0,023	0,004	0,023
201	-			0,031	0,006	0,032
Punkt	202			3002		
1002	0,006	0,011	0,013	0,008	0,004	0,009
202	-			0,014	0,007	0,016
Punkt	203			3003		
1003	0,004	0,002	0,004	0,018	0,007	0,019
203	-			0,014	0,005	0,015
Punkt	204			3004		
1004	0,001	0,011	0,011	0,027	0,011	0,029
204	-			0,026	0,017	0,031

	Verfahren 2	Verfahren 3
	$\Delta_{L\emptyset}$ [m]	$\Delta_{L\emptyset}$ [m]
Verfahren 1	0,007	0,020
Verfahren 2		0,023


Gebäudevermessung 2:

	Δ_E [m]	Δ_N [m]	Δ_L [m]	Δ_E [m]	Δ_N [m]	Δ_L [m]
Punkt	201			3001		
1001	0,006	0,010	0,012	0,007	0,012	0,014
201	-			0,001	0,002	0,002
Punkt	202			3002		
1002	0,002	0,004	0,004	0,017	0,006	0,018
202	-			0,015	0,010	0,018
Punkt	203			3003		
1003	0,001	0,010	0,010	0,002	0,019	0,019
203	-			0,001	0,029	0,029

	Verfahren 2	Verfahren 3
	$\Delta_{L\emptyset}$ [m]	$\Delta_{L\emptyset}$ [m]
Verfahren 1	0,009	0,017
Verfahren 2		0,016

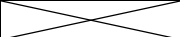
Gebäudevermessung 3:

	Δ_E [m]	Δ_N [m]	Δ_L [m]	Δ_E [m]	Δ_N [m]	Δ_L [m]
Punkt	201			3001		
1001	0,006	0,008	0,010	0,004	0,001	0,004
201	-			0,010	0,009	0,013
Punkt	202			3002		
1002	0,006	0,001	0,006	0,029	0,014	0,032
202	-			0,023	0,013	0,026
Punkt	203			3003		
1003	0,006	0,001	0,006	0,024	0,005	0,025
203	-			0,018	0,006	0,019

	Verfahren 2	Verfahren 3
	$\Delta_{L\emptyset}$ [m]	$\Delta_{L\emptyset}$ [m]
Verfahren 1	0,007	0,020
Verfahren 2		0,020

Gebäudevermessung 4:

	Δ_E [m]	Δ_N [m]	Δ_L [m]	Δ_E [m]	Δ_N [m]	Δ_L [m]
Punkt	201			3001		
1001	0,000	0,002	0,002	0,018	0,002	0,018
201	-			0,018	0,000	0,018
Punkt	202			3002		
1002	0,003	0,013	0,013	0,007	0,012	0,014
202	-			0,004	0,001	0,004
Punkt	203			3003		
1003	0,004	0,009	0,010	0,025	0,007	0,026
203	-			0,021	0,002	0,021

	Verfahren 2	Verfahren 3
	$\Delta_{L\emptyset}$ [m]	$\Delta_{L\emptyset}$ [m]
Verfahren 2	0,008	0,019
Verfahren 3		0,014

Anlage 18: Vermessungsverfahren im Vergleich – Koordinatendifferenzen bezogen auf den Mittelwert

Gebäudevermessung 1:

Punkt	E [m]	N [m]	$\Delta_{\text{Mittel-E}}$ [m]	$\Delta_{\text{Mittel-N}}$ [m]	Δ_L [m]
1001	32477687,181	5964253,127	0,005	0,001	0,005
201	32477687,173	5964253,131	0,013	-0,003	0,013
3001	32477687,204	5964253,125	-0,018	0,003	0,018
Mittel-01	32477687,186	5964253,128	-		
1002	32477678,042	5964259,436	-0,001	-0,005	0,005
202	32477678,048	5964259,425	-0,007	0,006	0,009
3002	32477678,034	5964259,432	0,007	-0,001	0,007
Mittel-02	32477678,041	5964259,431	-		
1003	32477667,791	5964260,819	0,007	-0,003	0,008
203	32477667,795	5964260,817	0,003	-0,001	0,003
3003	32477667,809	5964260,812	-0,011	0,004	0,011
Mittel-03	32477667,798	5964260,816	-		
1004	32477663,319	5964255,040	-0,009	-0,002	0,009
204	32477663,318	5964255,046	-0,008	-0,008	0,011
3004	32477663,292	5964255,029	0,018	0,009	0,020
Mittel-04	32477663,310	5964255,038	-		

Gebäudevermessung 2:

Punkt	E [m]	N [m]	$\Delta_{\text{Mittel-E}}$ [m]	$\Delta_{\text{Mittel-N}}$ [m]	Δ_L [m]
1001	32492977,574	5963481,963	0,004	0,007	0,009
201	32492977,580	5963481,973	-0,002	-0,003	0,003
3001	32492977,581	5963481,975	-0,003	-0,005	0,005
Mittel-01	32492977,578	5963481,970	-		
1002	32492973,771	5963507,751	0,006	-0,001	0,006
202	32492973,773	5963507,755	0,004	-0,005	0,006
3002	32492973,788	5963507,745	-0,011	0,005	0,012
Mittel-02	32492973,777	5963507,750	-		
1003	32492961,709	5963505,979	0,001	0,003	0,003
203	32492961,710	5963505,969	0,000	0,013	0,013
3003	32492961,711	5963505,998	-0,001	-0,016	0,016
Mittel-03	32492961,710	5963505,982	-		

Gebäudevermessung 3:

Punkt	E [m]	N [m]	$\Delta_{\text{Mittel-E}}$ [m]	$\Delta_{\text{Mittel-N}}$ [m]	Δ_L [m]
1001	32509249,397	5949214,386	0,001	-0,002	0,002
201	32509249,403	5949214,378	-0,005	0,006	0,008
3001	32509249,393	5949214,387	0,005	-0,003	0,006
Mittel-01	32509249,398	5949214,384	-		
1002	32509257,069	5949208,546	0,012	-0,005	0,013
202	32509257,075	5949208,545	0,006	-0,004	0,007
3002	32509257,098	5949208,532	-0,017	0,009	0,020
Mittel-02	32509257,081	5949208,541	-		
1003	32509261,739	5949214,675	0,010	-0,001	0,010
203	32509261,745	5949214,676	0,004	-0,002	0,005
3003	32509261,763	5949214,67	-0,014	0,004	0,014
Mittel-03	32509261,749	5949214,674	-		

Gebäudevermessung 4:

Punkt	E [m]	N [m]	$\Delta_{\text{Mittel-E}}$ [m]	$\Delta_{\text{Mittel-N}}$ [m]	Δ_L [m]
1001	32478637,947	5967113,861	-0,006	0,001	0,006
201	32478637,947	5967113,863	-0,006	-0,001	0,006
3001	32478637,929	5967113,863	0,012	-0,001	0,012
Mittel-01	32478637,941	5967113,862	-		
1002	32478642,207	5967127,222	-0,003	0,008	0,009
202	32478642,204	5967127,235	0,000	-0,005	0,005
3002	32478642,200	5967127,234	0,004	-0,004	0,005
Mittel-02	32478642,204	5967127,230	-		
1003	32478652,704	5967123,864	0,010	0,005	0,011
203	32478652,708	5967123,873	0,006	-0,004	0,007
3003	32478652,729	5967123,871	-0,015	-0,002	0,015
Mittel-03	32478652,714	5967123,869	-		

Gesamtmittel:

Punkt	$\Delta_{L\emptyset}$ [m]	$S_{\Delta L\emptyset}$ [m]
1001-4	0,007	0,003
201-4	0,007	0,003
3001-4	0,012	0,005

Anlage 19: Auszüge aus GeoPard – Streckenvergleich

Streckenvergleich – Gebäudevermessung 1:

Startsystem ETRS89_UTM32

Anfangspunkt	Endpunkt	Sh (gem)	Sh (ger)
1001	1002		(11.110)
201	202		(11.091)
3001	3002		(11.135)
1003	1004		(7.310)
203	204		(7.308)
3003	3004		(7.341)

Streckenvergleich – Gebäudevermessung 2:

Startsystem ETRS89_UTM32

Anfangspunkt	Endpunkt	Sh (gem)	Sh (ger)
1003	1002		(12.196)
203	202		(12.199)
3003	3002		(12.208)
1002	1001		(26.077)
202	201		(26.072)
3002	3001		(26.058)

Streckenvergleich – Gebäudevermessung 3:

Startsystem ETRS89_UTM32

Anfangspunkt	Endpunkt	Sh (gem)	Sh (ger)
1001	1002		(9.646)
201	202		(9.640)
3001	3002		(9.681)
1002	1003		(7.709)
202	203		(7.710)
3002	3003		(7.713)

Streckenvergleich – Gebäudevermessung 4:

Startsystem ETRS89_UTM32

Anfangspunkt	Endpunkt	Sh (gem)	Sh (ger)
1001	1002		(14.030)
201	202		(14.038)
3001	3002		(14.042)
1002	1003		(11.026)
202	203		(11.033)
3002	3003		(11.057)

Anlage 20: V_E- und V_N-Auswertung – Drei Einzelmessungen pro Aufstellung

Gebäudevermessung I:

Punktnr.	East [m]	North [m]	Aufstellung		Gesamtmittel		Herkunft
			V _E [m]	V _N [m]	V _N [m]	V _E [m]	
3004 (g1)	32477663,283	5964255,017			-0,018	-0,023	MITTEL
3004 (g1)	32477663,285	5964255,017	0,001	0,000			GNSS
3004 (g1)	32477663,287	5964255,020	0,003	0,003			GNSS
3004 (g1)	32477663,278	5964255,014	-0,006	-0,003			GNSS
3003 (g2)	32477667,805	5964260,814			-0,007	0,004	MITTEL
3003 (g2)	32477667,802	5964260,810	-0,003	-0,004			GNSS
3003 (g2)	32477667,808	5964260,812	0,003	-0,002			GNSS
3003 (g2)	32477667,805	5964260,822	0,000	0,008			GNSS
3002 (g3)	32477678,033	5964259,438			-0,001	0,012	MITTEL
3002 (g3)	32477678,034	5964259,434	0,000	-0,003			GNSS
3002 (g3)	32477678,034	5964259,440	0,001	0,003			GNSS
3002 (g3)	32477678,032	5964259,438	-0,001	0,001			GNSS
3001 (g4)	32477687,193	5964253,135			-0,021	0,021	MITTEL
3001 (g4)	32477687,192	5964253,138	-0,001	0,003			GNSS
3001 (g4)	32477687,195	5964253,135	0,002	0,000			GNSS
3001 (g4)	32477687,192	5964253,132	-0,001	-0,003			GNSS
3004-2 (g1-2)	32477663,301	5964255,040			s.o.	s.o.	MITTEL
3004-2 (g1-2)	32477663,302	5964255,041	0,001	0,001			GNSS
3004-2 (g1-2)	32477663,304	5964255,041	0,003	0,001			GNSS
3004-2 (g1-2)	32477663,297	5964255,038	-0,004	-0,002			GNSS
3003-2 (g2-2)	32477667,812	5964260,810			s.o.	s.o.	MITTEL
3003-2 (g2-2)	32477667,813	5964260,804	0,001	-0,005			GNSS
3003-2 (g2-2)	32477667,816	5964260,807	0,003	-0,002			GNSS
3003-2 (g2-2)	32477667,808	5964260,817	-0,004	0,007			GNSS
3002-2 (g3-2)	32477678,034	5964259,426			s.o.	s.o.	MITTEL
3002-2 (g3-2)	32477678,032	5964259,424	-0,002	-0,002			GNSS
3002-2 (g3-2)	32477678,035	5964259,425	0,001	-0,001			GNSS
3002-2 (g3-2)	32477678,035	5964259,430	0,001	0,004			GNSS
3001-2 (g4-2)	32477687,214	5964253,114			s.o.	s.o.	MITTEL
3001-2 (g4-2)	32477687,200	5964253,138	-0,014	0,024			GNSS
3001-2 (g4-2)	32477687,201	5964253,134	-0,013	0,020			GNSS
3001-2 (g4-2)	32477687,215	5964253,107	0,001	-0,007			GNSS
3001-2 (g4-2)	32477687,222	5964253,102	0,008	-0,012			GNSS
3001-2 (g4-2)	32477687,232	5964253,091	0,018	-0,023			GNSS

Gebäudevermessung 2:

Punktnr.	East [m]	North [m]	Aufstellung		Gesamtmittel		Herkunft
			V _E [m]	V _N [m]	V _N [m]	V _E [m]	
3001 (g1)	32492977,579	5963481,979			-0,004	0,008	MITTEL
3001 (g1)	32492977,578	5963481,978	0,000	0,000			GNSS
3001 (g1)	32492977,591	5963481,985	0,012	0,006			GNSS
3001 (g1)	32492977,572	5963481,977	-0,007	-0,002			GNSS
3001 (g1)	32492977,571	5963481,971	-0,008	-0,007			GNSS
3002 (g2)	32492973,770	5963507,750			-0,035	0,011	MITTEL
3002 (g2)	32492973,771	5963507,753	0,001	0,004			GNSS
3002 (g2)	32492973,771	5963507,747	0,001	-0,003			GNSS
3002 (g2)	32492973,768	5963507,748	-0,003	-0,002			GNSS
3003 (g3)	32492961,703	5963505,994			-0,016	-0,008	MITTEL
3003 (g3)	32492961,702	5963505,996	0,000	0,002			GNSS
3003 (g3)	32492961,701	5963505,994	-0,001	0,000			GNSS
3003 (g3)	32492961,705	5963505,992	0,002	-0,002			GNSS
3001-2 (g1-2)	32492977,583	5963481,971			s.o.	s.o.	MITTEL
3001-2 (g1-2)	32492977,583	5963481,964	0,000	-0,007			GNSS
3001-2 (g1-2)	32492977,583	5963481,978	0,000	0,007			GNSS
3001-2 (g1-2)	32492977,582	5963481,973	0,000	0,001			GNSS
3002-2 (g2-2)	32492973,805	5963507,739			s.o.	s.o.	MITTEL
3002-2 (g2-2)	32492973,803	5963507,744	-0,002	0,005			GNSS
3002-2 (g2-2)	32492973,805	5963507,742	0,001	0,002			GNSS
3002-2 (g2-2)	32492973,806	5963507,730	0,002	-0,009			GNSS
3003-2 (g3-2)	32492961,719	5963506,002			s.o.	s.o.	MITTEL
3003-2 (g3-2)	32492961,715	5963506,003	-0,004	0,001			GNSS
3003-2 (g3-2)	32492961,719	5963506,008	0,001	0,006			GNSS
3003-2 (g3-2)	32492961,723	5963505,996	0,004	-0,006			GNSS

Gebäudevermessung 3:

Punktnr.	East [m]	North [m]	Aufstellung		Gesamtmittel		Herkunft
			V _E [m]	V _N [m]	V _N [m]	V _E [m]	
3001 (g1)	32509249,402	5949214,397			0,018	0,021	MITTEL
3001 (g1)	32509249,401	5949214,401	-0,001	0,004			GNSS
3001 (g1)	32509249,403	5949214,396	0,001	-0,001			GNSS
3001 (g1)	32509249,401	5949214,395	-0,001	-0,002			GNSS
3002 (g2)	32509257,099	5949208,529			0,003	-0,005	MITTEL
3002 (g2)	32509257,106	5949208,527	0,007	-0,001			GNSS
3002 (g2)	32509257,096	5949208,529	-0,003	0,001			GNSS
3002 (g2)	32509257,093	5949208,530	-0,006	0,001			GNSS
3003 (g3)	32509261,758	5949214,669			-0,009	-0,001	MITTEL
3003 (g3)	32509261,760	5949214,669	0,002	0,000			GNSS
3003 (g3)	32509261,757	5949214,671	-0,001	0,002			GNSS
3003 (g3)	32509261,757	5949214,667	-0,002	-0,002			GNSS
3001-2 (g1-2)	32509249,384	5949214,376			s.o.	s.o.	MITTEL
3001-2 (g1-2)	32509249,364	5949214,380	-0,020	0,004			GNSS
3001-2 (g1-2)	32509249,391	5949214,372	0,007	-0,004			GNSS
3001-2 (g1-2)	32509249,397	5949214,380	0,013	0,004			GNSS
3002-2 (g2-2)	32509257,096	5949208,534			s.o.	s.o.	MITTEL
3002-2 (g2-2)	32509257,095	5949208,534	-0,001	0,000			GNSS
3002-2 (g2-2)	32509257,095	5949208,535	-0,001	0,001			GNSS
3002-2 (g2-2)	32509257,098	5949208,533	0,003	-0,001			GNSS
3003-2 (g3-2)	32509261,767	5949214,670			s.o.	s.o.	MITTEL
3003-2 (g3-2)	32509261,769	5949214,669	0,001	-0,001			GNSS
3003-2 (g3-2)	32509261,769	5949214,671	0,002	0,001			GNSS
3003-2 (g3-2)	32509261,764	5949214,670	-0,004	0,000			GNSS

Gebäudevermessung 4:

Punktnr.	East [m]	North [m]	Aufstellung		Gesamtmittel		Herkunft
			V _E [m]	V _N [m]	V _N [m]	V _E [m]	
3003	32478652,740	5967123,864			0,023	-0,014	MITTEL
3003	32478652,734	5967123,858	-0,006	-0,006			GNSS
3003	32478652,740	5967123,867	0,001	0,003			GNSS
3003	32478652,748	5967123,870	0,008	0,006			GNSS
3002	32478642,195	5967127,245			-0,009	0,023	MITTEL
3002	32478642,196	5967127,248	0,000	0,003			GNSS
3002	32478642,193	5967127,249	-0,003	0,004			GNSS
3002	32478642,198	5967127,238	0,003	-0,007			GNSS
3001	32478637,917	5967113,870			-0,024	0,014	MITTEL
3001	32478637,921	5967113,874	0,003	0,004			GNSS
3001	32478637,914	5967113,871	-0,003	0,001			GNSS
3001	32478637,917	5967113,864	0,000	-0,005			GNSS
3003-2	32478652,717	5967123,878			s.o.	s.o.	MITTEL
3003-2	32478652,719	5967123,893	0,002	0,015			GNSS
3003-2	32478652,717	5967123,867	0,000	-0,011			GNSS
3003-2	32478652,714	5967123,868	-0,003	-0,009			GNSS
3002-2	32478642,204	5967127,222			s.o.	s.o.	MITTEL
3002-2	32478642,206	5967127,223	0,001	0,001			GNSS
3002-2	32478642,205	5967127,229	0,001	0,007			GNSS
3002-2	32478642,201	5967127,209	-0,003	-0,013			GNSS
3001-2	32478637,941	5967113,856			s.o.	s.o.	MITTEL
3001-2	32478637,937	5967113,868	-0,004	0,012			GNSS
3001-2	32478637,934	5967113,853	-0,007	-0,003			GNSS
3001-2	32478637,952	5967113,847	0,011	-0,009			GNSS

Anlage 21: V_E- und V_N-Auswertung 2.0 – Die erste Einzelmessung pro Aufstellung

Gebäudevermessung 1:

Punkt	E [m]	N [m]	V _E [m]	V _N [m]
3001	32477687,192	5964253,138	0,004	0,000
3001-2	32477687,200	5964253,138	-0,004	0,000
3001-Mittel	32477687,196	5964253,138	-	
3002	32477678,034	5964259,434	-0,001	-0,005
3002-2	32477678,032	5964259,424	0,001	0,005
3002-Mittel	32477678,033	5964259,429	-	
3003	32477667,802	5964260,810	0,005	-0,003
3003-2	32477667,813	5964260,804	-0,005	0,003
3003-Mittel	32477667,808	5964260,807	-	
3004	32477663,285	5964255,017	0,008	0,012
3004-2	32477663,302	5964255,041	-0,009	-0,012
3004-Mittel	32477663,294	5964255,029	-	

Gebäudevermessung 2:

Punkt	E [m]	N [m]	V _E [m]	V _N [m]
3001-1	32492977,578	5963481,978	0,002	-0,007
3001-2	32492977,583	5963481,964	-0,003	0,007
3001	32492977,581	5963481,971	-	
3002-1	32492973,771	5963507,753	0,016	-0,004
3002-2	32492973,803	5963507,744	-0,016	0,004
3002	32492973,787	5963507,749	-	
3003-1	32492961,702	5963505,996	0,006	0,003
3003-2	32492961,715	5963506,003	-0,007	-0,003
3003	32492961,709	5963506,000	-	

Gebäudevermessung 3:

Punkt	E [m]	N [m]	V _E [m]	V _N [m]
3001-1	32509249,401	5949214,401	-0,019	-0,010
3001-2	32509249,364	5949214,380	0,019	0,010
3001	32509249,383	5949214,391	-	
3002-1	32509257,106	5949208,527	-0,005	0,004
3002-2	32509257,095	5949208,534	0,005	-0,003
3002	32509257,101	5949208,531	-	
3003-1	32509261,760	5949214,669	0,004	0,000
3003-2	32509261,769	5949214,669	-0,005	0,000
3003	32509261,765	5949214,669	-	

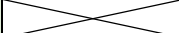
Gebäudevermessung 4:

Punkt	E [m]	N [m]	V _E [m]	V _N [m]
3001-1	32478637,921	5967113,874	0,008	-0,003
3001-2	32478637,937	5967113,868	-0,008	0,003
3001	32478637,929	5967113,871	-	
3002-1	32478642,196	5967127,248	0,005	-0,012
3002-2	32478642,206	5967127,223	-0,005	0,013
3002	32478642,201	5967127,236	-	
3003-1	32478652,734	5967123,858	-0,008	0,018
3003-2	32478652,719	5967123,893	0,008	-0,018
3003	32478652,727	5967123,876	-	

Anlage 22: Vermessungsverfahren im Vergleich – Koordinatendifferenzen 2.0

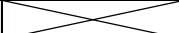
Gebäudevermessung 1:

	Δ_E [m]	Δ_N [m]	Δ_L [m]	Δ_E [m]	Δ_N [m]	Δ_L [m]
Punkt	201			3001		
1001	0,008	0,004	0,009	0,015	0,004	0,016
201	-			0,023	0,007	0,024
Punkt	202			3002		
1002	0,006	0,011	0,013	0,009	0,007	0,011
202	-			0,015	0,004	0,016
Punkt	203			3003		
1003	0,004	0,002	0,004	0,016	0,012	0,020
203	-			0,012	0,010	0,016
Punkt	204			3004		
1004	0,001	0,011	0,011	0,025	0,011	0,028
204	-			0,025	0,017	0,030

	Verfahren 2	Verfahren 3
	$\Delta_{L\emptyset}$ [m]	$\Delta_{L\emptyset}$ [m]
Verfahren 1	0,007	0,019
Verfahren 2		0,021

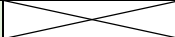
Gebäudevermessung 2:

	Δ_E [m]	Δ_N [m]	Δ_L [m]	Δ_E [m]	Δ_N [m]	Δ_L [m]
Punkt	201			3001		
1001	0,006	0,010	0,012	0,006	0,008	0,010
201	-			0,001	0,002	0,002
Punkt	202			3002		
1002	0,002	0,004	0,004	0,016	0,003	0,016
202	-			0,014	0,007	0,015
Punkt	203			3003		
1003	0,001	0,010	0,010	0,001	0,020	0,021
203	-			0,002	0,031	0,031

	Verfahren 2	Verfahren 3
	$\Delta_{L\emptyset}$ [m]	$\Delta_{L\emptyset}$ [m]
Verfahren 1	0,009	0,016
Verfahren 2		0,016

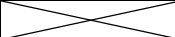
Gebäudevermessung 3:

	Δ_E [m]	Δ_N [m]	Δ_L [m]	Δ_E [m]	Δ_N [m]	Δ_L [m]
Punkt	201			3001		
1001	0,006	0,008	0,010	0,014	0,004	0,015
201	-			0,021	0,013	0,024
Punkt	202			3002		
1002	0,006	0,001	0,006	0,032	0,015	0,035
202	-			0,025	0,014	0,029
Punkt	203			3003		
1003	0,006	0,001	0,006	0,025	0,006	0,026
203	-			0,019	0,007	0,021



	Verfahren 2	Verfahren 3
	$\Delta_{L\emptyset}$ [m]	$\Delta_{L\emptyset}$ [m]
Verfahren 1	0,007	0,025
Verfahren 2		0,025

Gebäudevermessung 4:

	Δ_E [m]	Δ_N [m]	Δ_L [m]	Δ_E [m]	Δ_N [m]	Δ_L [m]
Punkt	201			3001		
1001	0,000	0,002	0,002	0,018	0,010	0,021
201	-			0,018	0,008	0,020
Punkt	202			3002		
1002	0,003	0,013	0,013	0,006	0,014	0,015
202	-			0,003	0,001	0,003
Punkt	203			3003		
1003	0,004	0,009	0,010	0,023	0,012	0,025
203	-			0,019	0,003	0,019

	Verfahren 2	Verfahren 3
	$\Delta_{L\emptyset}$ [m]	$\Delta_{L\emptyset}$ [m]
Verfahren 1	0,008	0,020
Verfahren 2		0,014

Gesamtmittel:

	Verfahren 2		Verfahren 3	
	$\Delta_{L\emptyset}$ [m]	$S_{\Delta L\emptyset}$ [m]	$\Delta_{L\emptyset}$ [m]	$S_{\Delta L\emptyset}$ [m]
Verfahren 1	0,008	0,004	0,020	0,007
Verfahren 2			0,019	0,009

Anlage 23: V_E- und V_N-Auswertung 3.0 – Einzelmessungen mit minimaler Abweichung

Gebäudevermessung 1:

Punkt	E [m]	N [m]	V _E [m]	V _N [m]
3001-1	32477687,192	5964253,138	0,004	0,000
3001-2	32477687,200	5964253,138	-0,004	0,000
3001	32477687,196	5964253,138	-	
3002-1	32477678,034	5964259,434	0,001	-0,002
3002-2	32477678,035	5964259,430	0,000	0,002
3002	32477678,035	5964259,432	-	
3003-1	32477667,808	5964260,812	0,000	0,003
3003-2	32477667,808	5964260,817	0,000	-0,002
3003	32477667,808	5964260,815	-	
3004-1	32477663,287	5964255,020	0,005	0,009
3004-2	32477663,297	5964255,038	-0,005	-0,009
3004	32477663,292	5964255,029	-	

Gebäudevermessung 2:

Punkt	E [m]	N [m]	V _E [m]	V _N [m]
3001-1	32492977,578	5963481,978	0,002	-0,007
3001-2	32492977,583	5963481,964	-0,003	0,007
3001	32492977,581	5963481,971	-	
3002-1	32492973,771	5963507,747	0,016	-0,002
3002-2	32492973,803	5963507,744	-0,016	0,002
3002	32492973,787	5963507,746	-	
3003-1	32492961,702	5963505,996	0,006	0,003
3003-2	32492961,715	5963506,003	-0,007	-0,003
3003	32492961,709	5963506,000	-	

Gebäudevermessung 3:

Punkt	E [m]	N [m]	V _E [m]	V _N [m]
3001-1	32509249,403	5949214,396	-0,006	-0,012
3001-2	32509249,391	5949214,372	0,006	0,012
3001	32509249,397	5949214,384	-	
3002-1	32509257,093	5949208,530	0,001	0,003
3002-2	32509257,095	5949208,535	-0,001	-0,002
3002	32509257,094	5949208,533	-	
3003-1	32509261,757	5949214,671	0,003	-0,001
3003-2	32509261,764	5949214,670	-0,003	0,001
3003	32509261,761	5949214,671	-	

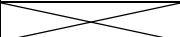
Gebäudevermessung 4:

Punkt	E [m]	N [m]	V _E [m]	V _N [m]
3001-1	32478637,921	5967113,874	0,008	-0,003
3001-2	32478637,937	5967113,868	-0,008	0,003
3001	32478637,929	5967113,871	-	
3002-1	32478642,198	5967127,238	0,003	-0,004
3002-2	32478642,205	5967127,229	-0,003	0,004
3002	32478642,202	5967127,234	-	
3003-1	32478652,734	5967123,858	-0,008	0,004
3003-2	32478652,717	5967123,867	0,009	-0,004
3003	32478652,726	5967123,863	-	

Anlage 24: Vermessungsverfahren im Vergleich – Koordinatendifferenzen 3.0

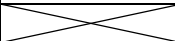
Gebäudevermessung 1:

	Δ_E [m]	Δ_N [m]	Δ_L [m]	Δ_E [m]	Δ_N [m]	Δ_L [m]
Punkt	201			3001		
1001	0,008	0,004	0,009	0,015	0,004	0,016
201	-			0,023	0,007	0,024
Punkt	202			3002		
1002	0,006	0,011	0,013	0,007	0,004	0,008
202	-			0,013	0,007	0,015
Punkt	203			3003		
1003	0,004	0,002	0,004	0,017	0,004	0,018
203	-			0,013	0,002	0,013
Punkt	204			3004		
1004	0,001	0,011	0,011	0,027	0,011	0,029
204	-			0,026	0,017	0,031

	Verfahren 2	Verfahren 3
	$\Delta_{L\emptyset}$ [m]	$\Delta_{L\emptyset}$ [m]
Verfahren 1	0,007	0,018
Verfahren 2		0,021

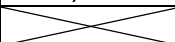
Gebäudevermessung 2:

	Δ_E [m]	Δ_N [m]	Δ_L [m]	Δ_E [m]	Δ_N [m]	Δ_L [m]
Punkt	201			3001		
1001	0,006	0,010	0,012	0,006	0,008	0,010
201	-			0,001	0,002	0,002
Punkt	202			3002		
1002	0,002	0,004	0,004	0,016	0,005	0,017
202	-			0,014	0,009	0,017
Punkt	203			3003		
1003	0,001	0,010	0,010	0,001	0,020	0,021
203	-			0,002	0,031	0,031

	Verfahren 2	Verfahren 3
	$\Delta_{L\emptyset}$ [m]	$\Delta_{L\emptyset}$ [m]
Verfahren 1	0,009	0,016
Verfahren 2		0,017

Gebäudevermessung 3:

	Δ_E [m]	Δ_N [m]	Δ_L [m]	Δ_E [m]	Δ_N [m]	Δ_L [m]
Punkt	201			3001		
1001	0,006	0,008	0,010	0,000	0,002	0,002
201	-			0,006	0,006	0,008
Punkt	202			3002		
1002	0,006	0,001	0,006	0,025	0,013	0,028
202	-			0,019	0,012	0,023
Punkt	203			3003		
1003	0,006	0,001	0,006	0,021	0,004	0,022
203	-			0,015	0,005	0,016

	Verfahren 2	Verfahren 3
	$\Delta_{L\emptyset}$ [m]	$\Delta_{L\emptyset}$ [m]
Verfahren 1	0,007	0,017
Verfahren 2		0,016

Gebäudevermessung 4:

	Δ_E [m]	Δ_N [m]	Δ_L [m]	Δ_E [m]	Δ_N [m]	Δ_L [m]
Punkt	201			3001		
1001	0,000	0,002	0,002	0,018	0,010	0,021
201	-			0,018	0,008	0,020
Punkt	202			3002		
1002	0,003	0,013	0,013	0,005	0,012	0,013
202	-			0,003	0,002	0,003
Punkt	203			3003		
1003	0,004	0,009	0,010	0,022	0,002	0,022
203	-			0,018	0,010	0,020

	Verfahren 2	Verfahren 3
	$\Delta_{L\emptyset}$ [m]	$\Delta_{L\emptyset}$ [m]
Verfahren 1	0,008	0,018
Verfahren 2		0,014

Gesamtmittel:

	Verfahren 2		Verfahren 3	
	$\Delta_{L\emptyset}$ [m]	$S_{\Delta L\emptyset}$ [m]	$\Delta_{L\emptyset}$ [m]	$S_{\Delta L\emptyset}$ [m]
Verfahren 1	0,008	0,004	0,017	0,008
Verfahren 2			0,017	0,009

Anlage 25: Wirtschaftlichkeitsbetrachtung

Die Gebühren beziehen sich auf die aktuelle Fassung der Kostenordnung
für das amtliche Vermessungswesen (KOVerm) vom 01.07.2021

Gebühr nach Herstellungswert		Gebühr Vorbereitung / Unterlagen
≤ 50000 €	157 €* + 19 % Mwst.	80 € + 19 % Mwst.
≤ 300000 €	618 € + 19 % Mwst.	

*auf Grundstücken mit bereits im Liegenschafts-
kataster (LK) nachgewiesenen Gebäuden

Gebühr für die Eintragung in das LK (33% der Gebühr nach Herstellungswert)		Gesamtgebühr
≤ 50000 €	51,81 €	≤ 50000 € 333,84 €
≤ 300000 €	203,94 €	≤ 300000 € 1034,56 €

253 Arbeitstage / Jahr (2022)
3 Ø Gebäudevermessungen / Tag
759 Gebäudevermessungen / Jahr

Anteil der jew. Vermessungen an die Gesamteinnahmen

≤ 50000 €	333,84	*759/4*3	190038,42 €
≤ 300000 €	1034,56	*759/4	196307,76 €
			386346,18 €

Zeitliche Ersparnis anhand des Verfahren 3 in %

	Zeit [min]	Δ_t [%] zu Verf. 1	Δ_t [%] zu Verf. 2
Verf. 1	33,0	-	-
Verf. 2	29,0	12,2	-
Verf. 3	21,1	36,3	27,4

Steigerung der Gesamteinnahmen durch das Verfahren 3 im Vergleich zu

Verf. 1	um 36,3 %	bzw.	140127,9817 €
Verf. 2	um 27,4 %	bzw.	105912,1424 €

Anlage 26: Auswertung der unabhängigen GNSS-Messungen

Punkt 1:

GNSS	East [m]	North [m]	Höhe [m]	East ₀ [m]	North ₀ [m]	Höhe ₀ [m]
Alle GNSS	488793,393	5963185,219	40,710	488793,397	5963185,216	40,689
Alle GNSS	488793,401	5963185,212	40,667	-		
GPS	488793,391	5963185,203	40,701	488793,398	5963185,209	40,691
GPS	488793,404	5963185,215	40,680	-		
GPS, GAL	488793,400	5963185,202	40,706	488793,401	5963185,205	40,693
GPS, GAL	488793,402	5963185,208	40,679	-		
GPS, GLO	488793,397	5963185,198	40,711	488793,399	5963185,202	40,695
GPS, GLO	488793,400	5963185,206	40,678	-		
GPS, BEI	488793,407	5963185,199	40,689	488793,402	5963185,203	40,683
GPS, BEI	488793,396	5963185,207	40,677	-		
GAL	488793,407	5963185,207	40,712	488793,402	5963185,213	40,701
GAL	488793,396	5963185,219	40,689	-		
GAL, GLO	488793,407	5963185,199	40,689	488793,403	5963185,207	40,688
GAL, GLO	488793,399	5963185,214	40,686	-		
GAL, BEI	488793,397	5963185,208	40,672	488793,403	5963185,210	40,672
GAL, BEI	488793,408	5963185,211	40,672	-		
GLO-BEI	488793,405	5963185,218	40,668	488793,410	5963185,219	40,669
GLO-BEI	488793,415	5963185,219	40,669	-		
BEI	488793,413	5963185,231	40,683	488793,412	5963185,223	40,677
BEI	488793,411	5963185,214	40,671	-		
GRUPPE-A	488793,388	5963185,210	40,686	488793,397	5963185,211	40,679
GRUPPE-A	488793,405	5963185,212	40,671	-		
GRUPPE-B	488793,377	5963185,221	40,702	488793,393	5963185,221	40,696
GRUPPE-B	488793,409	5963185,221	40,689	-		

	bezogen auf die Einzelmessungen			bezogen auf die Referenz (Alle GNSS)			
GNSS	Δ_E [m]	Δ_N [m]	Δ_H [m]	Δ_E [m]	Δ_N [m]	Δ_H [m]	Δ_L [m]
Alle GNSS	0,004	-0,003	-0,021	-			
Alle GNSS	-0,004	0,003	0,022				
GPS	0,006	0,006	-0,011	0,000	0,007	-0,002	0,007
GPS	-0,007	-0,006	0,011	-			
GPS, GAL	0,001	0,003	-0,014	-0,004	0,010	-0,004	0,011
GPS, GAL	-0,001	-0,003	0,014	-			
GPS, GLO	0,002	0,004	-0,017	-0,002	0,014	-0,006	0,014
GPS, GLO	-0,002	-0,004	0,017	-			
GPS, BEI	-0,005	0,004	-0,006	-0,005	0,013	0,006	0,013
GPS, BEI	0,006	-0,004	0,006	-			
GAL	-0,005	0,006	-0,011	-0,005	0,003	-0,012	0,005
GAL	0,006	-0,006	0,012	-			
GAL, GLO	-0,004	0,007	-0,002	-0,006	0,009	0,001	0,011
GAL, GLO	0,004	-0,008	0,002	-			
GAL, BEI	0,005	0,002	0,000	-0,005	0,006	0,017	0,008

GAL, BEI	-0,006	-0,002	0,000	-			
GLO-BEI	0,005	0,000	0,000	-0,013	-0,003	0,020	0,013
GLO-BEI	-0,005	-0,001	-0,001	-			
BEI	-0,001	-0,008	-0,006	-0,015	-0,007	0,012	0,017
BEI	0,001	0,009	0,006	-			
GRUPPE-A	0,009	0,001	-0,008	0,000	0,004	0,010	0,005
GRUPPE-A	-0,008	-0,001	0,008	-			
GRUPPE-B	0,016	0,000	-0,007	0,004	-0,005	-0,007	0,007
GRUPPE-B	-0,016	0,000	0,006	-			

Punkt 2:

GNSS	East [m]	North [m]	Höhe [m]	Eastø [m]	Northø [m]	Höheø [m]
Alle GNSS	492546,879	5956279,519	39,835	492546,878	5956279,517	39,834
Alle GNSS	492546,876	5956279,514	39,833	-		
GPS	492546,883	5956279,502	39,828	492546,882	5956279,511	39,834
GPS	492546,880	5956279,519	39,840	-		
GPS, GAL	492546,886	5956279,513	39,828	492546,883	5956279,514	39,834
GPS, GAL	492546,880	5956279,514	39,840	-		
GPS, GLO	492546,886	5956279,510	39,836	492546,884	5956279,512	39,840
GPS, GLO	492546,881	5956279,513	39,843	-		
GPS, BEI	492546,886	5956279,517	39,832	492546,880	5956279,516	39,830
GPS, BEI	492546,874	5956279,515	39,827	-		
GAL	492546,882	5956279,514	39,831	492546,882	5956279,512	39,841
GAL	492546,882	5956279,509	39,850	-		
GAL, GLO	492546,881	5956279,509	39,831	492546,881	5956279,512	39,837
GAL, GLO	492546,881	5956279,514	39,842	-		
GAL, BEI	492546,882	5956279,521	39,839	492546,882	5956279,520	39,842
GAL, BEI	492546,881	5956279,519	39,844	-		
GLO-BEI	492546,882	5956279,510	39,820	492546,882	5956279,515	39,824
GLO-BEI	492546,881	5956279,519	39,828	-		
BEI	492546,879	5956279,514	39,828	492546,880	5956279,521	39,836
BEI	492546,880	5956279,527	39,844	-		
GRUPPE-A	492546,880	5956279,520	39,833	492546,879	5956279,518	39,835
GRUPPE-A	492546,878	5956279,516	39,837	-		
GRUPPE-B	492546,877	5956279,516	39,829	492546,880	5956279,517	39,828
GRUPPE-B	492546,882	5956279,518	39,827	-		

	bezogen auf die Einzelmessungen			bezogen auf die Referenz (Alle GNSS)			
GNSS	Δ_E [m]	Δ_N [m]	Δ_H [m]	Δ_E [m]	Δ_N [m]	Δ_H [m]	Δ_L [m]
Alle GNSS	-0,002	-0,003	-0,001	-			
Alle GNSS	0,002	0,002	0,001				
GPS	-0,001	0,009	0,006	-0,004	0,006	0,000	0,007
GPS	0,002	-0,008	-0,006	-			
GPS, GAL	-0,003	0,001	0,006	-0,006	0,003	0,000	0,006
GPS, GAL	0,003	-0,001	-0,006	-			

GPS, GLO	-0,003	0,002	0,004	-0,006	0,005	-0,005	0,008
GPS, GLO	0,003	-0,002	-0,004	-			
GPS, BEI	-0,006	-0,001	-0,003	-0,003	0,001	0,005	0,003
GPS, BEI	0,006	0,001	0,002	-			
GAL	0,000	-0,003	0,010	-0,004	0,005	-0,007	0,007
GAL	0,000	0,003	-0,009	-			
GAL, GLO	0,000	0,003	0,005	-0,003	0,005	-0,002	0,006
GAL, GLO	0,000	-0,003	-0,005	-			
GAL, BEI	0,000	-0,001	0,002	-0,004	-0,003	-0,007	0,005
GAL, BEI	0,001	0,001	-0,003	-			
GLO-BEI	0,000	0,004	0,004	-0,004	0,002	0,010	0,004
GLO-BEI	0,001	-0,005	-0,004	-			
BEI	0,001	0,007	0,008	-0,002	-0,004	-0,002	0,004
BEI	0,000	-0,006	-0,008	-			
GRUPPE-A	-0,001	-0,002	0,002	-0,002	-0,001	-0,001	0,002
GRUPPE-A	0,001	0,002	-0,002	-			
GRUPPE-B	0,003	0,001	-0,001	-0,002	-0,001	0,006	0,002
GRUPPE-B	-0,003	-0,001	0,001	-			

Punkt 3:

GNSS	East [m]	North [m]	Höhe [m]	East _ø [m]	North _ø [m]	Höhe _ø [m]
Alle GNSS	493249,326	5962452,469	41,945	493249,326	5962452,468	41,949
Alle GNSS	493249,325	5962452,467	41,952	-		
GPS	493249,323	5962452,450	41,914	493249,326	5962452,460	41,927
GPS	493249,329	5962452,469	41,940	-		
GPS, GAL	493249,329	5962452,457	41,939	493249,329	5962452,462	41,944
GPS, GAL	493249,328	5962452,466	41,948	-		
GPS, GLO	493249,326	5962452,454	41,944	493249,328	5962452,468	41,948
GPS, GLO	493249,329	5962452,481	41,951	-		
GPS, BEI	493249,324	5962452,459	41,930	493249,324	5962452,462	41,934
GPS, BEI	493249,324	5962452,464	41,937	-		
GAL, GLO	493249,319	5962452,468	41,963	493249,322	5962452,470	41,957
GAL, GLO	493249,324	5962452,472	41,951	-		
GAL, BEI	493249,327	5962452,472	41,953	493249,327	5962452,469	41,945
GAL, BEI	493249,327	5962452,465	41,937	-		
GLO-BEI	493249,330	5962452,469	41,941	493249,328	5962452,467	41,944
GLO-BEI	493249,326	5962452,464	41,947	-		
BEI	493249,330	5962452,476	41,938	493249,333	5962452,472	41,953
BEI	493249,335	5962452,468	41,967	-		
GRUPPE-A	493249,331	5962452,460	41,938	493249,331	5962452,463	41,941
GRUPPE-A	493249,330	5962452,465	41,944	-		
GRUPPE-B	493249,324	5962452,467	41,951	493249,330	5962452,471	41,938
GRUPPE-B	493249,335	5962452,475	41,925	-		

	bezogen auf die Einzelmessungen			bezogen auf die Referenz (Alle GNSS)			
GNSS	Δ_E [m]	Δ_N [m]	Δ_H [m]	Δ_E [m]	Δ_N [m]	Δ_H [m]	Δ_L [m]
Alle GNSS	0,000	-0,001	0,003	-			
Alle GNSS	0,001	0,001	-0,004				
GPS	0,003	0,009	0,013	0,000	0,009	0,021	0,009
GPS	-0,003	-0,009	-0,013	-			
GPS, GAL	-0,001	0,004	0,005	-0,003	0,007	0,005	0,007
GPS, GAL	0,001	-0,004	-0,005	-			
GPS, GLO	0,002	0,013	0,004	-0,002	0,001	0,001	0,002
GPS, GLO	-0,002	-0,014	-0,003	-			
GPS, BEI	0,000	0,003	0,003	0,002	0,007	0,015	0,007
GPS, BEI	0,000	-0,002	-0,004	-			
GAL, GLO	0,003	0,002	-0,006	0,004	-0,002	-0,009	0,004
GAL, GLO	-0,003	-0,002	0,006	-			
GAL, BEI	0,000	-0,004	-0,008	-0,001	0,000	0,003	0,002
GAL, BEI	0,000	0,003	0,008	-			
GLO-BEI	-0,002	-0,003	0,003	-0,002	0,002	0,004	0,003
GLO-BEI	0,002	0,002	-0,003	-			
BEI	0,003	-0,004	0,014	-0,007	-0,004	-0,004	0,008
BEI	-0,003	0,004	-0,014	-			
GRUPPE-A	0,000	0,003	0,003	-0,005	0,005	0,007	0,007
GRUPPE-A	0,001	-0,002	-0,003	-			
GRUPPE-B	0,005	0,004	-0,013	-0,004	-0,003	0,010	0,005
GRUPPE-B	-0,006	-0,004	0,013	-			

Anlage 27: Erforderliche Satelliten

Satellitensysteme	Für Initialisierung erforderliche Satelliten	Zum Erzeugen von Positionen erforderliche Satelliten
Nur GPS	5 GPS	4 GPS
GPS + QZSS	4 GPS + 1 QZSS	3 GPS + 1 QZSS
GPS + GLONASS	4 GPS + 2 GLONASS	3 GPS + 2 GLONASS
GPS + BeiDou	4 GPS + 2 BeiDou	3 GPS + 2 BeiDou
GPS + Galileo	4 GPS + 2 Galileo	3 GPS + 2 Galileo
Nur BeiDou	5 BeiDou	4 BeiDou
BeiDou + GPS	4 BeiDou + 2 GPS	3 BeiDou + 2 GPS
BeiDou + GLONASS	4 BeiDou + 2 GLONASS	3 BeiDou + 2 GLONASS
Nur GLONASS	-	-
Nur Galileo	-	-

(Quelle: Trimble® 2021: 478)

Anlage 28: CD mit Messprotokollen und Auswertungen

Eidesstattliche Erklärung

Erklärung entsprechend § 18 (7) Allgemeiner Teil (A) der Prüfungsordnung für die Bachelorstudiengänge der Jade Hochschule Wilhelmshaven/Oldenburg/Elsfleth in der Fassung vom 09.01.2018 (VkBl. 95/2018).

Hiermit versichere ich, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig verfasst und keine anderen, als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt habe. Textstellen in der Arbeit, die wortwörtlich oder sinngemäß aus anderen Quellen übernommen wurden, sind als solche kenntlich gemacht.

Außerdem versichere ich, dass die Arbeit – mit Ausnahme für einen Double oder Joint Degree – in gleicher ähnlicher Form noch keinem anderen Prüfungsverfahren im In- oder Ausland zugrunde gelegen hat bzw. als Studienabschlussarbeit an keiner anderen Hochschule eingereicht wurde.

Ihlienworth, den 30.01.2023

A handwritten signature in blue ink, reading "J. Wierk". The signature is written in a cursive style with a horizontal line underneath it.

(Unterschrift)